

Fundamentos da Análise de Testes de Pressão em Poços de Petróleo

ORGANIZADOR

João Bosco Dias Marques

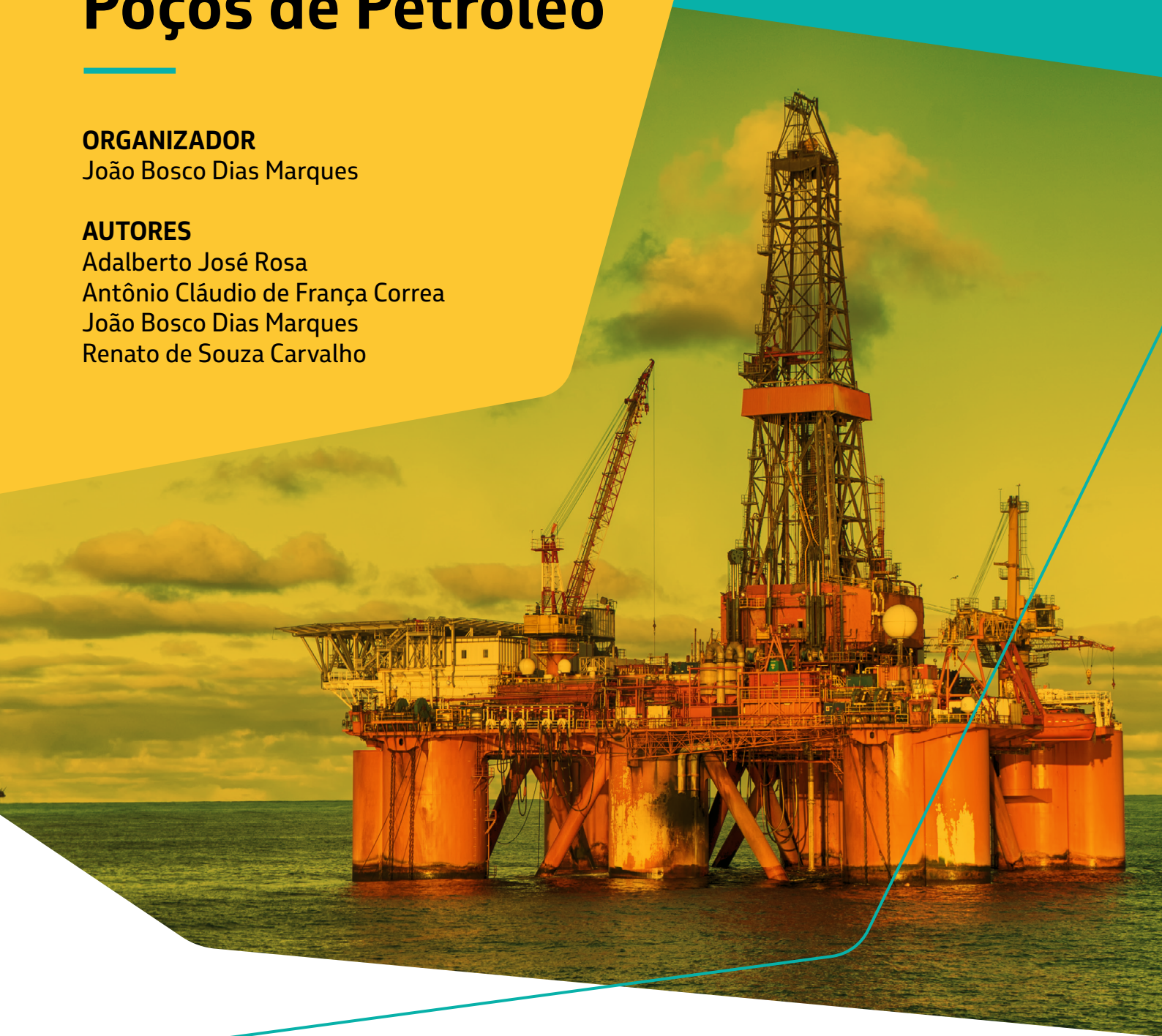
AUTORES

Adalberto José Rosa

Antônio Cláudio de França Correa

João Bosco Dias Marques

Renato de Souza Carvalho



PETROBRAS

Fundamentos da Análise de Testes de Pressão em Poços de Petróleo

ORGANIZADOR

João Bosco Dias Marques

AUTORES

Adalberto José Rosa
Antônio Cláudio de França Correa
João Bosco Dias Marques
Renato de Souza Carvalho

2021

F981 Fundamentos da análise de testes de pressão em poços de petróleo / organizado por João Bosco Dias Marques ; autores Adalberto José Rosa... [et al.]. – Rio de Janeiro : PETROBRAS, 2022. 322 p. : il. ; 21 x 29 cm.

Inclui referências.

ISBN: 978-65-88763-03-2

1. Poço de petróleo. 2. Teste de pressão. I. Marques, João Bosco Dias. II. Rosa, Adalberto José. III. Correa, Antônio Cláudio de França. IV. Carvalho, Renato de Souza.

CDD 622.3282

AGRADECIMENTOS

Inicialmente os autores agradecem à Petróleo Brasileiro S. A. – PETROBRAS pelo incentivo e pela oportunidade de preparar esta obra. O projeto deste livro, intitulado Fundamentos da Análise de Testes de Pressão em Poços de Petróleo, nasceu em 2009 sob a coordenação conjunta da Universidade Petrobras, representada pelo engenheiro João Bosco Dias Marques, e da gerência funcional de Avaliação de Reservatórios, representada na época pelo engenheiro Antônio Carlos Decnop Coelho, a quem os autores são gratos pela liderança e pelo suporte gerencial para as etapas de elaboração do material.

O objetivo principal deste projeto era reunir o material básico deixado em formato de apostila pelos engenheiros Adalberto José Rosa, Antônio Cláudio de França Correa e Renato de Souza Carvalho, da época em que foram instrutores da disciplina de Avaliação das Formações na Universidade Petrobras. Das inúmeras revisões e atualizações desse material, resultou uma edição com foco nos fundamentos de análise de testes de poços, visando sobretudo subsidiar a disciplina de Avaliação das Formações ministrada nos Cursos de Engenharia de Petróleo (CEP) da Universidade Petrobras. O desafio da elaboração e publicação de uma nova versão que contemple métodos avançados e práticas de interpretação de testes, incluindo recursos de inteligência artificial nas atividades de interpretação, fica agora para a próxima geração de engenheiros de avaliação da Petrobras.

Os autores agradecem em especial aos que participaram com sugestões e revisões durante a condução do projeto, dentre os quais estão os engenheiros Álvaro Marcello Marco Peres, Antônio Carlos Decnop Coelho, Christiane de Camargo, Edson Tsuneo Kato, Eduardo Augusto Puntel de Oliveira, Francisco Lopes Tinoco, Nelson Satiro Nishimura, Pedro de Brito Nogueira e Vicente Dias Spinelli Junior, todos com carreiras desenvolvidas na Petrobras, dedicadas às atividades de interpretação de testes de poços de petróleo. Sem as suas contribuições e os seus incentivos, este livro não seria finalizado. Os autores apresentam um agradecimento especial também à engenheira Ana Paula Martins de Souza, que desempenhou papel importante na liderança das reuniões de trabalho do grupo de cooperadores e autores.

Por fim os autores agradecem aos seus familiares pelo incentivo e a Anna Paula Tavares de Araujo, do programa de editoração de livros didáticos da Universidade Petrobras, pela condução do processo de publicação junto à editora.

Os autores

PREFÁCIO

Os testes de pressão em poços, sejam eles produtores (de óleo, gás ou água) ou injetores (de gás ou de água), compõem-se de duas etapas: a obtenção dos dados de pressão e/ou vazão em um ou mais pontos do reservatório e a análise desses dados. A análise dos dados tem a finalidade de obter informações a respeito da jazida em estudo, tais como a identificação dos fluidos existentes na formação, a estimativa da extensão e/ou continuidade do reservatório e a estimativa de parâmetros do sistema (permeabilidade e dano da formação, pressão média do reservatório, índice de produtividade do poço etc.)

A análise de testes consiste, portanto, em se inferir informações a respeito do sistema poço-reservatório através da sua resposta a uma perturbação ou sinal. Na prática a perturbação corresponde, por exemplo, a produzir um poço com uma determinada vazão, registrando-se então o comportamento da sua pressão ao longo do tempo. Interpretar os dados de pressão obtidos para se estimar propriedades do sistema equivale a resolver o chamado problema inverso.

Neste livro de fundamentos são discutidos os diversos tipos de teste de pressão utilizados na engenharia de petróleo com o intuito de avaliar o potencial produtor e estimar características de jazidas petrolíferas. A abordagem apresentada inclui os conceitos fundamentais necessários ao entendimento dos vários tipos de teste, os modelos físicos e matemáticos adotados, os desenvolvimentos das soluções dos modelos matemáticos (em alguns casos), as técnicas de análise de testes usando as soluções matemáticas e exemplos de aplicação prática dessas técnicas. Vários tipos de reservatório são considerados, tais como: reservatório homogêneo, reservatório heterogêneo, reservatório de óleo e reservatório de gás. Dentre os diversos tipos de poço considerados incluem-se os poços produtores, os poços injetores, os poços artificialmente fraturados, os poços não surgentes e os poços horizontais.

Em diversos capítulos são incluídos exemplos resolvidos com o intuito de ilustrar a aplicação prática da teoria apresentada, bem como as referências bibliográficas e a bibliografia referente ao assunto em questão.

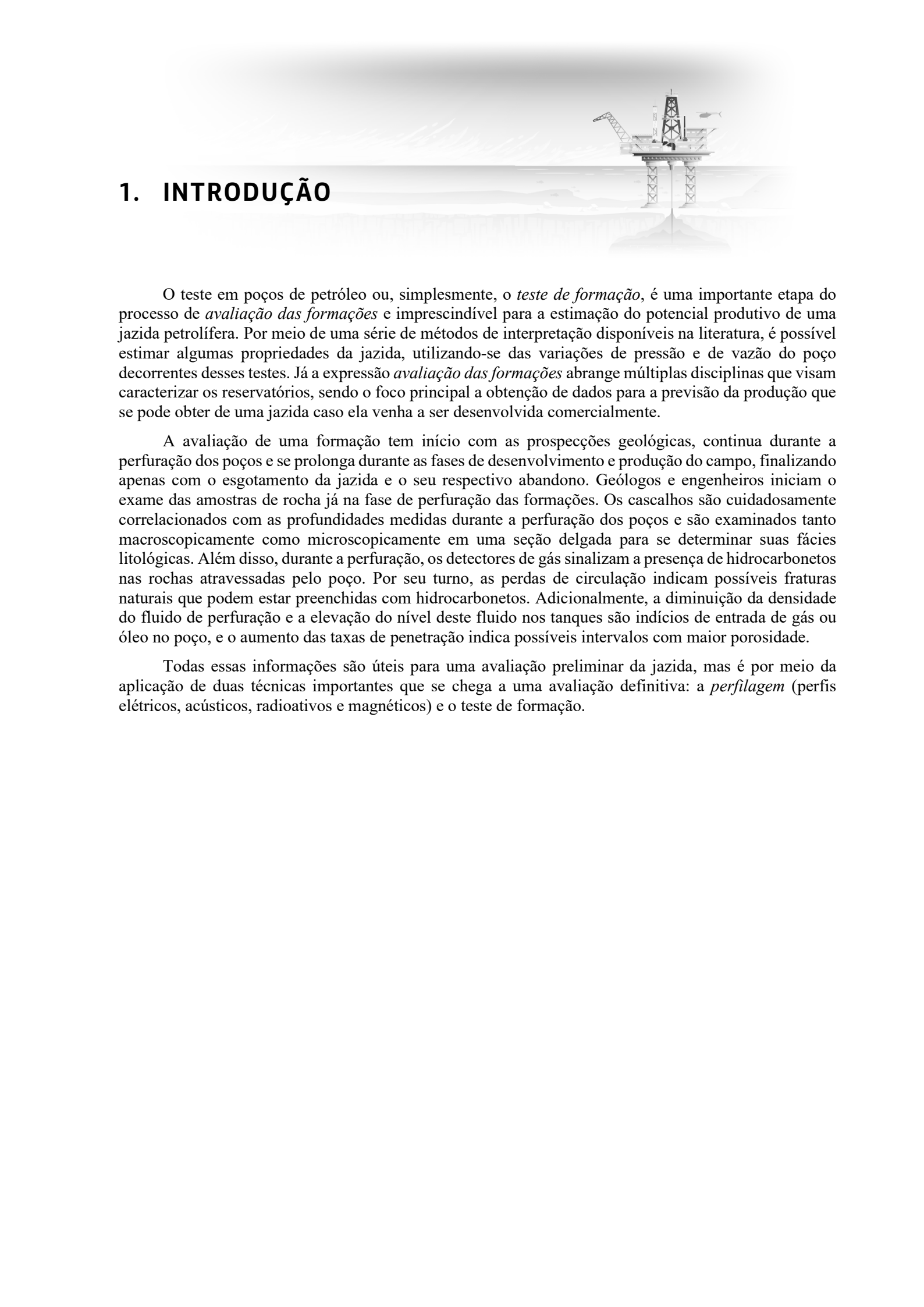
A maioria das equações apresentadas contém uma constante de transformação de unidades, enquanto em outras foi utilizado um sistema compatível de unidades, como por exemplo, o sistema internacional ou o sistema de Darcy. Com o objetivo de facilitar a utilização das equações do texto nos diversos sistemas de unidades, tabelas com os parâmetros, variáveis e constantes nos vários sistemas foram incluídos nos apêndices. Bons estudos.

Os autores

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
1.1. O Teste de Formação	8
1.2. Histórico dos Métodos de Análise de Testes de Poço.....	11
2. TEORIA FUNDAMENTAL	15
2.1. Conceitos Fundamentais e Equação da Difusividade.....	15
2.1.1. Equação da difusividade – Caso óleo	15
2.1.2. Equação da difusividade – Caso gás.....	23
2.1.3. Sistemas multifásicos.....	28
2.1.4. Variáveis adimensionais	29
2.1.5. Condição inicial e condições de contorno	30
2.2. Soluções da Equação da Difusividade – Escoamento Radial.....	32
2.2.1. Reservatório infinito – Modelo da fonte-linear ou linha-fonte	32
2.2.2. Reservatório infinito – Modelo da fonte cilíndrica	40
2.2.3. Reservatório circular com manutenção de pressão	42
2.2.4. Reservatório circular com fronteira selada	46
2.3. Efeito de Película – Dano de Formação	54
2.4. Índice de Produtividade	58
2.4.1. Escoamento radial transiente	58
2.4.2. Escoamento radial permanente	58
2.4.3. Escoamento radial pseudopermanente	59
2.4.4. Escoamento pseudopermanente em uma geometria qualquer	60
2.5. Outras Formas de Quantificação do Dano ou Estímulo	60
2.5.1. Razão de dano	60
2.5.2. Razão de produtividade.....	61
2.5.3. Fator de dano.....	62
2.6. Raio de Investigação.....	62
2.7. Estocagem.....	64
2.8. Escoamento Radial com Efeitos de Estocagem e de Película	67
2.9. Superposição de Efeitos	74
2.9.1. Superposição de efeitos para uma variação contínua de vazão	78
2.9.2. Método das imagens	79
3. TESTE DE FLUXO	85
3.1. Métodos de Análise	85
3.1.1. Método do ajustamento com as curvas-tipo de Agarwal	89
3.1.2. Método do ajustamento com as curvas-tipo de Gringarten e de Bourdet	94
3.1.3. Método convencional.....	94
3.2. Teste de Fluxo com Vazão Variável.....	100
3.2.1. Teste de fluxo com vazões múltiplas - Método de Odeh & Jones	101
3.2.2. Teste de fluxo com vazão dupla - Método de Russel.....	106
3.3. Teste de Limite de Reservatório	107
3.3.1. Método convencional de análise.....	108
3.3.2. Método de Park Jones.	112
4. TESTE DE CRESCIMENTO DE PRESSÃO	119
4.1. Método de Ajustamento com Curvas-Tipo.....	120
4.2. Métodos Convencionais	127
4.2.1. Método de Horner	128
4.2.2. Método de MDH	133
4.2.3. Método de Agarwal.....	136
4.2.4. Método de Horner com superposição de efeitos.....	139
4.2.5. Método de Agarwal com superposição de efeitos.....	140
4.3. Estimativa da Pressão Média.....	146
4.3.1. Método de Horner-MBH.....	146
4.3.2. Método de MDH	151
4.3.3. Método de MDH-Dietz	154

4.3.4. Método de Agarwal-Dietz.....	155
4.3.5. Escolha do método.....	161
4.3.6. Cálculo da pressão média em um reservatório desenvolvido.....	161
5. TESTE EM POÇOS DE GÁS.....	165
5.1. Equação da Difusividade de Fluidos Gasosos.....	165
5.1.1. Método $m(p)$	166
5.1.2. Método p^2	168
5.1.3. Método p	171
5.1.4. Princípio da superposição de efeitos.....	171
5.1.5. Outros tipos de teste de pressão.....	172
5.2. Teste de Capacidade de Entrega.....	173
5.3. Teste de Contrapressão Convencional.....	173
5.3.1. Método simplificado de análise.....	174
5.3.2. Análise do escoamento LIT.....	175
5.4. Teste de Contrapressão Isócrono.....	179
5.4.1. Método simplificado de análise.....	180
5.4.2. Análise do escoamento LIT.....	181
5.5. Teste de Contrapressão Isócrono Modificado.....	181
5.5.1. Método simplificado de análise.....	182
5.5.2. Método do escoamento LIT.....	182
5.6. Considerações Operacionais.....	183
5.6.1. Sequência de vazões.....	183
5.6.2. Escolha das vazões de fluxo.....	183
5.6.3. Duração dos períodos.....	183
5.6.4. Equipamentos.....	184
6. EFEITOS DE LIMITES NOS TESTES DE PRESSÃO.....	187
6.1. Descontinuidades Lineares – Falhas e Barreiras.....	187
6.1.1. Teste de fluxo.....	188
6.1.2. Teste de crescimento de pressão.....	193
6.2. Reservatórios Limitados com Diferentes Geometrias.....	201
6.2.1. Teste de fluxo.....	201
6.2.2. Teste de crescimento de pressão.....	204
6.3. Reservatório com Aquífero e/ou Capa de Gás.....	209
6.3.1. Teste de fluxo.....	209
6.3.2. Raio de investigação de um teste de fluxo.....	211
6.3.3. Teste de crescimento de pressão.....	211
6.4. Reservatório em Forma de Canal.....	212
6.4.1. Teste de fluxo.....	214
6.4.2. Teste de crescimento de pressão.....	217
7. EFEITOS DAS CONDIÇÕES DE POÇO NOS TESTES DE PRESSÃO.....	223
7.1. Teste em Poços Artificialmente Fraturados.....	223
7.1.1. Teste de fluxo.....	224
7.1.2. Teste de limite de reservatório.....	249
7.1.3. Teste de crescimento de pressão ou teste de <i>falloff</i>	249
7.1.4. Fraturas danificadas.....	253
7.2. Estocagem Variável.....	261
7.3. Penetração ou Completação Parcial.....	262
7.4. Poço Inclinado.....	266
APÊNDICE A.....	269
APÊNDICE B.....	273
APÊNDICE C.....	289
APÊNDICE D.....	291
APÊNDICE E.....	293
APÊNDICE F.....	301
APÊNDICE G.....	303
APÊNDICE H.....	309
APÊNDICE I.....	311
NOMENCLATURA.....	317
REFERÊNCIAS.....	327



1. INTRODUÇÃO

O teste em poços de petróleo ou, simplesmente, o *teste de formação*, é uma importante etapa do processo de *avaliação das formações* e imprescindível para a estimação do potencial produtivo de uma jazida petrolífera. Por meio de uma série de métodos de interpretação disponíveis na literatura, é possível estimar algumas propriedades da jazida, utilizando-se das variações de pressão e de vazão do poço decorrentes desses testes. Já a expressão *avaliação das formações* abrange múltiplas disciplinas que visam caracterizar os reservatórios, sendo o foco principal a obtenção de dados para a previsão da produção que se pode obter de uma jazida caso ela venha a ser desenvolvida comercialmente.

A avaliação de uma formação tem início com as prospecções geológicas, continua durante a perfuração dos poços e se prolonga durante as fases de desenvolvimento e produção do campo, finalizando apenas com o esgotamento da jazida e o seu respectivo abandono. Geólogos e engenheiros iniciam o exame das amostras de rocha já na fase de perfuração das formações. Os cascalhos são cuidadosamente correlacionados com as profundidades medidas durante a perfuração dos poços e são examinados tanto macroscopicamente como microscopicamente em uma seção delgada para se determinar suas fácies litológicas. Além disso, durante a perfuração, os detectores de gás sinalizam a presença de hidrocarbonetos nas rochas atravessadas pelo poço. Por seu turno, as perdas de circulação indicam possíveis fraturas naturais que podem estar preenchidas com hidrocarbonetos. Adicionalmente, a diminuição da densidade do fluido de perfuração e a elevação do nível deste fluido nos tanques são indícios de entrada de gás ou óleo no poço, e o aumento das taxas de penetração indica possíveis intervalos com maior porosidade.

Todas essas informações são úteis para uma avaliação preliminar da jazida, mas é por meio da aplicação de duas técnicas importantes que se chega a uma avaliação definitiva: a *perfilagem* (perfis elétricos, acústicos, radioativos e magnéticos) e o teste de formação.

1.1.0 Teste de Formação

Geralmente o teste de formação é realizado mediante a descida de uma coluna especial dentro do poço, que equivale a uma completação temporária do mesmo para permitir a produção controlada de fluidos do reservatório durante períodos relativamente curtos de tempo. Em algumas situações, no entanto, os testes são realizados através de ferramentas descidas a cabo em vez de uma coluna. Em qualquer dos casos o objetivo é provocar um diferencial de pressão entre a formação e o poço, tornando possível a produção dos fluidos nela existentes. As pressões de fluxo e de fechamento obtidas durante o teste são registradas contra o tempo.

O teste de formação é um método direto de avaliação que pode ser realizado tanto em poço aberto (TF) como em poço revestido (TFR). Por razão de segurança, nos poços marítimos só os TFRs são permitidos. Além disso, a maior segurança do poço revestido permite a realização de uma série de testes de duração mais longa, que por sua vez possibilitam a obtenção de informações mais confiáveis quanto ao potencial produtivo das zonas de interesse.

Nos últimos anos, sofisticados equipamentos de medição foram desenvolvidos para a realização de testes de poços em diversas condições de operação. A evolução tecnológica tem contribuído para melhorar a aquisição de dados e para a introdução de novos métodos de análise, que buscam determinar as seguintes características dos reservatórios:

- Permeabilidade absoluta da rocha
- Dano de formação
- Raio de investigação
- Pressão e temperatura iniciais
- Permeabilidades relativas
- Limites do reservatório
- Pressão média do reservatório
- Interferências entre poços
- Heterogeneidades do meio poroso
- Presença de fraturas e suas condutividades
- Existência de falhas
- Continuidade lateral e vertical, e outras características geométricas.

Todos esses parâmetros, variáveis e características são incorporados nos estudos de modelagem e de simulação de reservatórios visando estimar o potencial de produção da formação e a reserva de hidrocarboneto a ser explorada comercialmente. Entre os testes mais comuns estão o teste de fluxo, o teste de crescimento de pressão e o teste de injetividade.

O teste de formação, como já referido, consiste basicamente em provocar uma variação na vazão do sistema poço-reservatório e medir a variação correspondente na pressão e na vazão do poço ao longo do tempo. A interpretação do comportamento da pressão registrada no poço, em conjunto com outros dados e informações relevantes permitirá, na maioria dos casos, a obtenção de parâmetros do poço e do reservatório. O grau de resposta do poço é percebido na superfície de acordo com as características do reservatório onde o poço está inserido, conforme ilustra a Figura 1.1.

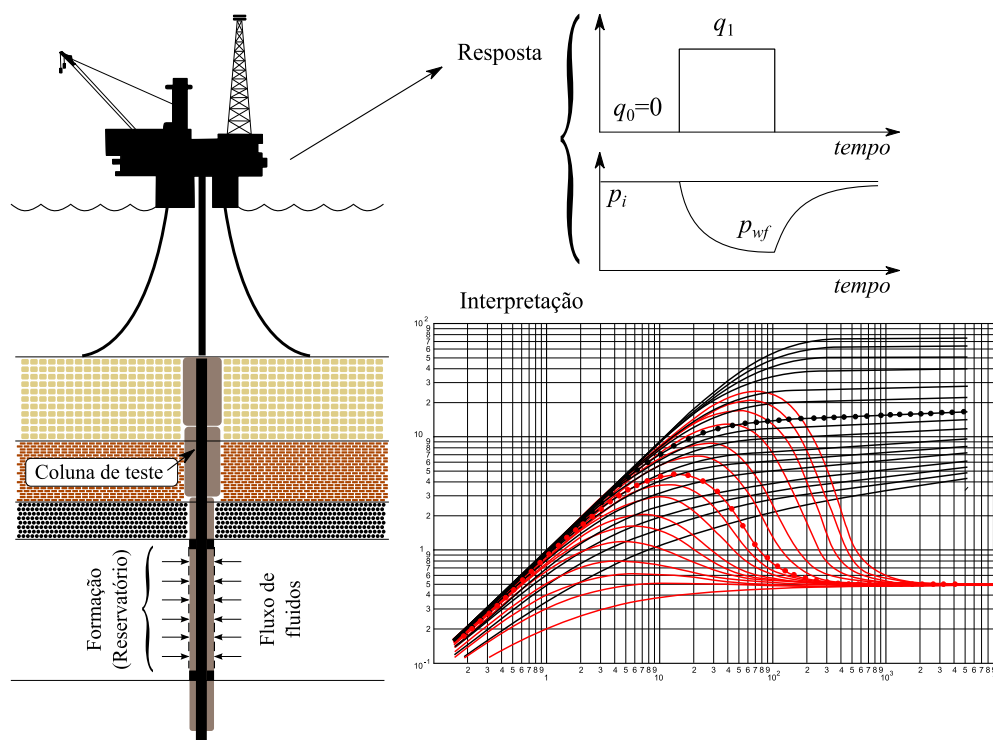


Figura 1.1 – Esquema ilustrativo de um teste de poço.

Os testes de formação são fundamentais para as tomadas de decisão nas atividades de exploração e produção de petróleo. Por exemplo, ao concluir a perfuração, deve-se decidir se o poço será abandonado ou completado para produzir. É recomendável não investir na completação de um poço sem que haja ao menos uma estimativa do seu potencial produtivo. Geralmente os custos para investigar o reservatório são relativamente pequenos quando comparados aos investimentos exigidos para o desenvolvimento da produção.

Devido aos diversos atributos geológicos de um reservatório, em geral interdependentes, incluindo aí a interação entre o fluido de formação e o de perfuração, na maioria dos casos a informação obtida de uma análise de teste deve ser vista como uma resposta provável. Em outras palavras, interpretar um teste de poço com o intuito de desenvolver a partir daí um modelo matemático de reservatório é resolver um problema de natureza inversa, conforme indica o esquema da Figura 1.2.

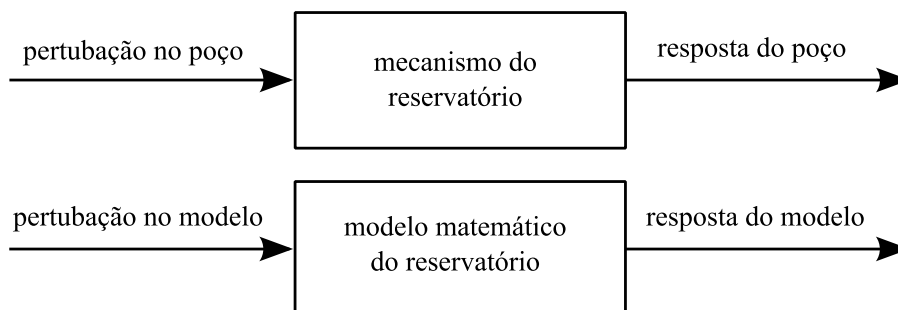


Figura 1.2 – Solução de um problema inverso.

Neste tipo de problema é introduzida uma perturbação no campo, ou seja, provoca-se uma excitação no sistema poço-reservatório e a resposta é medida. A partir da análise da resposta são estimadas as características e as propriedades do sistema. Como em todo problema de natureza inversa, em que diferentes combinações de características e propriedades conduzem à mesma resposta, também nesse caso

vários modelos de reservatório poderão satisfazer o mecanismo observado no campo. Aqui, o modelo é aprimorado a cada informação obtida por meio da análise de outros testes ou por outro método de avaliação da formação.

Os testes objetivam avaliar a formação produtora em condições dinâmicas de fluxo, tanto em poços exploratórios como em poços produtores. Atualmente busca-se substituir os testes convencionais pelos testes a cabo, reduzindo os custos e os riscos ambientais causados pela produção de hidrocarbonetos durante os testes convencionais. Esses testes, denominados de mini-DST, são realizados com ferramentas descidas a cabo (*wireline formation test* – WFT) com capacidade para coletar amostras do fluido de formação e registrar a pressão em função do tempo durante a retirada de fluidos da formação. Na categoria do mini-DST estão incluídas as ferramentas MDT *dual packer* e MDT *dual probe*.

As interpretações de um teste de poço em conjunto com os perfis fornecem a pressão inicial do reservatório (p_i) e a primeira estimativa da permeabilidade da formação (k). Uma amostra do fluido é também coletada e analisada para se determinar o comportamento de fases e algumas de suas propriedades, tais como a viscosidade, o fator volume-formação e a razão de solubilidade. Ademais, em algumas situações o engenheiro e o geólogo avaliam a necessidade de um programa de testemunhagem do poço, que envolve o uso de ferramentas especiais, em geral dispendiosas, as quais permitem recuperar parte da formação geológica. Além de possibilitar um exame detalhado das fácies litológicas, os testemunhos são úteis na calibração das medições de propriedades do reservatório, sobretudo aquelas obtidas por perfis. O testemunho possibilita obter medidas quantitativas da porosidade, da permeabilidade e da geometria dos poros, bem como identificar a presença de argila, a mineralogia da rocha e outros atributos.

Outro teste importante é o de produção, que é realizado quando o poço se encontra revestido. Este teste tem duração mais prolongada do que o teste de formação convencional. Alguns autores citam diversos testes com poço revestido como teste de produção, tais como: teste de formação de longa duração (TLD), teste de limite do reservatório e teste de esgotamento. Todos esses testes seguem praticamente a mesma rotina de interpretação dos testes de curta duração. São chamados de testes de produção em função do aproveitamento dos fluidos produzidos durante as suas realizações.

Na indústria do petróleo é comum seguir uma sequência padronizada para o processo de interpretação de testes de poços. Esta sequência indica as atividades que antecipam e acompanham o engenheiro ou a equipe de profissionais que se encarregam da avaliação e da caracterização das formações geológicas. Basicamente segue-se o seguinte procedimento:

- Avaliação dos dados relacionados ao teste, tais como: geologia da área, perfis, objetivos do teste, sequência de eventos, problemas operacionais ocorridos durante a perfuração, dados de testes em poços vizinhos e outros.
- Preparação dos dados do teste para uso num sistema de interpretação, que pode ser por meio de soluções computacionais específicas ou planilhas elaboradas por engenheiros de avaliação. Esta etapa consiste em incluir os dados de pressão e de vazão, dados do reservatório e do poço, dados de fluidos e separação dos períodos do teste. Na maioria dos casos os períodos do teste são: período de produção dos fluidos, comumente chamado de período de fluxo, e período em que o poço está fechado, normalmente chamado de período de estática.
- Seleção do período a ser analisado, fluxo ou estática.
- Elaboração de gráficos para diagnóstico. Nesses gráficos são identificados os regimes de escoamento existentes e inferido um modelo matemático representativo do comportamento observado.
- Elaboração de gráficos específicos para os regimes de fluxo identificados. Os parâmetros de cada regime de escoamento podem ser inferidos através de características gráficas.
- Simulação do teste utilizando-se de um modelo já conhecido. Esta é a etapa de validação do método de interpretação adotado.

O teste de formação realizado com coluna enfrenta hoje dois grandes desafios: o meio ambiente e o custo operacional. O meio ambiente é fator relevante, pois nesses testes em campos *offshore* há queima de gás e eventualmente queima de óleo produzido durante o teste. O teste de formação realizado a cabo constitui uma alternativa interessante que evita maiores danos ao ambiente. Muito embora este tipo de teste não proporcione respostas quanto ao limite do reservatório, a prática atual recomenda que, sempre que possível, deve-se utilizá-lo e complementar os estudos com outros métodos de avaliação. Outra tendência é a interpretação de dados de pressão obtidos de instrumentos instalados nos poços (*Permanent Downhole Gauge* – PDG), onde as perturbações podem ser originadas desde a injeção programada de fluidos até o fechamento de poços causado por problemas operacionais.

1.2. Histórico dos Métodos de Análise de Testes de Poço

A análise de uma formação produtora de petróleo só se tornou possível com o desenvolvimento dos primeiros equipamentos de medição de pressão de poço. Os primeiros dispositivos, baseados no princípio do tubo de Bourdon, foram desenvolvidos e utilizados no início da década de 1920, tornando possível verificar no campo a teoria da equação da difusão de fluidos em meio poroso. Nessa década, os irmãos Johnston realizaram os primeiros testes de formação com medição de pressão e de vazão na superfície. No final da década, Sclater & Stephenson (1929) utilizaram as medições dos primeiros equipamentos para um estudo da razão gás/óleo (RGO). Em 1933 já havia mais de dez tipos diferentes de equipamentos, entre eles o Amerada, o Humble e o MacDonald.

A primeira empresa que introduziu os medidores de pressão em condições de reservatório foi a *Geophysical Research Corporation of Amerada*, com diversos testes coordenados por Millikan & Sidwell (1931) em poços no estado de Oklahoma, EUA. Baseado no uso desses equipamentos, Moore & Shilthuis (1933) elaboraram os primeiros trabalhos sugerindo avaliar a permeabilidade absoluta da formação a partir de informações observadas de pressão contra o tempo durante o fechamento de um poço. Até esse momento, os conceitos de dano de formação e de efeitos de estocagem não haviam sido formulados.

Embora a maioria dos métodos de análise de testes de pressão em poços utilizada hoje em dia considere o comportamento de escoamento monofásico, já em 1936 Muskat & Meres haviam introduzido a solução matemática para o problema que envolve o escoamento de gás, óleo e água num meio poroso. Basicamente Muskat & Meres sugeriram generalizar a lei de Darcy, aplicando-a para uma situação onde mais de uma fase está presente no meio. Matthews & Russell (1967) foram os primeiros a publicar um tratado completo sobre análise de teste de poço. Essa primeira monografia, atualizada posteriormente por Earlougher em 1977, reuniu publicações sobre análise de testes de poços entre 1930 e 1965, e tornou-se referência obrigatória para muitos engenheiros de reservatórios que atuam na atividade de caracterização das formações nas companhias de petróleo.

Alguns trabalhos relevantes publicados entre 1930 e 1965 merecem ser destacados. Van Everdingen & Hurst (1949), por exemplo, apresentaram uma solução para o problema de poço com efeito de estocagem. Miller, Dyes & Hutchinson (1950) desenvolveram um método para estimar a permeabilidade absoluta do reservatório, o fator de película e a pressão média da região drenada pelo poço através da análise de dados de crescimento de pressão. Esse método, conhecido como método MDH, consiste em elaborar um gráfico da pressão do poço após o seu fechamento (p_{ws}), contra o logaritmo do tempo de fechamento do poço ($\log \Delta t$). Horner desenvolveu um método em 1951, considerado um dos mais populares métodos de interpretação de teste de crescimento de pressão, que relaciona a pressão do poço após o fechamento (p_{ws}) contra o termo $\log(t_p + \Delta t)/\Delta t$, onde t_p é o tempo de produção e Δt o tempo após o fechamento do poço. O argumento $(t_p + \Delta t)/\Delta t$ ficou conhecido como tempo de Horner. O método de Horner foi desenvolvido com base na aplicação do princípio de Duhamel¹ (1933), resultando numa solução para a equação de crescimento de pressão similar à de Theis (1937). Matthews, Brons & Hazerbroek (1954),

¹ Ver aplicação do princípio de Duhamel no Apêndice D.

utilizando-se do trabalho anterior de Horner (1951), publicaram um método que ficou conhecido como método MBH, útil para determinação da pressão média em reservatório limitado.

Perrine (1956) e Martin (1959) apresentaram uma dedução completa da equação da difusão aplicada para escoamento multifásico, onde associam as saturações dos fluidos com a variação da pressão no tempo (ver Apêndice G). Em 1965 Dietz sugeriu uma metodologia para estimar a pressão média da região drenada pelo poço diretamente da curva de pressão em um teste de crescimento pressão (p_{ws}) contra o logaritmo do tempo após o fechamento do poço ($\log \Delta t$). A tabela de Dietz (1965), contendo diversas geometrias de áreas de drenagem e outras características úteis para a análise de testes, tornou-se popular na indústria do petróleo (ver Tabela B.2 do Apêndice B). Al-Hussainy *et al.* (1965) apresentaram uma importante definição para a queda de pressão em testes de poços de gás utilizando a transformação de Kirchhoff. Esse termo ficou conhecido como pseudopressão, $m(p)$. Dois métodos aproximados foram desenvolvidos a partir dessa definição: o método p^2 , aplicável para o comportamento de poços em reservatórios de gás com baixa pressão, e o método p , aplicável para os casos de alta pressão, onde o comportamento do gás pode ser considerado similar ao de um líquido.

Até o final da década de 1960, a atividade de interpretação de testes de poço se restringia basicamente às técnicas de interpretação de gráficos log-log ou semi-log da pressão contra o tempo. Earlougher *et al.* (1968), por exemplo, utilizando-se do princípio de Duhamel, mostraram como calcular a pressão em qualquer ponto de um reservatório de geometria retangular, com poço no centro e fronteiras seladas. Agarwal *et al.* (1970) apresentaram graficamente a solução de um teste de poço com escoamento radial transiente, relacionando quatro variáveis/parâmetros adimensionais: queda de pressão no poço (p_{wD}), tempo (t_D), coeficiente de estocagem (C_D) e fator de película (s). As curvas originais de Agarwal tornaram-se populares em função de sua utilidade prática, introduzindo a partir daí a análise baseada no ajustamento das chamadas curvas-padrão ou curvas-tipo. Até então o procedimento era realizado de forma manual, intensificando-se o uso de soluções computacionais somente a partir da década de 1980. Mais tarde, Gringarten *et al.* (1974) introduziram o conceito de deconvolução ou desuperposição de efeitos, propondo avaliar a pressão em qualquer ponto de um reservatório com diferentes geometrias e diferentes posições relativas do poço. Motivado pelo número de trabalhos surgidos até meados da década de 1970, Earlougher atualizou em 1977 a monografia de Matthews & Russell (1967).

Ao final da década de 1970 Gringarten *et al.* (1979) sugeriram uma nova forma de representar o comportamento da queda de pressão adimensional no poço em um gráfico log-log, desta vez com três variáveis/parâmetros, em vez de quatro como anteriormente proposto por Agarwal *et al.* em 1970: p_{wD} , t_D/C_D e C_De^{2s} . A vantagem da proposta de Gringarten *et al.* (1979) foi a redução do número de curvas a serem usadas na técnica de ajuste com curvas-tipo, reduzindo a incerteza e o grau de subjetividade gerados com o uso dessa técnica, pois não raro duas ou mais curvas podiam ser perfeitamente ajustadas aos dados de campo.

No início da década de 1980 Bourdet *et al.* (1983) publicaram um método que marcou a história da atividade de interpretação de testes de poços, propondo diversas curvas adimensionais da derivada da pressão. Esse método ficou conhecido como *método da derivada*. Depois do advento dessa técnica, muitos trabalhos foram publicados com gráficos evidenciando diversos padrões de identificação de regimes de escoamento e características geométricas da formação. Os gráficos gerados com a técnica da derivada vêm sendo utilizados hoje em dia como diagnóstico inicial, ratificando ou mesmo retificando modelos da geofísica e da geologia. A inclusão das curvas de derivada em um só gráfico de análise também reduziu enormemente as incertezas da técnica de ajustamento com curvas-tipo. Outras contribuições importantes nessa década, dentre muitas, foram dadas por Cinco-Ley & Samaniego-V (1981a; 1981b) e Streltsova (1988), respectivamente sobre avaliação de poços artificialmente fraturados e reservatórios heterogêneos.

Ainda na década de 1980 outros trabalhos ganharam notoriedade. Aanonsen (1985), por exemplo, demonstrou por meio de observações que a saturação não é unicamente função da pressão. Al-Khalifah *et al.* (1987), admitindo a saturação de óleo como função unicamente da pressão, sugeriram um método novo para determinação das permeabilidades efetivas. Nesse trabalho os autores utilizaram a mesma equação

de saturação sugerida por Bøe *et al.* (1981), estendendo-a para três fases. Já na década de 1990, Serra *et al.* (1990), considerando a aproximação logarítmica sugerida por Fetkovich (1973) e a saturação de óleo como função unicamente da pressão, publicaram um novo método para determinação das permeabilidades efetivas a partir de um teste transiente de poço sob condição de escoamento bifásico de óleo e gás. Ainda nessa década, Peres *et al.* (1989a; 1989b) deram suas contribuições com o método de integração, aproveitado e implementado em soluções comerciais de análise de testes de poços. Na década seguinte, dentre diversas publicações sobre o tema, Raghavan contribuiu com a publicação de um livro em 1993.

A história da análise de testes de poços foi resumida em um artigo por Gringarten em 2006. Nesse trabalho Gringarten divide a evolução dos métodos de avaliação por década. Segundo o autor, nos anos 1950 os métodos resumiam-se à identificação de linhas retas em gráficos específicos, com ênfase nos reservatórios homogêneos. No final dos anos 1960 e início dos anos 1970 as análises eram suportadas por curvas-tipo obtidas com o uso de funções de Green, privilegiando a identificação dos efeitos próximos ao poço. No final dos anos 1970 as curvas-tipo foram elaboradas com o auxílio do algoritmo de Stehfest (1970), tendo ênfase em reservatórios de dupla porosidade. No início dos anos 1980 o método das derivadas enfatizou as interpretações de testes em reservatórios heterogêneos. Já nos anos 1990 a tecnologia contribuiu decisivamente com medidores de alto desempenho, possibilitando avaliar diversas camadas de uma mesma formação por meio da integração dos diversos métodos de avaliação. Por fim, no início deste século a técnica de deconvolução ganhou notoriedade com os trabalhos de Onur & Reynolds (1998), von Schroeter *et al.* (2004), Levitan (2006) e Kuchuk *et al.* (2010).

Vale registrar que nos últimos 40 anos os métodos de avaliação ganharam relevância nas empresas de petróleo através da integração com as atividades de modelagem geológica e de simulação de reservatórios. A utilização de sofisticados simuladores desenvolvidos por empresas prestadoras de serviço, onde os dados de teste interpretados são incorporados aos modelos de escoamento dos fluidos no reservatório é cada vez mais frequente.

Vale também destacar que inúmeros trabalhos, dentre teses, dissertações e artigos apresentados em congressos internacionais, foram publicados por engenheiros de avaliação de reservatórios da Petrobras S.A. Entre eles podem ser citados: Rosa & Horne (1983), Correa (1983), Correa & Ramey (1987), Carvalho & Rosa (1988), Rosa & Carvalho (1989), Peres *et al.* (1989), Kato (1990), Coelho (1991), Oliveira (1991), Rosa & Horne (1991a), Rosa & Horne (1991b), Carvalho *et al.* (1992), Camargo (1993), Vieira & Rosa (1993), Feitosa (1995), Rosa & Horne (1996), Spinelli (1997), Peres & Reynolds (2003), Marques (2008), Barreto (2011), Coutinho (2011), Keidel (2011), Araújo, M. (2012), Costa (2013), Ribeiro (2014), Miranda (2014), Sousa (2014), Araújo, R. (2016), Martini (2017), Toledo (2017), Galvão, M. C. (2018), Kubota & Keidel (2019), Galvão, M. R. (2019), Lino (2019), Sousa (2019), Pelisoli (2019), Piazza (2019), Kubota & Piccinini (2020) e Guimarães (2021).



2. TEORIA FUNDAMENTAL

Neste capítulo são mostrados os conceitos básicos e os modelos teóricos clássicos utilizados na *análise de teste de pressão em poços*. Aqui são desenvolvidas em detalhes as equações de comportamento da pressão do poço e do reservatório para diferentes regimes de escoamento de fluidos em meio poroso. Compreender este comportamento é essencial para a análise de teste de pressão em poços de petróleo.

2.1. Conceitos Fundamentais e Equação da Difusividade

O fenômeno físico é o do escoamento monofásico de fluidos em meio poroso. São considerados dois casos: o escoamento de um fluido de compressibilidade pequena e constante e o escoamento de um gás. O caso de escoamento multifásico é tratado brevemente na Seção 2.1.3. A equação que descreve o escoamento de um fluido num meio poroso é chamada de *equação da difusividade hidráulica*, a partir da qual são desenvolvidas soluções para as diversas condições do reservatório. Para o desenvolvimento de um modelo analítico que represente satisfatoriamente este fenômeno físico é necessário o estabelecimento de hipóteses e premissas, em geral simplificadoras.

Inicialmente é mostrada a dedução da equação de difusividade. Esta equação é resultante da combinação de três princípios fundamentais da física: o princípio da conservação da massa, uma equação de transporte e uma equação de estado. Este procedimento é válido tanto para o escoamento monofásico quanto para o escoamento multifásico. O princípio de conservação da massa é expresso matematicamente através da equação da continuidade. A equação de transporte de fluido adotada é a lei de Darcy (1856) e a equação de estado é a da compressibilidade do sistema, tanto dos fluidos como do meio poroso.

2.1.1. Equação da difusividade – Caso óleo

Na formulação da equação da difusividade hidráulica em sistemas monofásicos – caso óleo – são admitidas as seguintes hipóteses:

- Meio poroso homogêneo e isotrópico
- Escoamento estritamente horizontal e isotérmico
- Escoamento 3D (tridimensional) monofásico
- Sistema com um único fluido (saturação igual a 100%)
- Poço penetrando totalmente a formação
- Pequenos gradientes de pressão
- Fluido com compressibilidade pequena e constante, e viscosidade constante
- Rocha com compressibilidade pequena e constante
- Forças gravitacionais desprezíveis
- Fluido e rocha não reagem entre si.

Para o desenvolvimento das equações é utilizado um elemento de meio poroso, denominado de volume de controle, através do qual o fluido escoar com saturação igual a 100%, ou seja, somente um fluido está presente no meio. A geometria do volume de controle está associada a um dado sistema de coordenadas, que pode ser cartesiano, cilíndrico etc. Para o problema em questão, ou seja, escoamento 3D, é adotado o sistema cartesiano de coordenadas e um volume de controle conforme esquematizado na

Figura 2.1. Este volume tem a forma de um paralelepípedo com dimensões Δx , Δy e Δz , e o escoamento através do mesmo é estudado durante um intervalo de tempo Δt . É interessante observar que a coordenada de um dos vértices do paralelepípedo é (x, y, z) e, portanto, o volume de controle representa um ponto genérico no meio poroso.

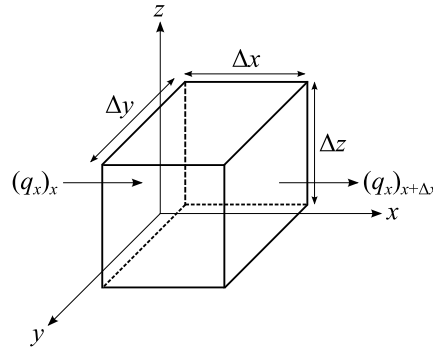


Figura 2.1 – Escoamento de fluido através de um elemento de meio poroso.

Inicialmente é deduzida a equação da continuidade com base no princípio da conservação da massa e, em seguida, é introduzida a equação de Darcy. Antes de proceder à dedução da equação da continuidade é apresentada uma breve discussão sobre o princípio da conservação da massa e da lei de Darcy.

O *princípio da conservação da massa* aplicado a um volume de controle (V.C.) estabelece basicamente que

massa que sai do V.C. no intervalo de tempo Δt	-	massa que entra no V.C. no intervalo de tempo Δt	+	variação de massa no V.C. no intervalo de tempo Δt	= 0	(2.1)
--	---	--	---	--	-----	-------

Já a *lei de Darcy* foi formulada por Henry Darcy (1856) quando estudava problemas de tratamento de água através de filtros de areia. Um esquema do aparato experimental utilizado por ele é mostrado na Figura 2.2. Darcy observou que a vazão através de um meio poroso era proporcional à área aberta ao escoamento e à perda de potencial hidráulico, e inversamente proporcional ao comprimento do meio poroso e à viscosidade do fluido. Os resultados de seus experimentos seguiam a equação

$$q = KA \frac{h_1 - h_2}{L}, \quad (2.2)$$

onde q representa a vazão de água através do cilindro de areia cuja seção transversal é igual a A , L é o comprimento percorrido pelo fluido no filtro, h_1 e h_2 são as alturas de água em manômetros colocados nas faces de entrada e de saída do filtro (medidas a partir de um mesmo nível de referência) e representam o potencial hidráulico nesses dois pontos, e K é uma constante de proporcionalidade relacionada ao meio poroso. Mais tarde, com a ajuda de outros investigadores, e realizando experimentos com outros fluidos que não a água, descobriu-se que a constante K podia ser escrita como função da viscosidade e do peso específico do fluido, através da relação

$$K = k \frac{\gamma}{\mu}, \quad (2.3)$$

onde γ e μ representam o peso específico e a viscosidade do fluido, respectivamente. Desta forma a constante k representa a permeabilidade absoluta da rocha, sendo uma propriedade intrínseca desta.

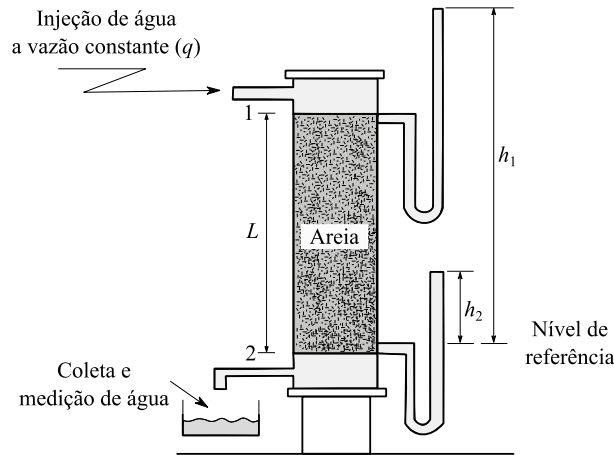


Figura 2.2 – Esquema de um filtro de areia utilizado nos experimentos de Henry Darcy, 1856. Reproduzida de Dake (1978). Copyright ©, com permissão de Elsevier Scientific Publishing Company.

Para um escoamento horizontal, a Eq. (2.2) pode ser escrita como:

$$q = \frac{kA}{\mu} \frac{\Delta p}{L}. \quad (2.4)$$

Apesar da característica essencialmente macroscópica, a lei de Darcy, dada pela Eq. (2.4), pode ser escrita de forma generalizada como:

$$v_s = -\frac{k_s}{\mu} \frac{\partial p}{\partial s}, \quad (2.5)$$

onde s é uma trajetória qualquer de escoamento horizontal, k_s a permeabilidade do meio poroso na direção do escoamento e $v_s = q/A$ a *velocidade aparente* do fluido através do meio poroso. Observa-se que a lei de Darcy relaciona a velocidade aparente do fluido no meio poroso com o gradiente de potencial (nesse caso, pressão).

O sinal negativo na Eq. (2.5) indica que o escoamento se processa no sentido de potenciais decrescentes. Embora a lei de Darcy seja limitada para escoamento que apresente número de Reynolds menor que a unidade, continua mesmo assim sendo a lei mais popularmente utilizada para escoamento em meio poroso, uma vez que no caso de líquido o escoamento em geral apresenta número de Reynolds baixo. Forchheimer (1901) apresentou uma ampliação do uso da equação de Darcy considerando escoamentos com número de Reynolds maior que a unidade. A equação de Darcy é, portanto, um caso particular da equação de Forchheimer.

A equação da continuidade pode ser desenvolvida a partir da aplicação da lei da conservação da massa. A Figura 2.3 ilustra a movimentação do fluido na direção x através do elemento de meio poroso de área transversal A . As faces A e A' são retângulos com lados Δy e Δz , ou seja, têm uma área igual a $(\Delta y \Delta z)$. Da mesma forma, as faces normais às direções y e z têm, respectivamente, áreas $(\Delta x \Delta z)$ e $(\Delta x \Delta y)$.

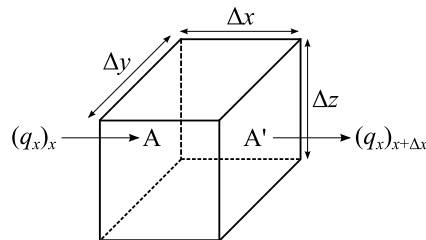


Figura 2.3 – Escoamento de fluido através de um elemento de meio poroso.

As vazões de entrada e de saída na direção x são representadas por q_x , acompanhada dos subscritos x e $(x+\Delta x)$, que indicam, respectivamente, as posições de entrada e de saída do fluido. O primeiro subscrito indica a direção considerada. Portanto,

$$\text{Vazão de fluido que entra} = (q_x)_x \quad (2.6)$$

e

$$\text{Vazão de fluido que sai} = (q_x)_{x+\Delta x} \quad (2.7)$$

Como q representa a vazão volumétrica, isto é, volume por unidade de tempo, deve ser multiplicada pela massa específica ρ , para se obter a vazão mássica, uma vez que se deseja trabalhar com "conservação da massa". Assim,

$$\text{Vazão de massa que entra} = (q_x \rho)_x \quad (2.8)$$

e

$$\text{Vazão de massa que sai} = (q_x \rho)_{x+\Delta x} \quad (2.9)$$

A massa total que penetra o meio poroso através da face A e a massa que sai através da face A' durante o intervalo de tempo Δt são, respectivamente,

$$\text{Massa que entra} = \Delta t (q_x \rho)_x \quad (2.10)$$

e

$$\text{Massa que sai} = \Delta t (q_x \rho)_{x+\Delta x} \quad (2.11)$$

Se por acaso o escoamento houvesse ocorrido apenas na direção x , a variação de massa dentro do meio poroso durante o espaço de tempo considerado teria sido exatamente a diferença entre a massa que entra e a massa que sai nessa direção. Dessa maneira,

$$\text{Variação de massa} = \Delta t [(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x}] \quad (2.12)$$

O mesmo raciocínio pode ser feito para o movimento do fluido nas direções y e z , obtendo-se as parcelas

$$\text{Variação de massa} = \Delta t [(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y}] \quad (2.13)$$

para a direção y , e

$$\text{Variação de massa} = \Delta t [(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z}] \quad (2.14)$$

para a direção z . Como o escoamento está ocorrendo nas três direções, a variação total de massa é igual à soma das três parcelas. Assim,

$$\text{Variação total} = \Delta t [(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x}] + \Delta t [(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y}] + \Delta t [(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z}] \quad (2.15)$$

A variação de massa dentro do elemento de meio poroso pode ser obtida também por meio de um balanço de materiais. Note-se que a variação de massa durante o intervalo de tempo Δt é a diferença entre a massa existente no meio poroso no final do intervalo de tempo e a massa existente no começo do intervalo. Considerando-se que o início do intervalo de tempo seja um instante t qualquer, o final do intervalo será $(t+\Delta t)$. As massas dentro do meio poroso nos instantes t e $(t+\Delta t)$ são dadas, respectivamente, por

$$\text{Massa no início} = (\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho)_t \quad (2.16)$$

e

$$\text{Massa no final} = (\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho)_{t+\Delta t} \quad (2.17)$$

A diferença entre essas duas parcelas é a variação de massa durante o intervalo de tempo Δt . Logo,

$$\text{Variação total de massa} = \Delta x \Delta y \Delta z [(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t] \quad (2.18)$$

Quaisquer que sejam os caminhos escolhidos para o cálculo da variação de massa, os resultados obtidos devem ser iguais. Portanto, as Eqs. (2.15) e (2.18) devem ser iguais, resultando

$$\begin{aligned} \Delta t [(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x}] + \Delta t [(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y}] + \\ + \Delta t [(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z}] = \Delta x \Delta y \Delta z [(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dividindo-se esta expressão por $(\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t)$ chega-se a

$$\frac{(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x}}{\Delta x \Delta y \Delta z} + \frac{(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y}}{\Delta x \Delta y \Delta z} + \frac{(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z}}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \quad (2.20)$$

O quociente entre a vazão q e a área através da qual o escoamento está ocorrendo, por definição, é chamada de *velocidade aparente do fluido*. Assim, o quociente entre a vazão q_x e a área A é a velocidade aparente do fluido na direção x , que normalmente é representada por v_x . Como a área A é igual ao produto $(\Delta y \Delta z)$, a velocidade aparente na direção x é dada pela expressão

$$v_x = \frac{q_x}{\Delta y \Delta z} \quad (2.21)$$

Da mesma forma as expressões das velocidades aparentes nas direções y e z são dadas, respectivamente, por

$$v_y = \frac{q_y}{\Delta x \Delta z} \quad (2.22)$$

e

$$v_z = \frac{q_z}{\Delta x \Delta y} \quad (2.23)$$

A substituição das Eqs. (2.21) a (2.23) na Eq. (2.20) resulta

$$\frac{(v_x \rho)_x - (v_x \rho)_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{(v_y \rho)_y - (v_y \rho)_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{(v_z \rho)_z - (v_z \rho)_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \quad (2.24)$$

Fazendo-se Δx , Δy , Δz e Δt muito pequenos e aplicando-se a definição de limite à Eq. (2.24) obtém-se

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(v_x \rho)_x - (v_x \rho)_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(v_y \rho)_y - (v_y \rho)_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{(v_z \rho)_z - (v_z \rho)_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \quad (2.25)$$

Utilizando-se da definição de derivada chega-se finalmente à chamada *equação da continuidade*, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x}(v_x \rho) + \frac{\partial}{\partial y}(v_y \rho) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z \rho) = - \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) \quad (2.26)$$

A Eq. (2.26), apesar da sua aparente sofisticação, é apenas um balanço de massa que pode ser expresso do seguinte modo: "A diferença entre a massa que entra e a massa que sai do volume de controle, nas três direções de escoamento, num dado intervalo de tempo infinitesimal Δt , é igual à variação de massa dentro do volume de controle nesse intervalo de tempo".

As expressões das velocidades aparentes nas três direções de escoamento são dadas pela lei de Darcy, Eq. (2.5), com s substituído por x , y e z , respectivamente. Ao se introduzir as expressões das velocidades na equação da continuidade, Eq. (2.26), obtém-se uma nova forma para a equação diferencial do escoamento, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (2.27)$$

Neste ponto são introduzidas na equação diferencial do escoamento as equações de estado, isto é, as equações que representam as compressibilidades dos fluidos e da rocha. Portanto, a Eq. (2.27) ainda é geral com respeito ao tipo de fluido.

Pode-se optar por desenvolver a equação da difusividade para líquido ou para gás, escolhendo-se para isso a equação de estado conveniente. Para o caso de escoamento de líquidos pode-se usar a equação geral da compressibilidade dos fluidos, escrita na forma

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}. \quad (2.28)$$

A Eq. (2.28) pode ser desdobrada em função de x , y e z para ser incorporada à Eq. (2.26), obtendo-se as igualdades

$$\rho \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad \rho \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad \text{e} \quad \rho \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial z}. \quad (2.29)$$

A utilização destas expressões na Eq. (2.27) resulta

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2.30)$$

onde c é a compressibilidade do líquido. O desenvolvimento do lado direito da Eq. (2.30) produz

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (2.31)$$

Utilizando-se da Eq. (2.28) e da definição de compressibilidade efetiva da formação, dada por

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (2.32)$$

podem ser obtidas as seguintes expressões:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.33)$$

e

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = c_f \phi \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.34)$$

cuja combinação resulta

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = c_f \phi \frac{1}{c\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.35)$$

Assim, a substituição da Eq. (2.35) na Eq. (2.31) produz

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) = \frac{\phi}{c} (c + c_f) \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.36)$$

A soma da compressibilidade do fluido c com a compressibilidade efetiva da formação c_f é chamada de *compressibilidade total* e é representada por c_t , isto é, $c_t = c + c_f$. Desse modo a Eq. (2.36) pode finalmente ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) = \frac{\phi c_t}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.37)$$

e a substituição da Eq. (2.37) na Eq. (2.30) resulta na seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = \frac{\phi c_t}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.38)$$

Considerando-se a compressibilidade e a viscosidade do fluido constantes, a Eq. (2.38) é simplificada, resultando

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = \phi \mu c_t \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.39)$$

Para um meio poroso homogêneo e isotrópico, as permeabilidades nas três direções são iguais a uma constante, ou seja, $k_x = k_y = k_z = k$. Neste caso a Eq. (2.39) reduz-se para

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.40)$$

Como é comum se medir a pressão do fluido no reservatório, em vez da sua massa específica, é conveniente escrever a Eq. (2.40) em termos da pressão. Partindo-se da propriedade das derivadas e utilizando-se a Eq. (2.29), obtém-se

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(c\rho \frac{\partial p}{\partial x} \right) = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2. \quad (2.41)$$

Similarmente, os termos em y e z resultam em

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \quad (2.42)$$

e

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2. \quad (2.43)$$

Também o lado direito da Eq. (2.40) pode ser desenvolvido, resultando

$$\frac{\phi\mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\phi\mu c_t}{k} c\rho \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.44)$$

Substituindo as Eqs. (2.41) a (2.44) na Eq. (2.40) produz

$$c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 = \frac{\phi\mu c_t}{k} c\rho \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.45)$$

Tanto a compressibilidade do líquido como os gradientes de pressão são em geral valores muito pequenos, de modo que quando elevados ao quadrado resultam em termos menores ainda e, portanto, desprezíveis quando comparados com os outros termos da equação. Assim, considere-se que

$$c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \rightarrow 0, \quad c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \rightarrow 0, \quad c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \rightarrow 0 \quad (2.46)$$

Após essa simplificação, a equação diferencial do escoamento, em termos de pressão, apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{k}{\phi\mu c_t} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.47)$$

A Eq. (2.47) é conhecida como *equação da difusividade hidráulica*. O termo $k/(\phi\mu c_t)$ é chamado de *constante de difusividade hidráulica* e é normalmente representado pelo símbolo η , ou seja:

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu c_t}. \quad (2.48)$$

Logo, a equação da difusividade hidráulica pode ser escrita de forma mais compacta como

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.49)$$

As equações diferenciais deduzidas nesta seção admitem que somente um fluido sature o meio poroso. Na prática sabe-se que há sempre a presença de pelo menos mais um fluido no meio poroso (água). No caso de um meio poroso saturado com água e óleo, por exemplo, em que somente o óleo esteja escoando (escoamento monofásico), a teoria apresentada e as soluções da equação da difusividade discutidas nas próximas seções continuam válidas desde que a compressibilidade total seja calculada por

$$c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_f \quad (2.50)$$

e que a permeabilidade absoluta seja substituída pela permeabilidade efetiva ao óleo (k_o). A Eq. (2.49) representa a equação da difusividade hidráulica para o sistema de coordenadas cartesianas. Para os sistemas de coordenadas cilíndricas, esféricas e elípticas, as equações da difusividade são dadas, respectivamente, por:

a) Coordenadas cilíndricas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.51)$$

Se o escoamento for restrito apenas à direção radial r , então a Eq. (2.51) se torna

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.52)$$

onde $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$, conforme ilustrado na Figura 2.4.

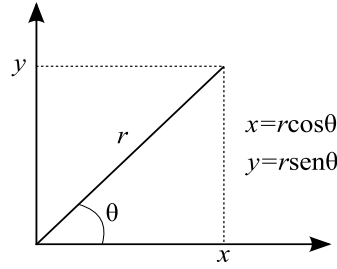


Figura 2.4 – Coordenadas cilíndricas – sistema radial de escoamento.

b) Coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} \right] = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.53)$$

Para o escoamento restrito apenas à direção r , a Eq. (2.53) se reduz para

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.54)$$

onde $x = r \sin \theta \cos \phi$, $y = r \sin \theta \sin \phi$ e $z = r \cos \theta$.

c) Coordenadas elípticas

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \eta^2} = \frac{1}{2} a^2 (\cosh 2\xi - \cos 2\eta) \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.55)$$

onde $x = a \cosh \xi \cos \eta$ e $y = a \sinh \xi \sin \eta$, sendo ξ e η as coordenadas elípticas.

2.1.2. Equação da difusividade – Caso gás

Conforme a dedução apresentada na seção anterior, a equação da continuidade para escoamento tridimensional, em coordenadas cartesianas, é dada pela Eq. (2.26), ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x} (v_x \rho) + \frac{\partial}{\partial y} (v_y \rho) + \frac{\partial}{\partial z} (v_z \rho) = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (2.56)$$

Para o caso de escoamento radial horizontal pode-se mostrar que, utilizando-se do sistema de coordenadas cilíndricas, a equação da continuidade passa a ser expressa como (Matthews & Russel, 1967):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho), \quad (2.57)$$

onde v_r é a velocidade aparente de escoamento na direção radial. Segundo a lei de Darcy, para escoamento horizontal a velocidade aparente do fluido é dada por

$$v_s = -\frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial s}, \quad (2.58)$$

onde s é a trajetória horizontal de escoamento. A Eq. (2.58) é válida somente para pequenos gradientes de potencial ou de pressão.

No escoamento de fluidos em meios porosos geralmente utiliza-se como equação de estado a compressibilidade isotérmica, definida por

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T, \quad (2.59)$$

que pode ser escrita como

$$c = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T. \quad (2.60)$$

No caso particular de escoamento de gás, utiliza-se da equação de estado dos gases reais, ou seja:

$$\rho = \frac{M}{ZRT} p. \quad (2.61)$$

Aplicando a Eq. (2.61) para gás ideal ($Z = 1$) resulta

$$\rho = \frac{M}{RT} p. \quad (2.62)$$

Na equação da continuidade, Eq. (2.56), as expressões das velocidades nas três direções de escoamento são dadas pela lei de Darcy, Eq. (2.58), com s substituído por x , y e z , respectivamente. Ao se introduzir as expressões das velocidades, obtém-se uma nova forma para a equação diferencial do escoamento em coordenadas cartesianas, ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (2.63)$$

Para um meio poroso homogêneo e isotrópico, as permeabilidades nas três direções são iguais a uma constante, ou seja, $k_x = k_y = k_z = k$. Neste caso a Eq. (2.63) se reduz para

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (2.64)$$

Similarmente, para escoamento radial horizontal obtém-se

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2.65)$$

ou, simplesmente,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2.66)$$

para um meio poroso homogêneo e isotrópico em que $k_r = k$, sendo k_r a permeabilidade na direção radial.

a) Gás ideal

Para um gás ideal admite-se que a viscosidade do gás seja constante. Assim, as equações diferenciais são:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\mu}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2.67)$$

em coordenadas cartesianas, e

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\mu}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2.68)$$

em coordenadas cilíndricas. Conforme mostrado na seção anterior, a derivada do lado direito das Eqs. (2.67) e (2.68) pode ser escrita como

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \frac{\phi c_t}{c_g} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (2.69)$$

onde $c_t = c_g + c_f$ e c_g é a compressibilidade do gás. No entanto, quando o gás se comporta como ideal (baixas pressões), a sua compressibilidade é muito maior que a da formação, podendo-se então admitir que $c_t \approx c_g$. Assim,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.70)$$

Mas, da equação de estado dos gases ideais indicada em (2.62), tem-se

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{M}{RT}, \quad (2.71)$$

de modo que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.72)$$

e, portanto,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.73)$$

Substituindo as Eqs. (2.62) e (2.73) na Eq. (2.67) obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M}{RT} p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M}{RT} p \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{M}{RT} p \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\phi \mu}{k} \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.74)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\phi \mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.75)$$

que ainda pode ser escrita como

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = \frac{2\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\phi\mu}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (2.76)$$

Como a compressibilidade de um gás ideal é $c_g = 1/p$, o lado direito desta equação pode ser escrito em termos da compressibilidade do gás, ou seja:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = \frac{\phi\mu c_g}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (2.77)$$

Para escoamento radial, a equação pode ser escrita como

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{M}{RT} p r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu}{k} \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.78)$$

ou

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.79)$$

ou ainda

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{2\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\phi\mu}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (2.80)$$

Para um gás ideal, o lado direito desta equação pode ser escrito em termos da compressibilidade do gás, ou seja:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu c_g}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (2.81)$$

ou, de forma equivalente:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{\phi\mu c_g}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (2.82)$$

b) Gás real

No estudo do escoamento de um gás real através de um meio poroso utiliza-se o conceito de *potencial do gás real*, também conhecido como *pseudopressão do gás real*, desenvolvido por Al-Hussainy *et al.* (1965), definido como

$$m(p) = 2 \int_{p_b}^p \frac{p dp}{\mu Z}, \quad (2.83)$$

onde p_b é uma pressão base arbitrária. A escolha de p_b é irrelevante, pois normalmente usa-se nas equações de escoamento uma diferença entre dois valores de $m(p)$. Por exemplo,

$$m(p_2) - m(p_1) = 2 \int_{p_b}^{p_2} \frac{p dp}{\mu Z} - 2 \int_{p_b}^{p_1} \frac{p dp}{\mu Z} = 2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{\mu Z}, \quad (2.84)$$

A vantagem do uso da pseudopressão do gás real é que não requer tantas hipóteses simplificadoras como no caso do gás ideal. Os termos da integral que aparece na definição de $m(p)$, Eq.(2.83), são funções da pressão e podem ser obtidos da análise PVT do gás ou de correlações. Um método qualquer de integração (regra de Simpson, por exemplo) possibilita a determinação de valores de $m(p)$.

Deste modo, as equações diferenciais do escoamento podem ser escritas em função da pseudopressão do gás $m(p)$. Para isso utiliza-se a regra de Leibniz e a seguinte manipulação matemática:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial x} = \frac{\partial m(p)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{2p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2.85)$$

de onde se obtém

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial x}. \quad (2.86)$$

Similarmente,

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial z}, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial r} \quad (2.87)$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (2.88)$$

Admitindo-se novamente que $c_t \cong c_g$, lembrando que

$$\partial \rho = c_g \rho \partial p \quad (2.89)$$

e substituindo as Eqs. (2.62), (2.70), (2.86), (2.87) e (2.88) na Eq. (2.64) resulta a equação da difusividade hidráulica para escoamento tridimensional de gases reais em coordenadas cartesianas, ou seja:

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m(p)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m(p)}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c_g}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (2.90)$$

Para um escoamento radial horizontal obtém-se

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right] = \frac{\phi \mu c_g}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (2.91)$$

As Eqs. (2.90) e (2.91) são idênticas às equações desenvolvidas para o caso de escoamento de líquidos, com exceção de que no caso do escoamento de gases não foram necessárias hipóteses simplificadoras com respeito a pequenos gradientes de pressão, embora estes devam ser suficientemente pequenos para que seja válida a lei de Darcy. Deve-se observar ainda que, apesar do uso da função pseudopressão do gás real, $m(p)$, as equações da difusividade obtidas são não lineares, já que a viscosidade e a compressibilidade do gás dependem da pressão.

Uma aproximação para se contornar o problema da não linearidade das equações da difusividade para gás real tem sido a de se usar para o produto μc_g o seu valor inicial $(\mu c_g)_i$, avaliado à pressão inicial do sistema (p_i) . Felizmente, a viscosidade do gás é uma função crescente da pressão, enquanto a

compressibilidade do gás é uma função decrescente da pressão, o que tende a reduzir a dependência do produto μc_g em relação à pressão. Esse efeito é particularmente favorável para altas pressões, quando o produto μc_g é aproximadamente constante.

Para longos tempos de produção, quando o reservatório atinge um regime de escoamento estabilizado (permanente ou pseudopermanente), o produto μc_g é bastante diferente do inicial e aparentemente resultaria em erro considerável nos cálculos. No entanto, as equações para regimes de escoamento estabilizados não dependem do produto μc_g quando é empregada a pseudopressão $m(p)$.

Em algumas situações, dependendo do comportamento do grupo de parâmetros e variáveis $p/\mu Z$, a função $m(p)$ pode ser simplificada. A Figura 2.5 ilustra o comportamento típico de $p/\mu Z$ em função da pressão p para um gás natural.

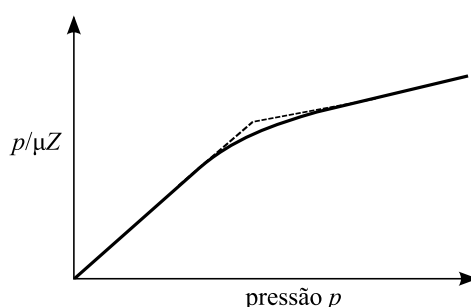


Figura 2.5 – Gráfico típico de $p/\mu Z$ versus p para um gás natural.

Para baixas pressões, o conjunto $p/\mu Z$ é proporcional à pressão, o que significa que o produto μZ é constante, isto é, $p/\mu Z = ap$, onde a é uma constante ($a = 1/\mu Z$). Neste caso

$$\Delta m(p) = 2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{\mu Z} dp = a(p_2^2 - p_1^2) = a\Delta p^2 \quad (2.92)$$

e, portanto, a equação da difusividade para o escoamento de gás pode ser escrita em termos de p^2 . Em outras palavras, para baixas pressões o gás se comporta como um gás ideal e a equação da difusividade toma a forma, por exemplo, das Eqs. (2.77) e (2.81). A equação da difusividade torna-se então semelhante à do escoamento de líquido, bastando substituir p por p^2 .

Conforme indica a Figura 2.5, quando a pressão é suficientemente alta o quociente $p/\mu Z$ também se comporta linearmente com a pressão. Neste caso é comum se utilizar diretamente as equações para escoamento de líquidos em termos de p , já que devido à pressão alta o gás se comporta como se fosse um líquido.

Para um gás natural típico, o limite superior para o uso da equação em termos de p^2 (baixas pressões) é da ordem de 100 kgf/cm^2 , enquanto em termos de p (altas pressões) o limite inferior é da ordem de 200 kgf/cm^2 . Em qualquer dos casos, porém, é recomendável o uso da pseudopressão $m(p)$, o que elimina a necessidade de verificação dos intervalos de validade das aproximações citadas.

É importante observar que o uso da função $m(p)$, como foi visto, permite a obtenção de equações diferenciais similares às obtidas para escoamento de líquidos. Isso possibilita que as soluções da equação da difusividade sejam escritas diretamente por analogia com as equações válidas para o caso de líquidos.

2.1.3. Sistemas multifásicos

Uma formulação rigorosa para o escoamento multifásico deve levar em consideração a distribuição espacial de cada um dos componentes do fluido (por exemplo: metano, etano etc.) em função do tempo.

Nesta formulação, denominada *modelo composicional*, um balanço de massa é feito para cada componente. Todas as propriedades dos fluidos são calculadas rigorosamente como função da pressão, da temperatura e da composição do fluido.

Uma segunda opção é considerar o *modelo beta*. Este modelo admite que o fluido seja composto de dois pseudocomponentes, gás e óleo. Em geral, os pseudocomponentes gás e óleo podem estar presentes tanto na fase líquida oleosa quanto na fase gasosa. Pode-se considerar também uma terceira fase, *fase líquida aquosa*, composta por água de formação e gás em solução. As propriedades de cada fase (oleosa, aquosa e gasosa) são tomadas como função da pressão e da temperatura.

Outra opção, menos precisa, é o *modelo black-oil*. Nesta formulação, caso particular do modelo beta, o pseudocomponente gás pode ocorrer nas três fases (oleosa, aquosa e gasosa), enquanto o pseudocomponente óleo está restrito apenas à fase líquida oleosa. As parcelas de gás dissolvidas nos fluidos líquidos são avaliadas pelo valor da razão de solubilidade, R_s e R_{sw} , respectivamente as razões de solubilidade do gás no óleo e na água. O uso do fator de volume de formação dos fluidos nesta formulação, B_o , B_w e B_g , correspondentes ao óleo, à água e ao gás, respectivamente, permite avaliar a mudança de volume de cada componente em cada fase à medida que os fluidos são elevados da condição de subsuperfície até a superfície. Esses fatores, se expressos em função da pressão, juntamente com a razão de solubilidade do gás nas fases óleo e água, possibilitam uma formulação relativamente simples para a equação da difusividade.

O modelo *black-oil* é usado para modelar o escoamento de óleos de contração normal ou baixa, enquanto o modelo beta pode ser usado para escoamento de óleo de alta contração (óleo volátil) ou escoamento de gás condensado retrógrado. No entanto, em qualquer dos casos, especialmente nos de óleo de alta contração (muito volátil), o tratamento mais rigoroso é o composicional.

O Apêndice G mostra com detalhes o tratamento da equação da difusividade para sistemas multifásicos, utilizando-se do modelo *black-oil*. Negligenciando-se as diferenças entre pressões capilares e o efeito da gravidade, o escoamento radial multifásico resulta no seguinte sistema de equações para o óleo, o gás e a água, respectivamente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_o}{B_o} \right) \quad (2.93)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{R_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S_g}{B_g} \right) \right] \quad (2.94)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_w}{\mu_w B_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \frac{S_w}{B_w} \right), \quad (2.95)$$

onde

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (2.96)$$

2.1.4. Variáveis adimensionais

O uso de variáveis adimensionais em engenharia de reservatórios de petróleo, identificadas neste livro com o subscrito D , permite que as equações de escoamento em meio poros sejam escritas para qualquer sistema de unidades. Ao definir uma variável adimensional, em geral diretamente proporcional à variável real correspondente, a constante de proporcionalidade envolverá um ou mais parâmetros do reservatório (por exemplo: permeabilidade, viscosidade, porosidade, espessura da formação,

compressibilidade total etc.). Esse artifício possibilita o uso de soluções gerais para situações específicas e pode ser considerado como uma "mudança de escala". Assim, por exemplo, o raio adimensional, o tempo adimensional e a queda de pressão adimensional ou, simplesmente, pressão adimensional, são definidos, respectivamente, como:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (2.97)$$

$$t_D = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (2.98)$$

e

$$p_D = \frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_i - p(r, t)], \quad (2.99)$$

onde r_w é o raio do poço, h a espessura da formação, B o fator de volume de formação do fluido, q a vazão de referência medida em condições-padrão e p_i a pressão inicial do reservatório. As constantes C_1 e C_2 dependem do sistema de unidades empregado. Os valores de C_1 e C_2 , bem como de outras constantes de transformação de unidades, podem ser encontrados no Apêndice I para vários sistemas de unidades. Em um sistema compatível de unidades, SI ou Darcy, por exemplo, $C_1 = 1$ e $C_2 = 1/2\pi$. Já no sistema de unidades usado comumente na Petróleo Brasileiro S.A., $C_1 = 0,0003484$ e $C_2 = 19,03$.

Utilizando-se das variáveis adimensionais indicadas pelas Eqs. (2.97), (2.98) e (2.99), pode-se mostrar que a forma adimensional da equação da difusividade para escoamento radial, Eq. (2.52), é dada por

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.100)$$

ou, de forma equivalente, por

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad (2.101)$$

2.1.5. Condição inicial e condições de contorno

A discussão sobre este item concentra-se nas soluções para o escoamento radial. Nesse caso, o escoamento ocorre radialmente e a equação da difusividade, em termos adimensionais, é a EDP (equação diferencial parcial) dada pela Eq. (2.101). Busca-se conhecer a pressão em função do raio e do tempo, isto é, $p_D = p_D(r_D, t_D)$. A solução pode ser encontrada integrando-se a EDP três vezes: duas vezes em relação ao *raio* e uma vez em relação ao *tempo*. Os parâmetros de integração devem ser conhecidos para se determinar completamente a solução. Tais parâmetros de integração correspondem às chamadas *condição inicial* e *condições de contorno*. As soluções da Eq. (2.101) estão associadas aos modelos físicos de interesse através de duas condições de contorno em relação a r_D e de uma condição inicial em relação a t_D .

Para a condição inicial (CI), considera-se que o reservatório se encontra em repouso numa pressão uniforme igual à pressão inicial p_i . De acordo com a definição de queda de pressão adimensional dada pela Eq. (2.99), a condição inicial estabelece que

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0 \quad \text{para } (r_D > 0) \quad (2.102)$$

Tipicamente três opções para a condição de contorno externa (CCE) são consideradas:

a) Reservatório infinito

O reservatório é muito extenso, de forma que a produção do poço é insuficiente para alterar as condições de repouso no seu limite externo. O reservatório se comporta como se fosse infinito, isto é, não há influência da pressão nos limites externos do reservatório. Matematicamente, esta condição pode ser representada pela equação

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad \text{para } (t_D > 0) \quad (2.103)$$

b) Reservatório realimentado

O reservatório tem raio externo limitado igual a r_e ($r_{eD} = r_e/r_w$), onde a pressão se mantém constante e igual à pressão inicial p_i . Ou seja, o reservatório é realimentado de tal forma que não haja queda de pressão nos limites externos. Nesse caso, de acordo com as definições de variáveis adimensionais dadas pelas Eqs. (2.97), (2.98) e (2.99), a CCE resulta

$$p_D(r_D = r_{eD}, t_D) = 0 \quad \text{para } (t_D > 0) \quad (2.104)$$

c) Reservatório limitado

O reservatório é selado no seu limite externo, isto é, não há escoamento através do limite externo do reservatório. Se não há escoamento no limite externo, ou seja, se a velocidade do fluido é nula no limite externo, o gradiente de pressão naquele ponto deve ser nulo, conforme estabelece a lei de Darcy, e a CCE deve ser

$$\left. \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|_{r_{eD}} = 0 \quad \text{para } (t_D > 0) \quad (2.105)$$

Como condição de contorno interna (CCI) considera-se um poço vertical produzindo com vazão de fundo constante igual a qB , onde q é a vazão medida em condições-padrão. Utilizando a lei de Darcy, dada pela Eq. (2.5), a vazão no poço, num sistema compatível de unidades, pode ser escrita como

$$qB \equiv (-A_r v_r)_{r_w} = (2\pi r_w h) \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \bigg|_{r_w} = -\frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial \Delta p}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (2.106)$$

e a condição de contorno interna resulta

$$\left(r \frac{\partial \Delta p}{\partial r} \right)_{r_w} = -\frac{2\pi kh}{qB\mu} \quad \text{para } (t > 0) \quad (2.107)$$

O sinal negativo que aparece na Eq. (2.106) é apenas uma convenção. Quando o poço está em produção, o sentido da velocidade de escoamento é contrário ao sentido de crescimento da coordenada r e, portanto, a sua vazão seria negativa. O sinal negativo é colocado na equação apenas para reportar uma vazão de produção positiva. Em termos adimensionais a Eq. (2.107) simplifica-se para

$$\left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad \text{para } (t_D > 0) \quad (2.108)$$

2.2. Soluções da Equação da Difusividade – Escoamento Radial

Nesta seção são apresentadas as soluções clássicas da equação da difusividade para sistemas radiais. Essas soluções consideram que um reservatório circular (cilíndrico) seja produzido com vazão de fundo constante (na face da formação) através de um único poço centralizado. O *problema de valor inicial e de contorno* formado pela equação da difusividade hidráulica e as respectivas condições de contorno e inicial associadas aos modelos físicos de interesse pode ser resolvido aplicando-se métodos de solução de equações diferenciais parciais. Algumas das possibilidades são a transformação de Boltzmann e as transformadas de Laplace ou de Fourier, dentre outras. A transformada de Laplace aplicada, por exemplo, às equações do tipo da Eq. (2.100) resulta numa solução geral representada pela combinação linear de funções de Bessel modificadas. Para consulta, nos Apêndices E e F são apresentadas, respectivamente, algumas propriedades da transformada de Laplace e as funções de Bessel modificadas utilizadas neste livro.

2.2.1. Reservatório infinito – Modelo da fonte-linear ou linha-fonte

O modelo da *fonte-linear* ou *linha-fonte* idealiza um poço vertical de dimensões infinitesimais ($r_w \rightarrow 0$) produzindo com vazão de fundo constante na face da formação em um reservatório infinito, ou seja, sem efeitos de limites externos ou fronteiras externas. Mais precisamente, este modelo leva em conta as seguintes hipóteses: o escoamento é radial monofásico de um fluido de compressibilidade pequena e constante, o meio poroso é homogêneo e isotrópico, a porosidade é constante, a espessura é uniforme e com extensão radial infinita e a produção se dá com vazão de fundo constante através de um único poço de raio desprezível.

Pelo exposto nas seções anteriores, o problema da linha-fonte pode ser descrito matematicamente com o seguinte sistema de equações:

$$\text{EDP: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.109)$$

$$\text{CI: } p_D(r_D, t_D = 0) = 0, \quad (r_D > 0) \quad (2.110)$$

$$\text{CCE: } \lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0, \quad (t_D > 0) \quad (2.111)$$

$$\text{CCI: } \lim_{r_D \rightarrow 0} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = -1, \quad (t_D > 0) \quad (2.112)$$

onde $p_D = p_D(r_D, t_D)$. Nesse caso, a condição de contorno interna (CCI) é a Eq. (2.108), produção do poço com vazão constante, escrita para um poço vertical de dimensões infinitesimais ($r_D \rightarrow 0$). A transformada de Laplace pode ser usada para resolver o *problema de valor inicial e de contorno* representado pelas Eqs. (2.109) a (2.112).

A transformada de Laplace de uma função $F(x, t)$ em relação a t , denominada $\bar{F}(x, u)$, é definida como

$$\mathcal{L}\{F(x, t)\} = \bar{F}(x, u) = \int_0^{\infty} e^{-ut} F(x, t) dt, \quad (2.113)$$

onde u é a chamada variável de Laplace. Como já referido, no Apêndice E encontra-se um resumo das propriedades e tabelas das transformadas de Laplace. As propriedades da diferenciação em relação a t e a x , por exemplo, podem ser escritas como

$$\mathcal{L}\{F'(t)\} = \mathcal{L}\left\{\frac{\partial F(t)}{\partial t}\right\} = u\bar{F}(u) - F(0^+) \quad (2.114)$$

e

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial F(x, t)}{\partial x}\right\} = \frac{d\bar{F}(x, u)}{dx}, \quad (2.115)$$

respectivamente, onde u é a variável de Laplace, t é a variável independente em relação à qual a transformada de Laplace é tomada e x é uma variável independente qualquer. Tomando-se a transformada de Laplace da Eq. (2.109) e utilizando-se das propriedades dadas pelas Eqs. (2.114) e (2.115), obtém-se

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \bar{p}_D}{dr_D} = u \bar{p}_D - p_D(r_D, t_D = 0^+). \quad (2.116)$$

A condição inicial do problema, dada pela Eq. (2.110), implica que o último termo da Eq. (2.116) seja nulo. Logo:

$$\frac{d^2 \bar{p}_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \bar{p}_D}{dr_D} - u \bar{p}_D = 0 \quad (2.117)$$

ou, de forma equivalente,

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d \bar{p}_D}{dr_D} \right) - u \bar{p}_D = 0. \quad (2.118)$$

A Eq. (2.118) é uma forma especial da equação de Bessel, cuja solução geral é (Abramowitz & Stegun, 1964):

$$\bar{p}_D(r_D, u) = AK_0(r_D \sqrt{u}) + BI_0(r_D \sqrt{u}), \quad (2.119)$$

onde A e B são constantes arbitrárias a serem determinadas a partir das condições de contorno, e I_0 e K_0 são as funções de Bessel modificadas de 1ª e 2ª espécies, respectivamente, e de ordem zero. O Apêndice F, como já mencionado, apresenta um resumo das propriedades das funções de Bessel modificadas de 1ª e 2ª espécies e ordens 0 e 1. O comportamento das funções de Bessel modificadas pode ser observado na Figura 2.6.

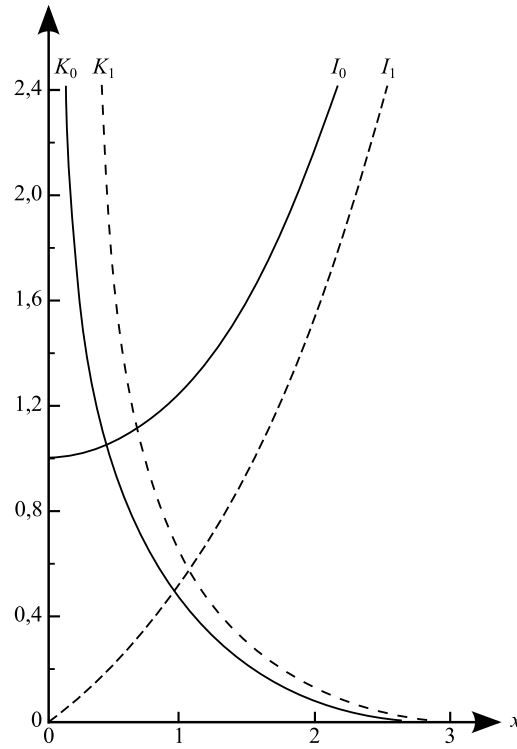


Figura 2.6 – Funções de Bessel modificadas I_0 , I_1 , K_0 e K_1 .

Aplicando-se a transformada de Laplace nas condições de contorno interna e externa, Eqs. (2.111) e (2.112), respectivamente, resulta nas seguintes condições:

$$\text{CCE: } \lim_{r_D \rightarrow \infty} \overline{p_D}(r_D, u) = 0 \quad (2.120)$$

e

$$\text{CCI: } \lim_{r_D \rightarrow 0} \left(r_D \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right) = -\frac{1}{u}. \quad (2.121)$$

Observe que, além da propriedade dada pela Eq. (2.115), utilizou-se a Eq. (E23) da tabela de transformadas de Laplace do Apêndice E, ou seja:

$$\mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{u}. \quad (2.122)$$

Substituindo-se a solução geral do problema, Eq. (2.119), na transformada da CCE, Eq. (2.120), obtém-se:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} [AK_0(r_D \sqrt{u}) + BI_0(r_D \sqrt{u})] = 0. \quad (2.123)$$

Como $K_0(\infty) \rightarrow 0$ e $I_0(\infty) \rightarrow \infty$, conforme pode ser visto na Figura 2.6, conclui-se da Eq. (2.123) que $B = 0$. Consequentemente, a solução geral do problema reduz-se a:

$$\overline{p_D}(r_D, u) = AK_0(r_D \sqrt{u}). \quad (2.124)$$

A constante A é determinada com a última equação restante, a transformada de Laplace da CCI, dada pela Eq. (2.121). Substituindo-se a solução geral do problema, Eq. (2.124), na transformada da CCI, Eq. (2.121), e utilizando-se do fato de que (Abramowitz & Stegun):

$$\frac{d}{dx} K_0(x) = -K_1(x) \quad (2.125)$$

e

$$\lim_{x \rightarrow 0} [x K_1(x)] = 1, \quad (2.126)$$

obtém-se:

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} \left[r_D \frac{d}{dr_D} (A K_0(r_D \sqrt{u})) \right] = \lim_{r_D \rightarrow 0} \left[-A r_D \sqrt{u} K_1(r_D \sqrt{u}) \right] = -\frac{1}{u} \Rightarrow A = \frac{1}{u}, \quad (2.127)$$

onde K_1 é a função de Bessel modificada de 2ª espécie e ordem 1. Assim, no campo de Laplace, a solução do problema da fonte-linear é dada por

$$\overline{p_D}(r_D, u) = \frac{K_0(r_D \sqrt{u})}{u}. \quad (2.128)$$

Deseja-se agora obter a solução do problema no campo real, isto é:

$$p_D(r_D, t_D) \equiv \mathcal{L}^{-1} \left\{ \overline{p_D}(r_D, u) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K_0(r_D \sqrt{u})}{u} \right\}. \quad (2.129)$$

Para tanto, em vez da fórmula de inversão das transformadas de Laplace, podem ser utilizadas as tabelas e as propriedades dessa transformada. De acordo com o Apêndice E, tem-se:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{1}{2t} \exp \left(-\frac{k^2}{4t} \right) \right\} = K_0(k \sqrt{u}), \quad (2.130)$$

onde k é uma constante, e

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\overline{F}(u)}{u} \right\} = \int_0^t F(u) du. \quad (2.131)$$

Então,

$$p_D(r_D, t_D) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K_0(r_D \sqrt{u})}{u} \right\} = \int_0^{t_D} \frac{1}{2t'_D} \exp \left(-\frac{r_D^2}{4t'_D} \right) dt'_D, \quad (2.132)$$

onde t'_D é uma variável muda de integração. Fazendo-se a mudança de variável para

$$z = \frac{r_D^2}{4t'_D}, \quad (2.133)$$

tem-se

$$t'_D = \frac{r_D^2}{4z} \Rightarrow dt'_D = -\frac{r_D^2}{4z^2} dz \quad (2.134)$$

e, portanto,

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} \int_{\infty}^{\frac{r_D^2}{4t_D}} \frac{e^{-z}}{z} dz. \quad (2.135)$$

Finalmente, invertendo os limites de integração, chega-se a

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \int_{\frac{r_D^2}{4t_D}}^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz. \quad (2.136)$$

Sabe-se que a função *integral exponencial* é definida por

$$E_i(x) = -E_i(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz \quad (2.137)$$

e pode ser encontrada sob a forma de tabela ou gráfico em livros ou manuais de matemática. Um resumo sobre a função integral exponencial, incluindo uma tabela com valores, é apresentado no Apêndice A. Assim, a solução do problema da linha-fonte, dada pela Eq. (2.136), pode ser reescrita como

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) = \frac{1}{2} E_i\left(\frac{r_D^2}{4t_D}\right). \quad (2.138)$$

A Eq. (2.138) fornece o valor da queda de pressão adimensional (p_D) em qualquer ponto do reservatório (r_D) e em qualquer tempo (t_D), decorrente da produção constante de um único poço vertical de raio infinitesimal em um reservatório infinito. Esta solução refere-se ao *regime de escoamento radial transiente*. A Figura 2.7 apresenta o gráfico da solução do modelo da linha-fonte dado pela Eq. (2.138).

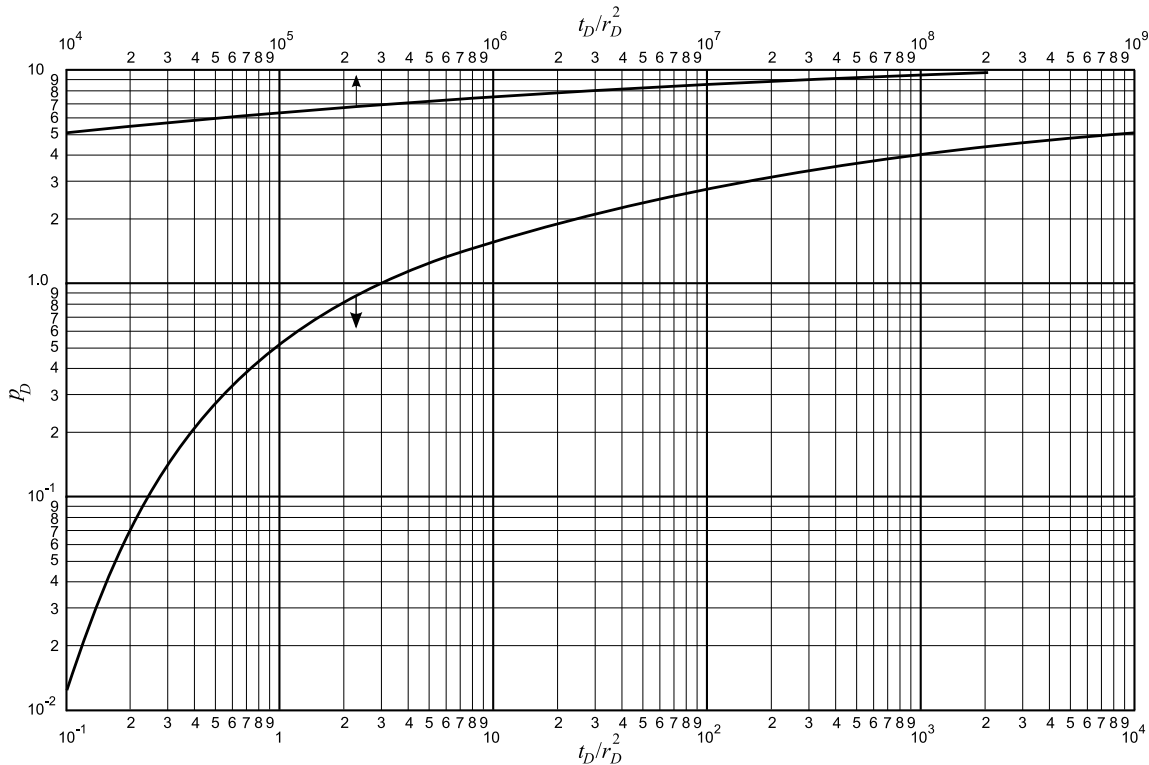


Figura 2.7 – Solução do modelo da linha-fonte em termos adimensionais. Reproduzida de Earlougher (1977).
Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Duas observações são importantes referentes à Figura 2.7. Em primeiro lugar a vantagem de se trabalhar com variáveis adimensionais que permitem a representação gráfica do comportamento do modelo. A segunda observação é que a solução do problema pode ser escrita como função de apenas uma variável, definida como

$$z_D = \frac{r_D^2}{4t_D}. \quad (2.139)$$

Esta transformação é conhecida como *transformada de Boltzmann*. Essa transformada, comumente encontrada nas equações de condução de calor, é limitada aos domínios semi-infinitos, isto é, ao regime transiente. A ideia aqui é introduzir apenas uma variável de similaridade que combine as duas variáveis independentes, transformando a equação diferencial parcial numa equação diferencial ordinária, cuja solução é de menor complexidade. A transformada de Boltzmann aplicada ao modelo da linha-fonte, representado pelas Eqs. (2.109) a (2.112), permite obter a solução do problema sem a utilização do método da transformada de Laplace.

Em termos de variáveis reais, a solução do problema da linha-fonte, dada pela Eq. (2.138), pode ser escrita como

$$p(r,t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[-\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{\phi \mu c_t r^2}{4C_1 kt} \right) \right] = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4C_1 kt} \right) \right]. \quad (2.140)$$

As constantes C_1 e C_2 dependem do sistema de unidades utilizado e podem ser encontradas no Apêndice I. O termo colocado entre colchetes é positivo, indicando que a pressão decorrente é sempre menor que a pressão inicial do reservatório, conforme é esperado. O comportamento da pressão é analisado na Figura 2.8, que mostra um perfil esquemático das pressões ao longo do reservatório em função do raio, para dois tempos consecutivos, t_1 e t_2 .

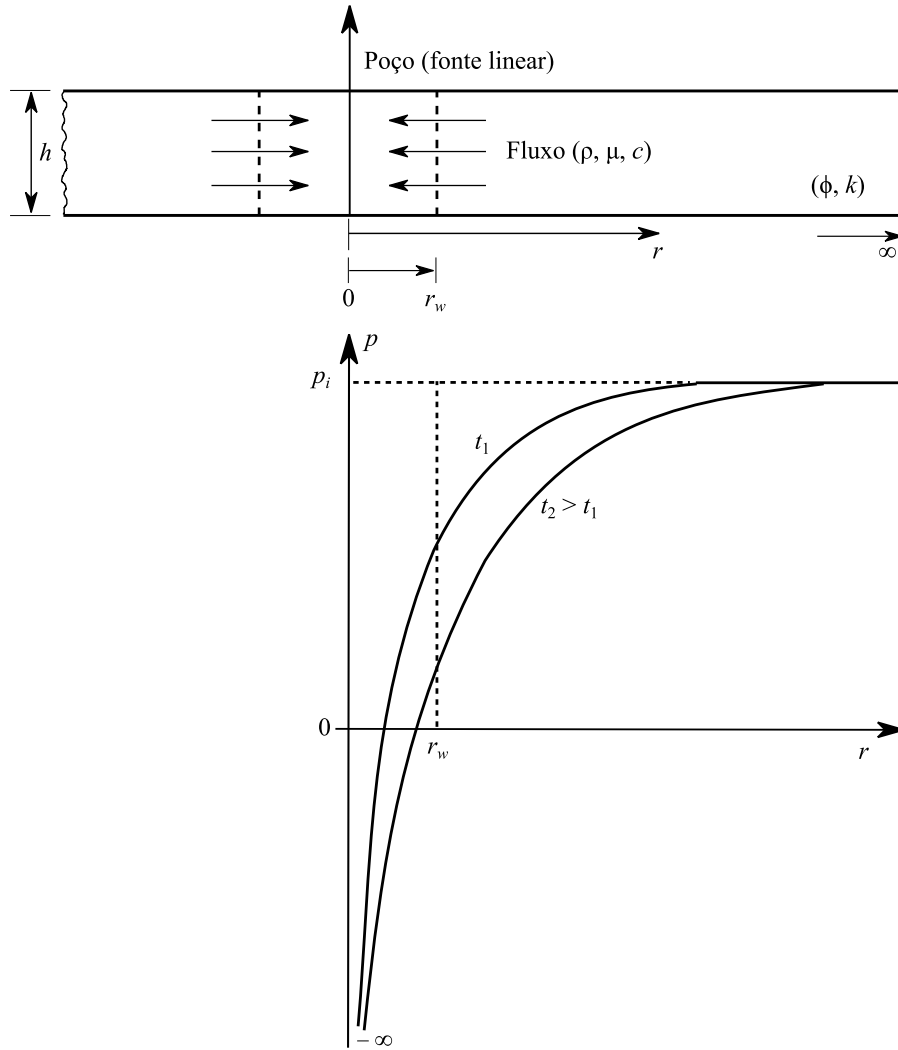


Figura 2.8 – Modelo físico da fonte-linear e distribuição de pressão.

Conforme indica a Figura 2.8, note-se que à medida que o tempo cresce o perfil da queda de pressão se propaga para dentro do reservatório. Observe-se também que a pressão tende para menos infinito quando se aproxima da fonte-linear ($r \rightarrow 0$). Este resultado pode ser explicado pela lei de Darcy. É importante ressaltar que, embora o modelo idealize o poço como uma linha-fonte, o poço tem um raio r_w , de forma que a pressão de fluxo é a pressão no ponto $r = r_w$. Assim, para calcular a pressão de fluxo do poço utiliza-se a Eq. (2.140) com $r = r_w$. Com efeito, a queda de pressão adimensional no poço, $p_{wD}(t_D)$, é obtida com a Eq. (2.138) fazendo $r_D = 1$.

De acordo com Abramowitz & Stegun, para pequenos argumentos a função integral exponencial pode ser aproximada por uma função logarítmica:

$$-E_i(-x) \approx -\ln(e^\gamma x) = -\ln(x) - 0,57722, \quad (2.141)$$

onde γ é a constante de Euler ($\gamma = 0,5772156649$). O erro da aproximação logarítmica da função integral exponencial é menor do que 1% para $x < 0,025$. Então, com erro menor que 1% a solução da linha-fonte, dada pela Eq. (2.138), pode ser aproximada por

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma r_D^2} \right) \quad \text{para } t_D / r_D^2 > 10 \quad (2.142)$$

ou ainda

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0,80907 \right] \quad \text{para } t_D / r_D^2 > 10 \quad (2.143)$$

Em termos de variáveis reais tem-se

$$p(r, t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4C_1 k t}{e^\gamma \phi \mu c_t r^2} \right) \right] \quad \text{para } \frac{\eta t}{r^2} > 10 \quad (2.144)$$

ou, de forma equivalente,

$$p(r, t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r^2} \right) + 0,80907 \right] \quad \text{para } \frac{\eta t}{r^2} > 10 \quad (2.145)$$

onde

$$\eta = \frac{C_1 k}{\phi \mu c_t} \quad (2.146)$$

é a constante de difusividade hidráulica. A pressão calculada no ponto $r = r_w$ (ou $r_D = 1$) representa a pressão no poço. Assim, a partir das Eqs. (2.142) a (2.145) pode-se escrever a pressão no poço como:

$$p_D(r_D = 1, t_D) \equiv p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) \quad \text{para } t_D > 10 \quad (2.147)$$

ou, equivalentemente:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907) \quad \text{para } t_D > 10 \quad (2.148)$$

Em termos de variáveis reais resulta

$$p(r = r_w, t) \equiv p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4C_1 k t}{e^\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) \right] \quad \text{para } \frac{\eta t}{r_w^2} > 10 \quad (2.149)$$

ou ainda

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,80907 \right] \quad \text{para } \frac{\eta t}{r_w^2} > 10 \quad (2.150)$$

Na prática, $t_D = 10$ corresponde a um tempo real da ordem de segundos. Conclui-se que a aproximação logarítmica da função E_i , em termos práticos, é sempre válida para calcular a pressão no poço, independentemente do tempo de produção.

2.2.2. Reservatório infinito – Modelo da fonte cilíndrica

O *modelo da fonte cilíndrica* considera um poço vertical de raio r_w produzindo com vazão de fundo constante em um reservatório infinito e sem efeitos de limites ou de fronteiras. O modelo leva em conta as seguintes hipóteses: o escoamento é radial monofásico de um fluido de compressibilidade pequena e constante, o meio poroso é homogêneo e isotrópico, a porosidade é constante e a espessura uniforme ao longo do reservatório, a extensão radial é infinita e a produção com vazão de fundo constante na face da formação ocorre através de um único poço de raio r_w .

Com base nas seções anteriores, o problema da fonte cilíndrica pode ser descrito matematicamente com o seguinte sistema de equações:

$$\text{EDP: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.151)$$

$$\text{CI: } p_D(r_D, t_D = 0) = 0, \quad (r_D > 1) \quad (2.152)$$

$$\text{CCE: } \lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0, \quad (t_D > 0) \quad (2.153)$$

$$\text{CCI: } \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1, \quad (t_D > 0) \quad (2.154)$$

onde $p_D = p_D(r_D, t_D)$. A transformada de Laplace é utilizada aqui para resolver o *problema de valor inicial e de contorno* representado pelas Eqs. (2.151) a (2.154). Seguindo os mesmos passos do modelo da linha-fonte, isto é, tomando a transformada de Laplace da EDP em relação ao tempo adimensional e utilizando as condições inicial e de contorno externa, Eqs. (2.152) e (2.153), chega-se à mesma solução dada pela Eq. (2.124), ou seja:

$$\overline{p_D}(r_D, u) = AK_0(r_D \sqrt{u}). \quad (2.155)$$

Nesse caso, a constante A é determinada com a Eq. (2.154), condição de contorno interna do problema, cuja transformada de Laplace pode ser escrita como

$$\text{CCI: } \left(r_D \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{u}. \quad (2.156)$$

Substituindo a solução geral do problema, Eq. (2.155), na transformada da CCI, Eq. (2.156), e utilizando o fato de que

$$\frac{d}{dx} K_0(x) = -K_1(x), \quad (2.157)$$

obtem-se

$$\left[r_D \frac{d}{dr_D} [AK_0(r_D \sqrt{u})] \right]_{r_D=1} = \left[-Ar_D \sqrt{u} K_1(r_D \sqrt{u}) \right]_{r_D=1} = -\frac{1}{u} \Rightarrow A = \frac{1}{u \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})}, \quad (2.158)$$

onde K_1 é a função de Bessel modificada de 2ª espécie e ordem 1. Deste modo, a solução do problema no campo de Laplace é

$$\overline{p_D}(r_D, u) = \frac{K_0(r_D \sqrt{u})}{u \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})}. \quad (2.159)$$

A transformada inversa da Eq. (2.159) não é imediata. O resultado no campo real, ou seja, o valor da queda de pressão adimensional p_D em um ponto r_D do reservatório, num tempo qualquer após o início da produção, pode ser obtido por meio de um algoritmo de inversão numérica. Três algoritmos são indicados para esta inversão: o algoritmo de Stehfest (1970), incluído no Apêndice C por ser o mais utilizado, o de Cramp e o de Zakian, menos utilizados.

Aplicando o algoritmo de Stehfest na Eq. (2.159), as curvas de pressão resultantes são as indicadas no gráfico da Figura 2.9 (também incluída no Apêndice B como B.1), onde a queda de pressão adimensional p_D é apresentada em função da relação t_D/r_D^2 para vários valores de r_D . Nesse gráfico pode-se comparar a solução da linha-fonte ou integral exponencial (linha tracejada) com a solução do poço cilíndrico, para diversos valores de r_D . Segundo Mueller & Witherspoon (1965), para $t_D/r_D^2 > 50$ o erro ao se utilizar a solução do modelo da linha-fonte em lugar da solução exata (modelo da fonte cilíndrica) é de, no máximo, 1%, qualquer que seja o raio r_D . Entretanto, para $r_D > 20$ a solução da linha-fonte satisfaz quando $t_D/r_D^2 > 0,5$ com erro máximo de 1%.

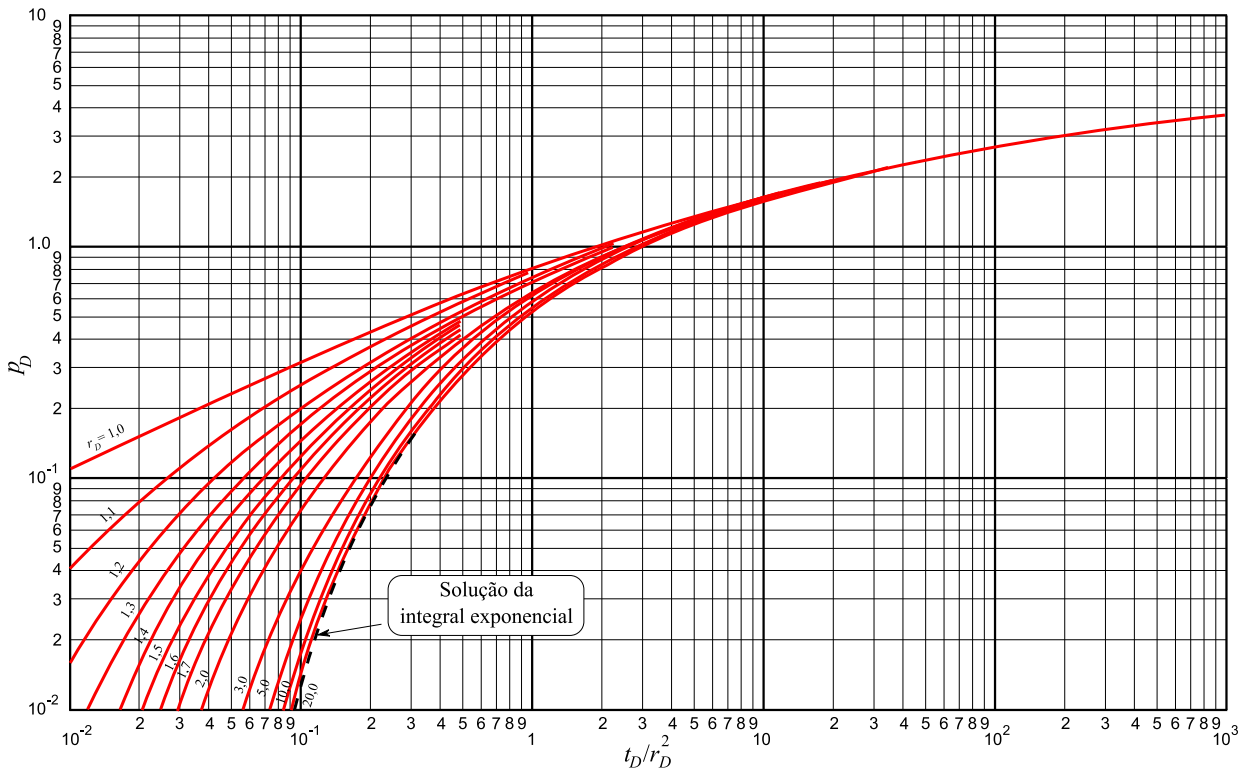


Figura 2.9 – Reservatório infinito com um único poço com vazão constante – sem efeitos de película e de estocagem – soluções da fonte-linear e da fonte cilíndrica (Mueller & Witherspoon, 1965). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Para a pressão no poço ($r_D = 1$), a função integral exponencial resulta em uma solução com um erro menor que 1% para $t_D > 50$, ou em uma solução com erro máximo de 5% para $t_D > 10$ (Mueller & Witherspoon). Na prática, como $t_D = 50$ corresponde a um tempo real da ordem de segundos, conclui-se que o modelo da linha-fonte é suficiente para calcular a pressão no poço de raio r_w . A mesma conclusão é válida para qualquer ponto r_D do reservatório. Observe-se que, quanto mais afastado do poço, mais a solução da fonte cilíndrica se aproxima da função integral exponencial.

No poço ($r_D = 1$) a solução do modelo da fonte cilíndrica no campo de Laplace, Eq. (2.159), simplifica-se para

$$\overline{p_D}(r_D = 1, u) \equiv \overline{p_{wD}}(u) = \frac{K_0(\sqrt{u})}{u\sqrt{u}K_1(\sqrt{u})}. \quad (2.160)$$

Rotineiramente utilizam-se, para pequenos valores do argumento x , as seguintes aproximações das funções de Bessel modificadas (Abramowitz & Stegun):

$$K_1(x) \approx \frac{1}{x} \quad \text{e} \quad K_0(x) \approx -\ln\left(\frac{e^\gamma x}{2}\right) \quad (2.161)$$

onde γ é a constante de Euler ($\gamma = 0,5772156649$). A aproximação de K_1 corresponde ao modelo da fonte-linear (solução de longo tempo do modelo da fonte cilíndrica) e a aproximação de K_0 corresponde à aproximação logarítmica da função E_i . Com isso a Eq. (2.160) pode ser aproximada por

$$\overline{p_{wD}}(u) = -\frac{\ln(e^\gamma \sqrt{u}/2)}{u} = -\frac{1}{2} \frac{\ln u}{u} - \frac{1}{u} \ln\left(\frac{e^\gamma}{2}\right) \quad (2.162)$$

ou ainda

$$\overline{p_{wD}}(u) = -\frac{1}{2u} \ln u - \frac{1}{2u} \ln\left(\frac{e^{2\gamma}}{4}\right), \quad (2.163)$$

cujas transformada inversa é

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln(e^\gamma t_D) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{e^{2\gamma}}{4}\right) \quad (2.164)$$

ou

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_D}{e^\gamma}\right) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907). \quad (2.165)$$

Observe que a Eq. (2.165) é igual à solução do modelo da linha-fonte quando se aplica a aproximação logarítmica, dada pela Eq. (2.147) ou Eq. (2.148). Em resumo, a pressão no poço ($r_D = 1$) em regime de escoamento radial transiente pode ser calculada com a Eq. (2.165), enquanto a pressão fora do poço é dada pela Eq. (2.138). Eventualmente a pressão fora do poço pode ser aproximada pela Eq. (2.142) ou pela Eq. (2.143), desde que $t_D > 10r_D^2$.

2.2.3. Reservatório circular com manutenção de pressão

Neste problema considera-se um poço vertical produzindo com vazão constante no centro de um reservatório circular, cuja pressão permanece constante nas fronteiras externas, ou seja, no raio r_e . Isto significa dizer que o reservatório é alimentado através de seu limite externo. Na prática esse tipo de situação pode ser encontrado, por exemplo, quando se tem um influxo de água oriundo de um aquífero lateral também realimentado por alguma outra fonte extensa, de modo que a pressão no contato óleo-água se mantenha aproximadamente constante. O escoamento é radial e monofásico, o fluido tem compressibilidade pequena e constante, o meio poroso é homogêneo e isotrópico, com porosidade constante e espessura uniforme, a extensão do reservatório é limitada, a fronteira externa possui manutenção de pressão e a produção se dá através de um único poço cilíndrico com vazão de fundo constante na face da formação.

Em termos de variáveis adimensionais, o problema pode ser escrito matematicamente pelo seguinte sistema de equações:

$$\text{EDP: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.166)$$

$$\text{CI: } p_D(r_D, t_D = 0) = 0, \quad (r_D > 1) \quad (2.167)$$

$$\text{CCE: } p_D(r_D = r_{eD}, t_D) = 0, \quad (t_D > 0) \quad (2.168)$$

$$\text{CCI: } \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1, \quad (t_D > 0) \quad (2.169)$$

onde $p_D = p_D(r_D, t_D)$. A condição de contorno externa, Eq. (2.168), representa a condição de pressão constante e igual à pressão inicial no limite externo do reservatório, isto é, no ponto $r_{eD} = r_e/r_w$. A transformada de Laplace é usada para resolver o sistema formado pelas Eqs. (2.166) a (2.169). Tomando-se a transformada da Eq. (2.166) em relação ao tempo adimensional e utilizando-se das propriedades dadas pelas Eqs. (2.114) e (2.115), obtém-se

$$\frac{d^2 \overline{p_D}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} = u \overline{p_D} - p_D(r_D, t_D = 0^+). \quad (2.170)$$

A condição inicial do problema, dada pela Eq. (2.167), implica que o último termo da Eq. (2.170) seja nulo. Logo:

$$\frac{d^2 \overline{p_D}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} - u \overline{p_D} = 0 \quad (2.171)$$

ou, de forma equivalente,

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right) - u \overline{p_D} = 0 \quad (2.172)$$

A Eq. (2.172) é uma forma especial da equação de Bessel, cuja solução geral é

$$\overline{p_D}(r_D, u) = AK_0(r_D \sqrt{u}) + BI_0(r_D \sqrt{u}), \quad (2.173)$$

onde A e B são constantes a serem determinadas, e I_0 e K_0 são as funções de Bessel modificadas de 1ª e 2ª espécies e ordem zero, respectivamente (ver Apêndice F). Aplicando-se a transformada de Laplace nas condições de contorno externa e interna, Eqs. (2.168) e (2.169), respectivamente, resultam as seguintes condições no campo de Laplace:

$$\text{CCE: } \overline{p_D}(r_D = r_{eD}, u) = 0 \quad (2.174)$$

e

$$\text{CCI: } \left(r_D \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{u}. \quad (2.175)$$

A imposição das condições de contorno (CCE e CCI) permite obter as constantes A e B da Eq. (2.173). Após uma manipulação algébrica, a solução do problema, no campo de Laplace, é reescrita como:

$$\overline{p}_D(r_D, u) = \frac{I_0(r_{eD}\sqrt{u})K_0(r_D\sqrt{u}) - K_0(r_{eD}\sqrt{u})I_0(r_D\sqrt{u})}{u^{3/2} \left[I_1(\sqrt{u})K_0(r_{eD}\sqrt{u}) + K_1(\sqrt{u})I_0(r_{eD}\sqrt{u}) \right]}. \quad (2.176)$$

A inversão da Eq. (2.176) para o campo real não é imediata. A utilização do algoritmo de inversão numérica de Stehfest (Apêndice C) permite a apresentação da solução em forma de gráfico, conforme mostrado na Figura 2.10 (também incluída no Apêndice B como B.3).

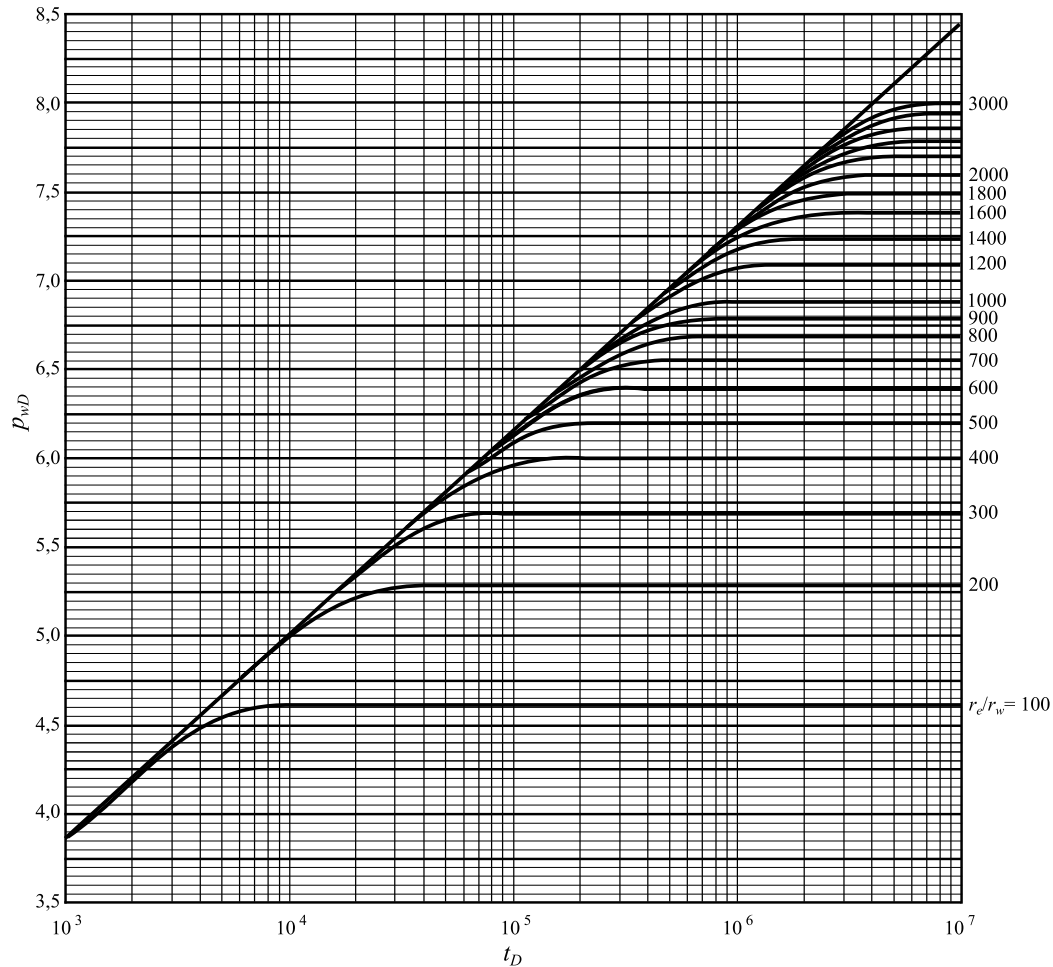


Figura 2.10 – Queda de pressão adimensional em um poço no centro de um reservatório circular com manutenção de pressão na fronteira externa para diversos valores de r_{eD} . Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

O procedimento padrão para se obter o comportamento de um determinado modelo de escoamento e as respectivas equações da pressão, utilizando-se das transformadas de Laplace, é resumido nos seguintes passos:

- Escrever a equação da difusividade com as condições inicial e de contorno relativas ao modelo em estudo.
- Obter a solução do problema no campo de Laplace aplicando as técnicas de transformada de Laplace. Eventualmente a inversão analítica não é imediata.

- Utilizar um algoritmo de inversão numérica da transformada de Laplace para obter a solução no campo real e colocar os resultados em forma de gráfico. Uma análise do gráfico da solução geral do problema permite a identificação de regimes de escoamento e de particularidades do modelo.
- Analisar as soluções de curto e longo tempos (ou mesmo de tempos intermediários) da solução geral no campo de Laplace de forma a obter soluções particulares, válidas em determinados intervalos de tempo, para as quais a inversão analítica seja conhecida. Estas equações estarão possivelmente associadas aos regimes de escoamento identificados no passo anterior.

Para se obter a solução de longo tempo no campo de Laplace basta analisar a equação geral para valores pequenos da variável de Laplace, isto é, $u \rightarrow 0$. Inversamente, para a solução de curto tempo analisa-se a solução geral no campo de Laplace para $u \rightarrow \infty$.

a) Solução de curto tempo

Para valores pequenos de t_D , isto é, para valores grandes da variável u no campo de Laplace, especialmente para o caso de $r_e \gg r_w$, a função K_0 tende para zero muito rapidamente e a Eq. (2.176) é aproximada por

$$\overline{p_D}(r_D, u) = \frac{K_0(r_D \sqrt{u})}{u \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})}. \quad (2.177)$$

Esta equação é exatamente igual à Eq. (2.159), que é a solução no campo de Laplace do modelo da fonte cilíndrica, que representa um poço produzindo com vazão constante de um reservatório infinito. Portanto, para tempos de produção razoavelmente pequenos (até que a influência da fronteira externa seja sentida), um reservatório circular com manutenção de pressão no limite externo se comporta exatamente como um reservatório infinito. Quanto maior é o valor do raio externo adimensional r_{eD} , maior o período de comportamento de reservatório infinito, ou seja, maior o período de tempo transiente.

Em função do exposto no parágrafo anterior, conclui-se que, nos tempos iniciais, utilizando-se da aproximação logarítmica, a queda de pressão adimensional em um poço situado no centro de um reservatório circular com manutenção de pressão no limite externo é expressa pela Eq. (2.165), ou seja:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907), \quad (2.178)$$

válida para $t_{DA} < 0,1$ com erro menor que 1%, com o tempo adimensional t_{DA} definido por

$$t_{DA} = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t A} \quad \text{ou} \quad t_{DA} = \frac{r_w^2 t_D}{A}, \quad (2.179)$$

onde A é a área em planta do reservatório, nesse caso, $A = \pi r_e^2$. O comportamento de reservatório infinito, denominado regime transiente, está representado na Figura 2.10 por meio da linha reta, conforme prevê a Eq. (2.178).

b) Solução de longo tempo

Para valores grandes de t_D , isto é, para valores pequenos da variável u no campo de Laplace, a Eq. (2.176) é aproximada por

$$p_D(r_D, t_D) = \ln r_{eD} - \ln r_D \quad (2.180)$$

ou, no poço, por

$$p_{wD}(t_D) = \ln r_{eD}, \quad (2.181)$$

válida para $t_{DA} > 0,3$ com erro menor do que 1% quando $r_e/r_w > 1000$. A Eq. (2.181) representa o *regime permanente*, no qual a pressão em qualquer ponto do reservatório é invariável com o tempo de produção. Em termos dimensionais a equação da pressão de fluxo no poço para esse regime é escrita como:

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right), \quad (2.182)$$

onde o valor da constante C_2 depende do sistema de unidades utilizado (Apêndice I).

O regime permanente, Eq. (2.181), está representado na Figura 2.10 pelos patamares de queda de pressão adimensional constante para diferentes valores de r_{eD} . Quanto maior é o reservatório, maior o tempo t_D para o início do período permanente e maior também, conforme prevê a Eq. (2.181), o valor da queda de pressão adimensional estabilizada. Consequentemente, menor é a pressão de fluxo estabilizada no poço. Segundo Earlougher (1977), o sistema atinge o regime permanente exato quando $t_{DA} > 0,4$.

Observe na Figura 2.10 que entre o regime transiente (reta semi-log nos tempos iniciais) e o regime permanente (patamares de pressão constante de longo tempo) existe um período de transição, também chamado de *transiente tardio*.

2.2.4. Reservatório circular com fronteira selada

Neste problema considera-se um poço vertical produzindo com vazão constante no centro de um reservatório circular de raio r_e , em cuja fronteira externa não existe fluxo. O escoamento é radial e monofásico, o fluido tem compressibilidade pequena e constante, o meio poroso é homogêneo e isotrópico, com porosidade constante e espessura uniforme, a extensão é limitada com fronteira externa selada, e a produção se dá através de um único poço cilíndrico com vazão de fundo constante na face da formação.

Em termos de variáveis adimensionais, o problema pode ser escrito matematicamente pelo seguinte sistema de equações:

$$\text{EDP: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.183)$$

$$\text{CI: } p_D(r_D, t_D = 0) = 0, \quad (r_D > 1) \quad (2.184)$$

$$\text{CCE: } \left. \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|_{r_{eD}} = 0, \quad (t_D > 0) \quad (2.185)$$

$$\text{CCI: } \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1, \quad (t_D > 0), \quad (2.186)$$

onde $p_D = p_D(r_D, t_D)$. A condição de contorno externa, Eq. (2.185), representa a condição de reservatório selado no limite externo, isto é, no ponto $r_{eD} = r_e/r_w$.

A transformada de Laplace pode ser usada também para resolver o sistema formado pelas Eqs (2.183) a (2.186). Tomando-se a transformada da Eq. (2.183) com relação ao tempo adimensional e utilizando-se as propriedades dadas pelas Eqs. (2.114) e (2.115), obtém-se:

$$\frac{d^2 \overline{p_D}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} = u \overline{p_D} - p_D(r_D, t_D = 0^+). \quad (2.187)$$

A condição inicial do problema, dada pela Eq. (2.184), implica que o último termo da Eq. (2.187) seja nulo. Logo:

$$\frac{d^2 \overline{p_D}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} - u \overline{p_D} = 0 \quad (2.188)$$

ou, de forma equivalente,

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right) - u \overline{p_D} = 0 \quad (2.189)$$

A Eq. (2.189) é uma forma especial da equação de Bessel, cuja solução geral é

$$\overline{p_D}(r_D, u) = AK_0(r_D \sqrt{u}) + BI_0(r_D \sqrt{u}), \quad (2.190)$$

onde A e B são constantes a serem determinadas, e I_0 e K_0 são as funções de Bessel modificadas de 1ª e 2ª espécies e ordem zero, respectivamente (Apêndice F).

Aplicando-se a transformada de Laplace nas condições de contorno interna e externa, Eqs. (2.185) e (2.186), respectivamente, resultam as seguintes equações:

$$\text{CCE: } \left. \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right|_{r_{eD}} = 0 \quad (2.191)$$

e

$$\text{CCI: } \left(r_D \frac{d \overline{p_D}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{u}. \quad (2.192)$$

A imposição das condições de contorno (CCE e CCI) permite obter as constantes A e B da Eq. (2.190). Após manipulação algébrica, a solução do problema, no campo de Laplace, é escrita como:

$$\overline{p_D}(r_D, u) = \frac{K_1(r_{eD} \sqrt{u})I_0(r_D \sqrt{u}) + I_1(r_{eD} \sqrt{u})K_0(r_D \sqrt{u})}{u^{3/2} [I_1(r_{eD} \sqrt{u})K_1(\sqrt{u}) - K_1(r_{eD} \sqrt{u})I_1(\sqrt{u})]}. \quad (2.193)$$

A inversão da Eq. (2.193) para o campo real também não é imediata. Mais uma vez, utilizando-se do algoritmo de inversão numérica de Stehfest, obtém-se a solução no campo real, mostrada na Figura 2.11 (incluída no Apêndice B como Figura B.4).

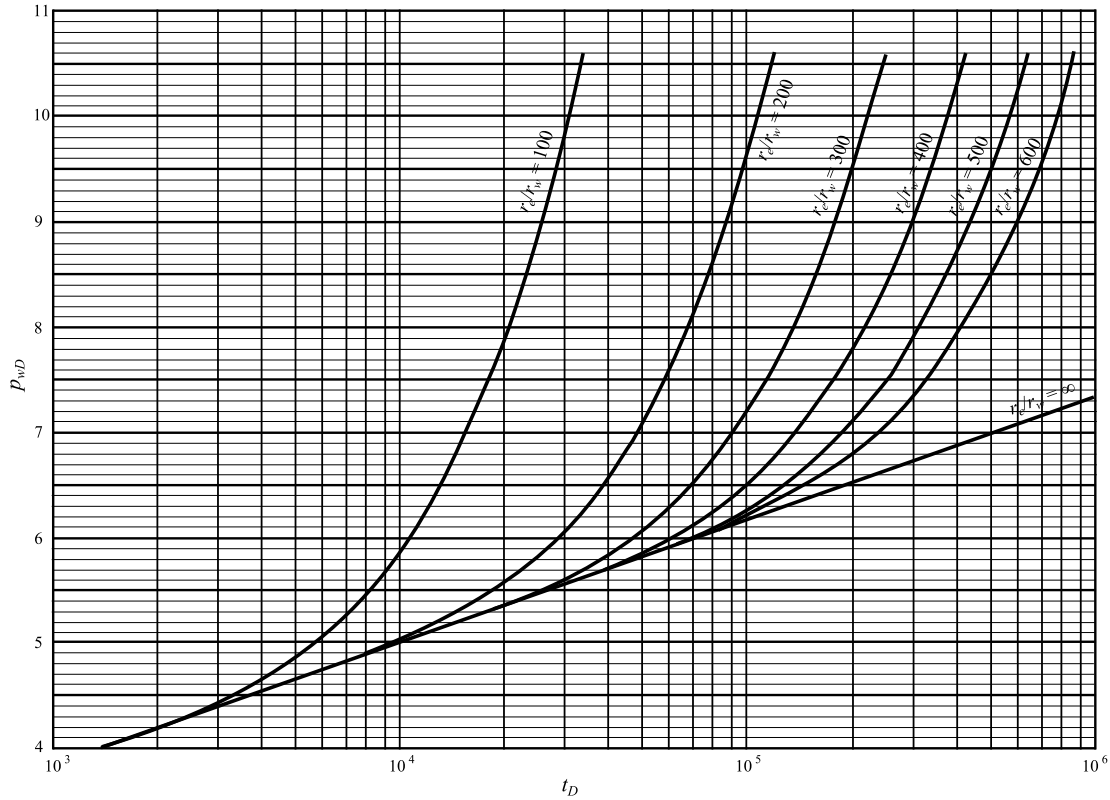


Figura 2.11 – Queda de pressão adimensional em um poço no centro de um reservatório circular com fronteira externa selada, para vários valores de r_{eD} . Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

a) Solução de curto tempo

Para valores pequenos de t_D , ou seja, quando a variável u da transformada de Laplace assume valores grandes, a função $K_1(r_{eD}\sqrt{u})$ tende para zero rapidamente no campo de Laplace, especialmente para o caso de $r_e \gg r_w$. Com isso a Eq. (2.193) é aproximada por

$$\overline{p_D}(r_D, u) = \frac{K_0(r_D\sqrt{u})}{u\sqrt{u}K_1(\sqrt{u})}. \quad (2.194)$$

Esta equação é exatamente igual à solução no campo de Laplace do modelo da fonte cilíndrica com poço produzindo com vazão constante de um reservatório infinito, dada pela Eq. (2.159). Portanto, para tempos de produção razoavelmente pequenos (até que a influência da fronteira externa seja sentida), um reservatório circular selado se comporta exatamente como um reservatório infinito. Quanto maior é o reservatório (maior o valor de r_{eD}), maior a duração do período de comportamento de reservatório infinito (regime transiente).

Assim, nos tempos iniciais, utilizando-se da aproximação logarítmica, a queda de pressão adimensional em um poço situado no centro de um reservatório circular selado no limite externo é expressa pela Eq. (2.165), ou seja:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_D}{e^\gamma}\right) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907), \quad (2.195)$$

válida para $t_{DA} < 0,1$ com erro menor do que 1% (Earlougher). O período de comportamento de reservatório infinito está representado na Figura 2.11 (linha reta), conforme prevê a Eq. (2.195).

b) Solução de longo tempo

Para valores grandes de t_D , isto é, para valores pequenos da variável u no campo de Laplace, a Eq. (2.193) é aproximada por (Matthews & Russell, 1967):

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2}{r_{eD}^2 - 1} \left(\frac{r_D^2}{4} + t_D \right) - \frac{r_{eD}^2}{r_{eD}^2 - 1} \ln r_D - \frac{3r_{eD}^4 - 4r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 2r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2}. \quad (2.196)$$

Segundo Earlougher, esta equação é exata para $t_{DA} > 0,1$ ou, com erro menor do que 1%, para $t_{DA} > 0,06$. Finalmente, como $r_{eD}^2 \gg 1$, então $r_{eD}^2 - 1 \approx r_{eD}^2$ e a solução de longo tempo simplifica-se para

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \frac{r_D^2}{2r_{eD}^2} - \ln r_D + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}. \quad (2.197)$$

Observa-se na Eq. (2.197) que a queda de pressão adimensional p_D , em qualquer ponto do reservatório, cresce linearmente com o tempo t_D , ou seja, a pressão em um dado ponto cai linearmente com o decorrer do tempo, caracterizando um novo regime de escoamento, denominado *regime pseudopermanente*. Além disso, constata-se na Eq. (2.197) que a taxa de variação da queda de pressão adimensional em relação ao tempo t_D é uma constante igual a $2/r_{eD}^2$, que depende apenas do tamanho do reservatório. A Eq. (2.197) pode ser escrita em termos de variáveis reais como

$$p(r, t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{2C_1 kt}{\phi \mu c_t r_e^2} + \frac{r^2}{2r_e^2} - \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (2.198)$$

Fazendo $r = r_w$ obtém-se:

$$p(r = r_w, t) \equiv p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{2C_1 kt}{\phi \mu c_t r_e^2} + \frac{r_w^2}{2r_e^2} - \ln \left(\frac{r_w}{r_w} \right) + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right], \quad (2.199)$$

e considerando que $r_e \gg r_w$, ou seja, que o segundo termo no interior do colchete seja desprezível, resulta em

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{2C_1 kt}{\phi \mu c_t r_e^2} + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right] \quad (2.200)$$

ou

$$p_i = p_{wf}(t) + \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{2C_1 kt}{\phi \mu c_t r_e^2} + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (2.201)$$

Substituindo a Eq. (2.201) na Eq. (2.198) obtém-se outra forma para a equação da pressão em um ponto qualquer do reservatório em um tempo qualquer, ou seja:

$$p(r, t) = p_{wf}(t) + \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{r^2}{2r_e^2} \right]. \quad (2.202)$$

A Eq. (2.198) ou a Eq. (2.202) permite calcular a distribuição de pressão ao longo do meio poroso como uma função do tempo, conforme ilustrado na Figura 2.12. Observe que, em termos de variáveis reais, a pressão no regime pseudopermanente, em qualquer ponto do reservatório, declina linearmente com o tempo de produção segundo a taxa

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = -\frac{2C_1C_2qB}{\phi h c_t r_e^2} = -2\pi \frac{C_1C_2qB}{V_p c_t}, \quad (2.203)$$

onde $V_p = \phi h A$ é o volume poroso da área drenada pelo poço.

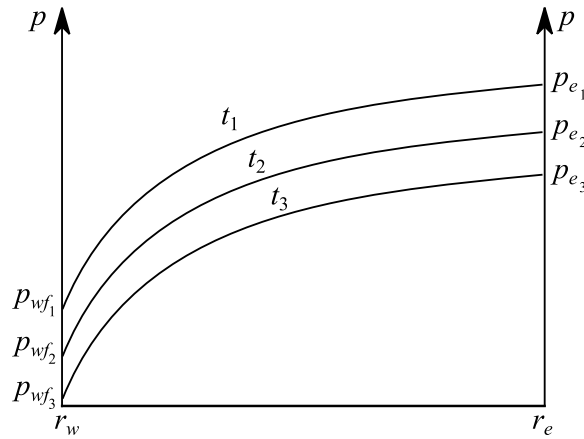


Figura 2.12 – Esquema dos perfis de pressão num reservatório circular selado que produz com vazão constante através de um poço localizado no seu centro – Regime pseudopermanente.

Conforme prevê a Eq. (2.203), é importante ressaltar que a pressão no reservatório cai de maneira uniforme em qualquer ponto, isto é, a diferença de pressão em qualquer ponto, entre dois instantes de produção no regime pseudopermanente, é a mesma, o que pode ser verificado pelos perfis de pressão da Figura 2.12. Outra característica desses perfis de pressão é que eles são horizontais no ponto $r = r_e$, ou seja, as suas inclinações (gradientes da pressão) são nulas no limite externo do reservatório, conforme preconiza a condição de contorno externa apresentada na Eq. (2.185). Essa condição de contorno externa representa o fato de que, como o reservatório é selado (limitado e sem alimentação externa), não há fluxo no limite externo, o que requer, de acordo com a lei de Darcy, que o gradiente de pressão seja nulo.

É comum encontrar as equações do regime pseudopermanente escritas em termos da pressão média do reservatório. A pressão média é definida como sendo a média ponderada das pressões do reservatório num dado instante de tempo, isto é:

$$\bar{p} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} p dV}{\int_{r_w}^{r_e} dV} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} p r dr}{\int_{r_w}^{r_e} r dr}. \quad (2.204)$$

Substituindo (2.202) em (2.204) chega-se a

$$p_{wf} = \bar{p} - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right] \quad (2.205)$$

ou

$$p(r,t) = \bar{p} - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{r^2}{2r_e^2} - \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right], \quad (2.206)$$

após a substituição de (2.205) em (2.202). Nesse caso, como o reservatório é selado, a pressão média tem que ser numericamente igual à pressão estática do reservatório. Dito de outra forma, num regime pseudopermanente, caso o poço seja fechado num dado instante de tempo, a pressão do reservatório em qualquer ponto irá se estabilizar em um valor igual à pressão média no instante do fechamento do poço.

Caso se deseje conhecer o comportamento da pressão do poço no regime pseudopermanente, Eq. (2.197), utiliza-se $r_D = 1$, ou seja:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \frac{1}{2r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \cong \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \quad (2.207)$$

ou, em termos de variáveis reais,

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{k h} \left[\frac{2C_1 k t}{\phi \mu c_t r_e^2} + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right], \quad (2.208)$$

conforme já demonstrado anteriormente. Portanto, durante o período pseudopermanente, um gráfico da pressão no poço *versus* tempo de produção deve resultar numa linha reta, com inclinação dada pela Eq. (2.203). A pressão estática em um reservatório de líquido de geometria qualquer, selado nos limites externos, pode ser obtida através de um balanço de massa com a seguinte equação de compressibilidade:

$$c_t = \frac{1}{V_p} \frac{\Delta V}{\Delta p}, \quad (2.209)$$

onde $V_p = \phi h A$ é o volume poroso do reservatório e c_t a compressibilidade total do sistema. O termo ΔV corresponde ao volume de fluido produzido medido em condições de reservatório, ou seja, $\Delta V = q B t$, e Δp é a queda de pressão do reservatório, dada por $(p_i - \bar{p})$, onde $\bar{p}$ é a pressão estática (ou média) do reservatório. Portanto:

$$c_t = \frac{1}{V_p} \left(\frac{q B t}{p_i - \bar{p}} \right), \quad (2.210)$$

resultando uma pressão média do reservatório dada por:

$$\bar{p} = p_i - \frac{q B}{V_p c_t} t. \quad (2.211)$$

Nesta equação admite-se um sistema compatível de unidades. Para outros sistemas de unidades (Petrobras ou Americano) a equação pode ser escrita como:

$$\bar{p} = p_i - 2\pi \frac{C_1 C_2 q B}{V_p c_t} t. \quad (2.212)$$

As constantes C_1 e C_2 podem ser encontradas no Apêndice I. Para um sistema compatível de unidades, por exemplo, $C_1 = 1$ e $C_2 = 1/2\pi$.

Conforme discutido anteriormente, a Eq. (2.203) mostra que a taxa de queda da pressão em qualquer ponto do meio poroso é constante durante o período de escoamento pseudopermanente, inclusive no ponto correspondente à pressão média. Observe que a taxa de queda da pressão média, derivada da Eq. (2.212) em relação ao tempo, é exatamente igual à Eq. (2.203). Portanto, no regime pseudopermanente o reservatório se comporta como um tanque pressurizado, sendo depletado à medida que o fluido é retirado do sistema. Em outras palavras, o perfil de pressão, dado pelas Eqs. (2.198), (2.202) ou (2.206), declina segundo a equação da compressibilidade do sistema.

É interessante fazer um resumo do que foi discutido sobre o comportamento do modelo em estudo (reservatório circular com fronteira selada). A Figura 2.13 ilustra o comportamento da pressão para vários tempos de produção.

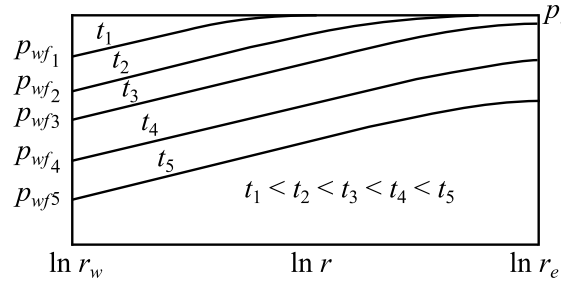


Figura 2.13 – Perfis de pressão em um reservatório circular com fronteira externa selada.

Inicialmente, até que as fronteiras externas sejam atingidas, o comportamento é de reservatório infinito (t_1 e t_2). Após um período curto de transição (t_3), conhecido como *regime transiente tardio*, o período pseudopermanente é atingido (t_4 , t_5 etc.). A queda de pressão adimensional no poço para esses regimes de escoamento pode ser representada graficamente pela Figura 2.14.

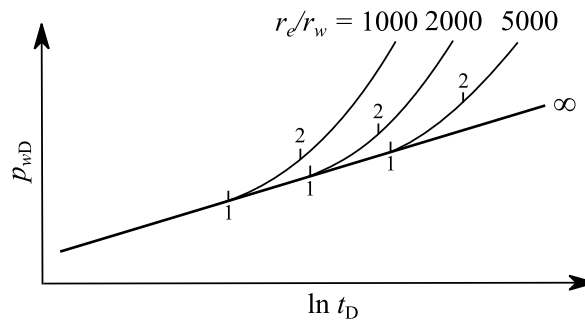


Figura 2.14 – Queda de pressão adimensional no poço para várias dimensões de reservatórios circulares com fronteira externa selada.

Os pontos 1 e 2 na Figura 2.14 indicam, respectivamente, o final do período transiente e o início do período pseudopermanente. O intervalo entre os pontos 1 e 2 representa o período de transição (regime transiente tardio). A linha reta semilogarítmica representa o comportamento de reservatório infinito e, como se pode notar, quanto maior a relação r_e/r_w , maior a duração do período transiente.

Utilizando-se da definição de t_{DA} , dada pela Eq. (2.179), a Eq. (2.207) é escrita como

$$p_{wD}(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}. \quad (2.213)$$

Deste modo, quando a queda de pressão é representada por um gráfico cuja escala de tempo seja $\ln(t_{DA})$, a família de curvas da Figura 2.14 é reduzida a uma curva apenas, como é mostrado pela Figura 2.15.

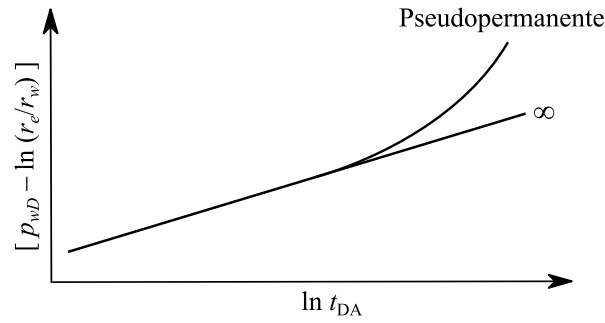


Figura 2.15 – Queda de pressão adimensional no poço em um reservatório circular com fronteira externa selada.

Outra forma de representar a queda de pressão no poço é construindo um gráfico de $p_{wD}(t_{DA}) - \ln(r_e/r_w) + 3/4$ versus t_{DA} , conforme ilustra a Figura 2.16.

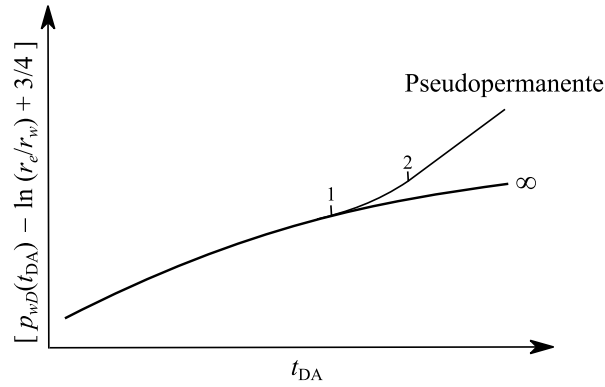


Figura 2.16 – Queda de pressão adimensional no poço em um reservatório circular com fronteira externa selada.

Na Figura 2.16, o período entre os pontos 1 e 2 representa o regime transiente tardio, enquanto o regime pseudopermanente é definido por uma linha reta com inclinação 2π . De acordo com Dake (1978), para um reservatório de geometria qualquer com fronteiras seladas, a equação do regime pseudopermanente, Eq. (2.213), pode ser generalizada e escrita na seguinte forma:

$$p_{wD}(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) \quad (2.214)$$

ou ainda

$$p_{wD}(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \frac{A}{r_w^2} \right), \quad (2.215)$$

onde a constante C_A é denominada *fator de forma* ou *fator de geometria* do reservatório (Dietz, 1965) e A é a área de drenagem em planta do poço. Pela comparação entre as Eqs. (2.213) e (2.215) verifica-se que para um reservatório circular selado, com o poço no centro, o fator de forma é $C_A = 31,6206$. A Tabela B.2 do Apêndice B apresenta os fatores de forma para outras geometrias e diversas posições do poço na área de drenagem.

O comportamento da pressão em um poço que produz com vazão constante de um reservatório limitado, selado nas fronteiras externas, pode ser resumido como:

a) Período transiente – comportamento de reservatório infinito

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907) \quad (2.216)$$

válida para $t_{DA} < 0,1$ com erro menor do que 1% (reservatório circular com poço no centro). Para outras geometrias e posições do poço na área de drenagem, a Eq. (2.216) é válida quando t_{DA} for menor do que o valor especificado na última coluna da Tabela B.2 do Apêndice B (transiente com erro < 1% para $t_{DA} < \cdot$).

b) Período pseudopermanente – pressão variando linearmente com o tempo

$$p_{wD}(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \frac{A}{r_w^2} \right) \quad (2.217)$$

válida quando t_{DA} for maior do que o valor especificado na terceira coluna da Tabela B.2 do Apêndice B (PP exato para $t_{DA} > \cdot$). Com erro menor do que 1%, utiliza-se o valor de t_{DA} especificado na quarta coluna da tabela (PP com erro < 1% para $t_{DA} > \cdot$). O valor do fator de forma de Dietz (C_A) encontra-se na segunda coluna dessa mesma tabela. Por exemplo, no caso de geometria circular com poço no centro (primeira linha da tabela), a Eq. (2.217) é válida para $t_{DA} > 0,10$ com erro menor do que 1%, sendo $C_A = 31,6206$.

c) Período de transição – regime transiente tardio

Não existe uma equação analítica geral para descrever este período de escoamento. É importante observar na tabela dos fatores de forma de Dietz que este período é praticamente inexistente para geometrias de drenagem regulares com o poço no centro (circular, hexagonal e quadrado). Isto se explica pelo fato de que, nesse caso, todas as fronteiras do reservatório são atingidas ao mesmo tempo. Por outro lado, quanto mais irregular for a geometria de drenagem e mais excêntrico o poço, maior será o período de transição entre os regimes transiente e pseudopermanente. Pode-se afirmar que o regime transiente é válido até que a fronteira mais próxima do poço seja atingida, enquanto o regime pseudopermanente acontece após todas as fronteiras terem sido atingidas. No Apêndice H podem ser encontradas as soluções de longo tempo apresentadas nas seções 2.2.3 e 2.2.4, para reservatórios finitos com manutenção de pressão no limite externo e para reservatórios selados no limite externo, respectivamente.

2.3. Efeito de Película – Dano de Formação

As operações de perfuração, devido ao filtrado da lama ou invasões decorrentes da cimentação, alteram a permeabilidade nas vizinhanças do poço, normalmente reduzindo-a. Nesse caso diz-se que a zona próxima ao poço sofreu um *dano* e que o poço se encontra *danificado*. Alterações da formação nas imediações do poço aparecem também após operações de estimulação (por exemplo, acidificação ou fraturamento hidráulico) ou após outras operações de *workover* e de produção.

Outros processos podem ocorrer nas regiões próximas ao poço, desde processos físico-químicos, biológicos, hidrodinâmicos, mecânicos e interações térmicas envolvendo partículas e fluidos nos poros da formação. Muitas vezes as causas do dano de formação não se tornam conhecidas, mas seus efeitos são evidenciados pela queda de produtividade do poço. Fatores mecânicos ou mesmo heterogeneidades, tais como penetração parcial da zona produtora, canhoneio parcial ou ineficaz, escoamento turbulento, variações laterais da espessura permeável ou quaisquer outras anomalias que impliquem em redução da produtividade são também classificados como dano de formação.

Na Figura 2.17 está ilustrado o comportamento da pressão nas imediações de um poço vertical situado em um reservatório de permeabilidade original k , cujo valor foi alterado (reduzido) para k_s até uma distância r_s medida a partir do centro do poço. A linha tracejada indica o comportamento da pressão caso

não tivesse ocorrido nenhuma alteração na permeabilidade da rocha, enquanto a curva cheia mostra o comportamento real da pressão. A queda de pressão adicional Δp_s deve-se ao dano, ou seja, à redução da permeabilidade na região delimitada pelo raio r_s .

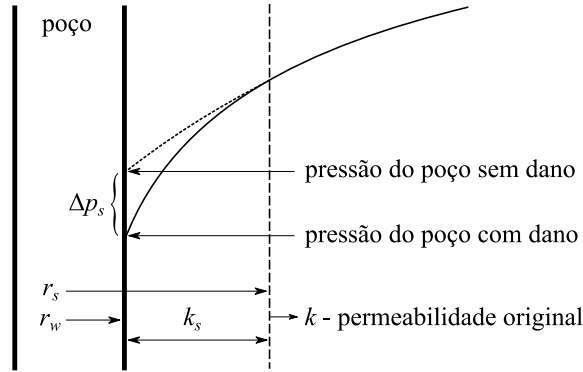


Figura 2.17 – Comportamento da pressão em um poço danificado e queda de pressão adicional devida ao dano.

A distribuição de pressão em função do logaritmo do raio resulta no gráfico da Figura 2.18. Note-se que nas imediações do poço o comportamento é praticamente linear, uma vez que, conforme já demonstrado anteriormente, para pequenos valores do raio a solução do problema pode ser aproximada por uma função logarítmica. A pressão p'_{wf} seria a pressão de fluxo obtida se não houvesse o dano, enquanto p_{wf} é a pressão de fluxo real com a presença do dano no poço.

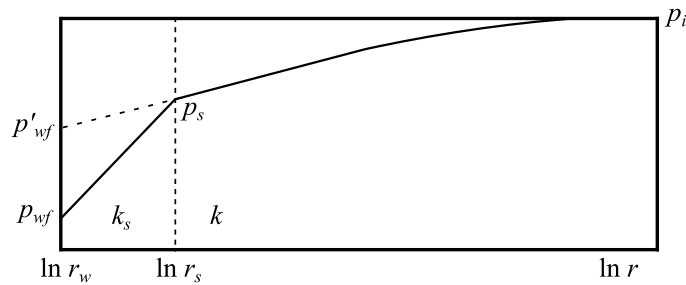


Figura 2.18 – Perfil de pressão em função do logaritmo do raio em um reservatório com um poço danificado.

Sem a alteração da permeabilidade do reservatório, a queda de pressão devida à produção, do ponto r_s até o poço, é dada por

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_s - p'_{wf}) = \ln \left(\frac{r_s}{r_w} \right). \quad (2.218)$$

Entretanto, considerando a presença de dano, a queda de pressão na região alterada é

$$\frac{k_s h}{C_2 q B \mu} (p_s - p_{wf}) = \ln \left(\frac{r_s}{r_w} \right). \quad (2.219)$$

Subtraindo a Eq. (2.218) da Eq. (2.219) obtém-se uma equação para a queda de pressão adicional devida à alteração da permeabilidade nas imediações do poço:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p'_{wf} - p_{wf}) = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_s}{r_w} \right). \quad (2.220)$$

Note-se que esta queda de pressão independe do tempo, variando com a magnitude e a profundidade da alteração das características do reservatório.

O conceito e, conseqüentemente, o modelo de efeito de película foi introduzido por van Everdingen (1953) para representar matematicamente a situação física descrita anteriormente. Nesse modelo, admite-se que toda a queda de pressão adicional devida ao dano de formação ocorra na interface poço/reservatório, isto é, em uma película de espessura infinitesimal junto à parede do poço, conforme ilustra a Figura 2.19. Daí a denominação *fator de película*, também chamado de *skin*. Esse termo, normalmente representado pela letra s , expressa a queda de pressão adimensional Δp_s .

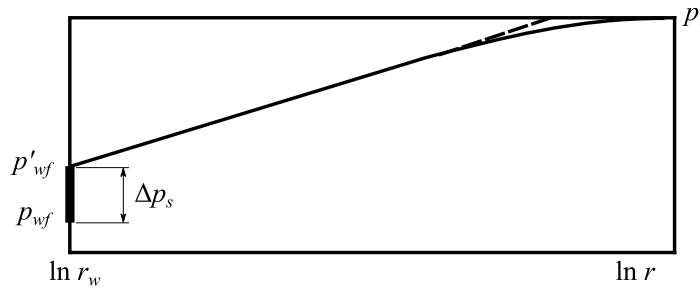


Figura 2.19 – Representação do efeito de película.

Para representar matematicamente essa situação, van Everdingen definiu o fator de película como

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p'_{wf} - p_{wf}) = s \quad (2.221)$$

ou, simplesmente,

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} \Delta p_s = s. \quad (2.222)$$

Deste modo, em um dado instante de tempo, pode-se escrever que

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p'_{wf}) + \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p'_{wf} - p_{wf}). \quad (2.223)$$

Usando-se as Eqs. (2.216) e (2.221) para representar, respectivamente, o primeiro e o segundo termos do lado direito da Eq. (2.223), resulta na seguinte expressão:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907 + 2s). \quad (2.224)$$

A Eq. (2.224) representa a queda de pressão no poço em um determinado instante após o início da produção. A introdução do fator de película tornou a equação geral, válida para qualquer caso em que haja uma queda adicional de pressão ao redor do poço.

Para o caso específico de alteração de permeabilidade, a relação entre o fator s e as permeabilidades e o raio da região alterada pode ser obtida comparando-se as Eqs. (2.220) e (2.221), resultando

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_s}{r_w} \right). \quad (2.225)$$

Quando $k_s < k$, o valor de s é positivo e a indicação é de dano da formação. Para $k_s > k$, o valor de s é negativo, indicando estímulo do poço. Quando $s = 0$ a produtividade do poço é a original.

Quando a zona na vizinhança do poço tem permeabilidade maior que a permeabilidade original do reservatório, o poço tem fator de película negativo, $s < 0$, e diz-se que o poço se encontra *estimulado*. Isto pode ocorrer, por exemplo, com a acidificação ou com o fraturamento hidráulico do poço. Nesses casos o comportamento da pressão é representado conforme mostra a Figura 2.20.

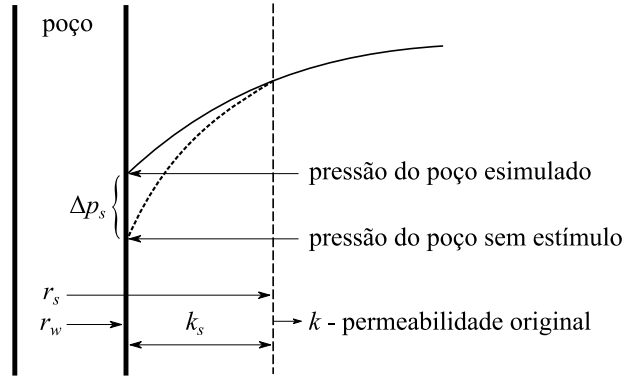


Figura 2.20 – Comportamento da pressão em um poço estimulado.

Da inclusão do efeito de película nas equações de escoamento decorre o conceito de *raio equivalente* ou *raio efetivo do poço*. Para expor esse conceito, toma-se a aproximação logarítmica da queda de pressão no poço dada pela expressão

$$p_{wD}(t_D) \equiv \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907 + 2s). \quad (2.226)$$

Substituindo a definição de t_D na Eq. (2.226) obtém-se

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,80907 + 2s \right], \quad (2.227)$$

que também pode ser escrita como

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t (r_w e^{-s})^2} \right] + 0,80907 \right\}. \quad (2.228)$$

Definindo-se o raio equivalente ou efetivo do poço como

$$r'_w = r_w e^{-s}, \quad (2.229)$$

pode-se escrever uma expressão equivalente à Eq. (2.227), que permite o cálculo da queda de pressão sem incluir explicitamente o fator de película, ou seja:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t (r'_w)^2} \right] + 0,80907 \right\}. \quad (2.230)$$

A Eq. (2.230) indica que um fator de película positivo (poço danificado) resulta num raio equivalente menor do que o raio real r_w , ou seja, um poço com dano na formação ao seu redor é equivalente a um poço não danificado mas com um raio menor, o que corresponde a uma menor área transversal aberta ao escoamento de fluidos. Por outro lado, um fator de película negativo (poço estimulado) resulta num raio equivalente maior do que o raio real r_w , implicando então num aumento da área aberta ao escoamento no modelo equivalente.

Exemplo 2.1 – Qual o raio efetivo de um poço que apresenta 0,80 m de invasão do reservatório com permeabilidade reduzida a 60% do valor original? Considere $r_w = 0,10$ m.

Solução:

O fator de película s pode ser calculado pela Eq. (2.225). Assim, tem-se que:

$$s = \left(\frac{k}{0,60k} - 1 \right) \ln \left(\frac{80+10}{10} \right) = 0,667 \times 2,197 = 1,466$$

Já o raio efetivo é obtido por meio da Eq. (2.229), ou seja:

$$r'_w = 10 e^{-1,466} = 2,31 \text{ cm}$$

2.4. Índice de Produtividade

O índice de produtividade de um poço é definido como o quociente entre a sua vazão, medida em condições padrão, e o diferencial de pressão aplicado no reservatório, isto é, a diferença entre as pressões do reservatório e do poço. Portanto, o índice de produtividade depende da geometria de escoamento e do regime de escoamento a que está submetido o poço.

2.4.1. Escoamento radial transiente

Utilizando-se da Eq. (2.149) para representar o comportamento da pressão durante o regime radial transiente e incluindo-se o efeito de película tem-se que

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4C_1 kt}{e^\gamma \phi \mu c_i r_w^2} \right) + s \right]. \quad (2.231)$$

Logo, o índice de produtividade (IP) do poço pode ser calculado por

$$IP = \frac{q}{p_i - p_{wf}} = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{1}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4C_1 kt}{e^\gamma \phi \mu c_i r_w^2} \right) + s \right]} = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{1}{\frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{C_1 kt}{\phi \mu c_i r_w^2} \right) + 0,80907 + 2s \right]}. \quad (2.232)$$

Como é de se esperar, o índice de produtividade durante o regime transiente não é constante, pois a pressão de fluxo declina com o tempo. De fato, a Eq. (2.232) indica que, durante esse período de escoamento, o índice de produtividade do poço diminui com o decorrer do tempo.

2.4.2. Escoamento radial permanente

Durante o regime permanente, o índice de produtividade de um poço é definido como

$$IP = \frac{q}{p_e - p_{wf}}, \quad (2.233)$$

onde p_e é a pressão no limite externo do reservatório. Para a geometria de escoamento radial, a equação da pressão no poço é dada pela Eq. (2.182), ou seja:

$$p_{wf} = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right). \quad (2.234)$$

Como o regime é permanente, a pressão em um dado ponto se mantém constante e, particularmente no limite externo do reservatório, se mantém igual à pressão inicial. Portanto, $p_e = p_i$ e a Eq. (2.234), incluindo o efeito de película, é reescrita como

$$p_{wf} = p_e - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + s \right] \quad (2.235)$$

de onde se obtém a equação da vazão,

$$q = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{p_e - p_{wf}}{\left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + s \right]}, \quad (2.236)$$

e, consequentemente, do índice de produtividade:

$$IP = \frac{q}{p_e - p_{wf}} = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{1}{\left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + s \right]}. \quad (2.237)$$

2.4.3. Escoamento radial pseudopermanente

Durante o regime pseudopermanente, o índice de produtividade de um poço é definido como

$$IP = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf}}, \quad (2.238)$$

onde $\bar{p}$ é a pressão média ou estática do reservatório.

Conforme já comentado, para uma geometria radial, o comportamento da pressão de um poço vertical no regime pseudopermanente em função da pressão estática é dado pela Eq. (2.205), isto é:

$$p_{wf} = \bar{p} - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right], \quad (2.239)$$

resultando para a equação da vazão em

$$q = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{(\bar{p} - p_{wf})}{\left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]} \quad (2.240)$$

ou, incluindo o efeito de película:

$$q = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{(\bar{p} - p_{wf})}{\left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s \right]}. \quad (2.241)$$

2.4.4. Escoamento pseudopermanente em uma geometria qualquer

A Eq. (2.241) pode ser generalizada para um poço vertical em uma geometria de escoamento qualquer, utilizando-se da equação generalizada do escoamento pseudopermanente (Dake, 1978),

$$q = \frac{kh}{C_2 B \mu} \frac{(\bar{p} - p_{wf})}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}, \quad (2.242)$$

resultando em:

$$IP = \frac{kh}{C_2 B \mu \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}. \quad (2.243)$$

2.5. Outras Formas de Quantificação do Dano ou Estímulo

Além de se calcular o fator de película s e o raio efetivo de um poço, outras abordagens podem ser empregadas para se quantificar o dano ou o estímulo de um poço. Dentre essas abordagens podem ser citadas a razão de dano, a razão de produtividade, também conhecida como eficiência de fluxo, e o fator de dano.

2.5.1. Razão de dano

A *razão de dano* (RD) é definida como a relação entre o índice de produtividade ideal ou teórico (sem dano ou estímulo) e o índice de produtividade real do poço, ou seja:

$$RD = \frac{(IP)_{teórico}}{(IP)_{real}}. \quad (2.244)$$

Quando o poço se encontra danificado, o IP real é menor que o teórico ou ideal, resultando em $RD > 1$. Por outro lado, para poço estimulado o IP real é maior que o teórico e, consequentemente, $RD < 1$. Para o caso de um poço sem dano ou estímulo, o valor da razão de dano é unitário. Uma razão de dano igual a 4, por exemplo, significa que a produtividade desse poço poderá ser multiplicada por 4 se o dano for removido. Para o regime transiente a razão de dano é dada por

$$RD = \frac{(IP)_{teórico}}{(IP)_{real}} = \frac{q / (p_i - p_{wf} - \Delta p_s)}{q / (p_i - p_{wf})} = \frac{p_i - p_{wf}}{p_i - p_{wf} - \Delta p_s}. \quad (2.245)$$

Novamente observa-se que, quando o poço se encontra danificado, $\Delta p_s > 0$, resulta em $RD > 1$. Por outro lado, para poço estimulado $\Delta p_s < 0$ e, consequentemente, $RD < 1$. Para o caso de um poço sem dano ou estímulo, o valor da razão de dano é unitário para qualquer tempo de produção.

A Eq. (2.245) também pode ser escrita como

$$\frac{1}{RD} = 1 - \frac{\Delta p_s}{p_i - p_{wf}}. \quad (2.246)$$

Para um poço produzindo com vazão constante, o valor de p_{wf} é função do tempo. Utilizando-se da aproximação logarítmica do modelo da fonte-linear resulta

$$\frac{1}{RD} = 1 - \frac{s}{\frac{1}{2}(\ln t_D + 0,80907 + 2s)} \quad (2.247)$$

ou

$$RD = 1 + \frac{2s}{\ln t_D + 0,80907}. \quad (2.248)$$

Observa-se que, assim como o índice de produtividade, a razão de dano varia durante o regime de escoamento transiente. Para um regime de escoamento estabilizado, permanente ou pseudopermanente, o índice de produtividade é definido em função da pressão estática do reservatório, em vez da pressão inicial. Nesse caso a diferença entre a pressão estática e a pressão de fluxo é uma constante, qualquer que seja o tempo de produção. Isso indica que o valor da razão de dano atinge um valor estabilizado depois que os limites do reservatório são atingidos. Assim, para o regime permanente a razão de dano é definida por

$$RD = \frac{p_e - p_{wf}}{p_e - p_{wf} - \Delta p_s} \quad (2.249)$$

e para o regime pseudopermanente é dada por

$$RD = \frac{\bar{p} - p_{wf}}{\bar{p} - p_{wf} - \Delta p_s}. \quad (2.250)$$

2.5.2. Razão de produtividade

A *razão de produtividade* (RP) de um poço, também conhecida como *eficiência de fluxo* (EF), é definida como sendo o inverso da razão de dano:

$$RP = EF = \frac{1}{RD} = \frac{(IP)_{real}}{(IP)_{teórico}}. \quad (2.251)$$

Portanto, a razão de produtividade ou eficiência de fluxo é a razão entre a queda de pressão sem a presença do dano ou do estímulo e a queda de pressão real, considerando o dano ou o estímulo eventualmente existente, isto é:

$$RP = EF = \frac{\Delta p_{(sem\ skin)}}{\Delta p_{(com\ skin)}}. \quad (2.252)$$

Assim, para poço danificado $RP < 1$, enquanto para poço estimulado $RP > 1$. Com efeito, para os regimes transiente, permanente e pseudopermanente, a razão de produtividade é dada, respectivamente, por:

a) Transiente

$$RP = \frac{(IP)_{real}}{(IP)_{teórico}} = \frac{p_i - p_{wf} - \Delta p_s}{p_i - p_{wf}} = 1 - \frac{\Delta p_s}{p_i - p_{wf}} \quad (2.253)$$

b) Permanente

$$RP = \frac{p_e - p_{wf} - \Delta p_s}{p_e - p_{wf}} = 1 - \frac{\Delta p_s}{p_e - p_{wf}} \quad (2.254)$$

c) Pseudopermanente

$$RP = \frac{\bar{p} - p_{wf} - \Delta p_s}{\bar{p} - p_{wf}} = 1 - \frac{\Delta p_s}{\bar{p} - p_{wf}} \quad (2.255)$$

2.5.3. Fator de dano

O fator de dano é definido como:

$$FD = 1 - \frac{1}{RD} \quad (2.256)$$

Assim, para um poço danificado $RD > 1$ e $FD > 0$, enquanto para um poço estimulado $RD < 1$ e $FD < 0$.

Exemplo 2.2 – Qual a razão de dano para o poço do Exemplo 2.1, considerando que opere com uma vazão de $200 \text{ m}^3\text{std/d}$ e uma pressão de fluxo de 190 kgf/cm^2 em um reservatório cuja pressão inicial é de 240 kgf/cm^2 . O fator de volume de formação do óleo é igual a $1,0 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$, a viscosidade é de 4 cp e o reservatório tem capacidade (kh) de 7.200 md.m .

Solução:

A razão de dano é calculada com a Eq. (2.245):

$$RD = \frac{p_i - p_{wf}}{p_i - p_{wf} - \Delta p_s} = \frac{240 - 190}{240 - 190 - \Delta p_s},$$

enquanto o cálculo de Δp_s pode ser feito por meio da equação (2.222), ou seja:

$$s = \frac{kh}{19,03 q B \mu} \Delta p_s \Rightarrow \Delta p_s = \frac{1,466 \times 19,03 \times 200 \times 1,0 \times 4}{7.200} = 3,1 \text{ kgf/cm}^2.$$

Logo:

$$RD = \frac{240 - 190}{240 - 190 - 3,1} = 1,066$$

2.6. Raio de Investigação

O conceito de *raio de investigação* é bastante amplo e existem na literatura inúmeras definições tentando representá-lo. A ideia que exemplifica bem o fenômeno físico do comportamento da pressão em um reservatório é a do *raio de investigação aparente*, de Aronofsky & Jenkins (1954). Uma vez produzida uma excitação dentro de um reservatório, o efeito se propaga com a velocidade do som naquele meio. Entretanto, as hipóteses simplificadoras da equação da difusividade não consideram as perdas de energia

por atrito ou as forças inerciais, resultando em uma solução exponencial típica. Esta solução exponencial, como é o caso da solução do modelo da linha-fonte, representa o problema real com boa aproximação e é utilizada para descrever o fenômeno do comportamento da pressão nos reservatórios.

Para o caso de um poço produzindo com vazão constante de um reservatório infinito, a queda de pressão em um ponto qualquer, em um instante de tempo t_1 após o início da produção, é dada por:

$$\Delta p(r, t_1) \equiv p_i - p(r, t_1) = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[-\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_{1D}} \right) \right] \quad (2.257)$$

A Eq. (2.257) indica que o perfil da pressão dentro do reservatório, no instante t_1 , é equivalente ao próprio gráfico da função integral exponencial. A Figura 2.21 representa esse perfil, onde a distância é colocada em escala logarítmica.

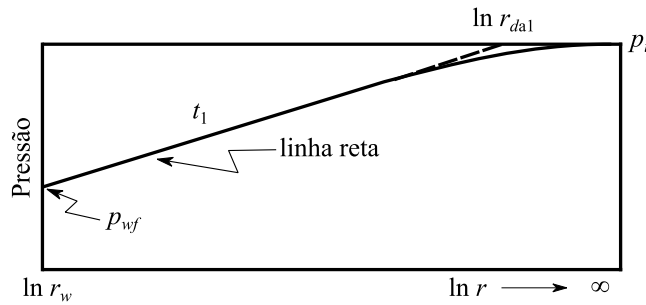


Figura 2.21 – Perfil de pressão em um reservatório infinito.

Conforme a teoria apresentada para o caso de poço finito, quanto maior a relação t_D/r_D^2 , mais próxima será a função integral exponencial ou a aproximação logarítmica da solução exata do problema. Para grandes valores de t_D/r_D^2 , a aproximação logarítmica é equivalente à função integral exponencial. Assim, pode-se verificar que para um dado tempo e para valores de r_D não muito grandes, a queda de pressão no reservatório é diretamente proporcional ao logaritmo do raio. A Figura 2.21 ajuda a esclarecer esta discussão. Note-se que, para um dado tempo, existe um valor de r , acima do qual a queda de pressão não pode ser representada como uma função linear do logaritmo do raio. A extrapolação do trecho onde a pressão varia linearmente com o logaritmo do raio até a pressão inicial do reservatório, no instante considerado, determina o valor do raio de investigação aparente, também conhecido como *raio de drenagem aparente* (r_{da}) ou, simplesmente, *raio de drenagem*. Nesse dado instante, a lei de Darcy para escoamento radial permanente é aplicada entre os raios $r=r_{da}$ e $r=r_w$ (poço), já que nesse trecho a pressão varia linearmente com o logaritmo do raio, gerando a expressão

$$q = \frac{kh}{C_2 B \mu \ln(r_{da}/r_w)} (p_i - p_{wf}). \quad (2.258)$$

No entanto, a pressão no poço no instante considerado também é dada por

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907). \quad (2.259)$$

A eliminação da diferença entre as pressões inicial e de fluxo ($p_i - p_{wf}$) das duas equações anteriores resulta

$$\ln \left(\frac{r_{da}}{r_w} \right) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907) \quad (2.260)$$

ou, então,

$$r_{daD} = 1,50\sqrt{t_D} , \quad (2.261)$$

onde

$$r_{daD} = \frac{r_{da}}{r_w} . \quad (2.262)$$

Usando variáveis reais a Eq. (2.261) pode ser escrita como:

$$r_{da} = 1,50\sqrt{\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t}} = 1,50\sqrt{\eta t} , \quad (2.263)$$

onde η é a constante de difusividade hidráulica, dada por $\eta = C_1 k / (\phi \mu c_t)$ para um sistema qualquer de unidades.

De acordo com o desenvolvimento apresentado, o raio de investigação aparente ou raio de drenagem aparente, ou simplesmente raio de drenagem, cresce linearmente com a raiz quadrada do tempo. Como o raio de investigação é decorrente da velocidade de propagação do efeito de produção do reservatório, verifica-se que a área de influência desse efeito aumenta diretamente com o decorrer do tempo. A Figura 2.22 ilustra esse fato.

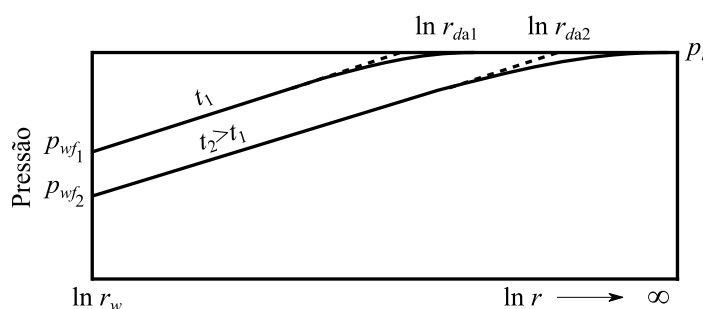


Figura 2.22 – Variação do raio de investigação aparente ou raio de drenagem aparente com o tempo.

O exame da Eq. (2.263) indica que a expansão da área do reservatório influenciada pelo distúrbio causado pela produção do poço é função da difusividade hidráulica $k/(\phi \mu c_t)$ do meio poroso, a qual é considerada como uma velocidade de crescimento da área de influência. Deve-se ressaltar que o conceito aqui apresentado com o nome de raio de investigação aparente é também denominado por alguns autores como *raio de investigação efetivo*.

2.7. Estocagem

A *estocagem* é um fenômeno que ocorre nos tempos iniciais dos períodos de fluxo ou estática dos testes de poços e, enquanto dura, o comportamento da pressão é dominado por efeitos de poço, não representando a resposta do reservatório. Os dois tipos principais de estocagem são:

- Estocagem dominada pela compressibilidade dos fluidos existentes no interior do poço.
- Estocagem dominada pela variação de volume de fluidos no poço.

O primeiro tipo ocorre em situações em que o poço se encontra cheio de fluido e, ao se iniciar o teste, esse volume de fluido é descomprimido no período de fluxo ou comprimido no período de estática. A Figura 2.23 mostra esquematicamente a estocagem no período de fluxo de um teste, onde q_{total} é a vazão de produção do poço na superfície (constante), q_{res} é a contribuição do reservatório e q_{estoc} é a contribuição da estocagem (descompressão do fluido existente no interior do poço).

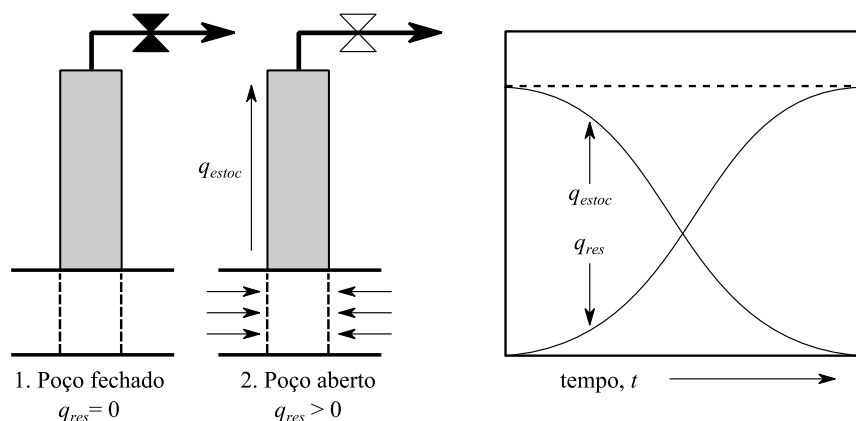


Figura 2.23 – Efeito de estocagem – compressibilidade do fluido – período de fluxo.

Inicialmente o poço se encontra fechado (1), com todo o sistema em equilíbrio. Ao abrir o poço (2), a vazão inicial é totalmente dominada pela descompressão do fluido, q_{estoc} . Com o passar do tempo, a parcela da vazão relativa à descompressão diminui, tendendo a zero, e a contribuição do reservatório aumenta, tendendo a dominar. O período em que parte da vazão total é fornecida pela descompressão do(s) fluido(s) existente(s) no poço é chamado de *período de estocagem*.

Para o período de estática, inicialmente o poço vinha produzindo com vazão constante (2) e, no instante em que é fechado (1), a vazão de produção na superfície se anula. Contudo, devido à compressibilidade do(s) fluido(s) presente(s) no poço, o reservatório continua a alimentar o poço, com vazão decrescente e tendendo a zero. O período em que, apesar de o poço estar fechado e o reservatório estar ainda alimentando o poço devido à compressibilidade dos fluidos, é chamado de período de estocagem.

O segundo tipo de estocagem é devido à variação de volume de fluido no poço e ocorre em situações de testes em poços não surgentes, onde o nível de fluido cresce até o amortecimento do poço, conforme mostrado na Figura 2.24.

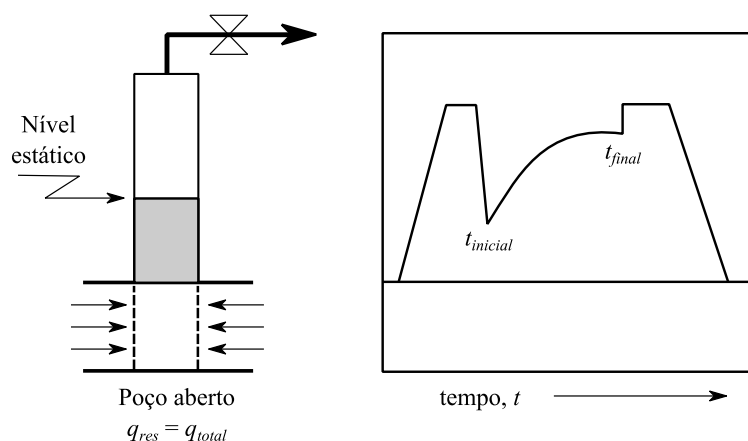


Figura 2.24 – Ilustração do efeito de estocagem devido à variação de volume de fluido no poço.

O coeficiente de estocagem é definido como

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta p}, \quad (2.264)$$

onde ΔV é a variação de volume de fluido no poço causado pela variação de pressão no poço Δp . Para o caso da estocagem devida à compressibilidade do fluido, a Eq. (2.264) é reescrita como

$$C = V_w c_w, \quad (2.265)$$

onde V_w é o volume total da câmara de estocagem, formada pelo poço e pela coluna de produção abaixo da válvula, e c_w é a compressibilidade média do fluido existente no poço. Portanto, no início da produção o poço deve se comportar como um tanque de armazenamento de fluido e o diferencial de pressão é expresso da seguinte forma:

$$\Delta p = p_i - p_{wf} = \frac{\Delta V}{c_w V_w} \rightarrow \Delta V = qBt. \quad (2.266)$$

Em termos adimensionais, o coeficiente de estocagem é definido para um sistema compatível de unidades, como

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi h c_t r_w^2}. \quad (2.267)$$

Mais adiante será demonstrado que durante o período de estocagem pura, ou seja, quando a vazão do reservatório é nula ou desprezível, o comportamento da queda de pressão adimensional é dado por

$$p_{wD}(t_D) = \frac{t_D}{C_D}, \quad (2.268)$$

onde $p_{wD}(t_D)$ é a queda de pressão adimensional no poço no tempo adimensional t_D . Observa-se que a pressão é proporcional ao tempo e, conseqüentemente, num gráfico cartesiano p_{wD} versus t_D resulta em uma linha reta com inclinação $1/C_D$, e um gráfico log-log, $\log p_{wD}$ versus $\log t_D$, fornece uma linha reta com inclinação 1.

Para um poço de líquido, a variação da compressibilidade com a pressão é desprezível e um gráfico da pressão de fluxo versus tempo resulta em uma linha reta durante o período em que a contribuição do reservatório não é significativa. Entretanto, com o decorrer do tempo, o reservatório vai aumentando gradativamente a sua contribuição, fazendo com que a pressão deixe de se comportar linearmente em relação ao tempo, até que uma vazão constante em condições de reservatório seja alcançada, conforme é visualizado na Figura 2.25. A partir desse ponto o comportamento da pressão é inferido através da teoria apresentada em seções anteriores.

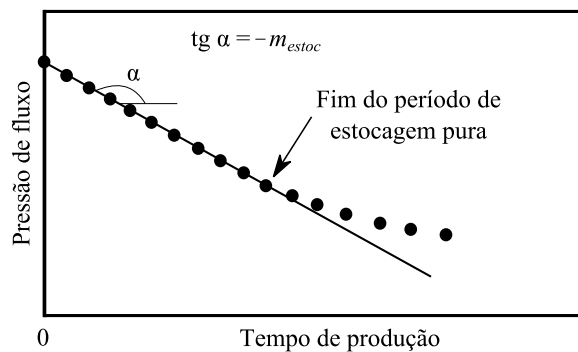


Figura 2.25 – Pressão de fluxo versus tempo de produção para poço com estocagem.

A Eq. (2.268) indica a existência de um período de estocagem pura, cuja duração é função do coeficiente de estocagem, da transmissibilidade da formação (kh/μ) e do fator de película. Um gráfico dos pontos iniciais de pressão de fluxo *versus* o tempo de produção (ver Figura 2.25) apresenta uma linha reta com coeficiente angular $-m_{estoc}$. O coeficiente de estocagem é calculado pela seguinte expressão:

$$C = \frac{qB}{m_{estoc}}. \quad (2.269)$$

2.8. Escoamento Radial com Efeitos de Estocagem e de Película

O modelo matemático para o problema de um poço com estocagem e efeito de película, que produz de um reservatório infinito com vazão constante, baseia-se nas mesmas equações descritas anteriormente, com exceção da condição de contorno interna que deve ser agora modificada, conforme será visto a seguir.

A vazão total do poço, medida em condições de fundo, é a soma de duas parcelas,

$$qB = q_{res} + (qB)_{estoc}, \quad (2.270)$$

onde q_{res} e $(qB)_{estoc}$ são, respectivamente, as contribuições do reservatório e do poço, esta última devida ao efeito de estocagem. A contribuição devida à estocagem é calculada como

$$(qB)_{estoc} = C \frac{p_i - p_{wf}}{t}, \quad (2.271)$$

ou ainda,

$$(qB)_{estoc} = -C \frac{dp_{wf}}{dt}. \quad (2.272)$$

A parcela da vazão proveniente do reservatório é determinada pela lei de Darcy, ou seja:

$$q_{res} = \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w}. \quad (2.273)$$

Realizando algumas substituições algébricas, obtém-se:

$$qB = \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} - C \frac{dp_{wf}}{dt}. \quad (2.274)$$

Utilizando-se as definições de variáveis adimensionais na Eq. (2.274) resulta

$$\frac{C_1 C_2 C}{\phi h c_t r_w^2} \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (2.275)$$

ou

$$\frac{C_3 C}{\phi h c_t r_w^2} \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1, \quad (2.276)$$

onde $C_3 = C_1 C_2$, ou ainda, em unidades compatíveis,

$$\frac{C}{2\pi\phi h c_t r_w^2} \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (2.277)$$

A primeira fração do lado esquerdo da Eq. (2.277) é precisamente o coeficiente de estocagem adimensional, já definido anteriormente, ou seja:

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi h c_t r_w^2}. \quad (2.278)$$

Assim, a Eq. (2.277) assume a forma final:

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (2.279)$$

A inclusão do efeito de película é feita observando-se o modelo físico e matemático representado na Figura 2.19. De acordo com aquela figura tem-se

$$p_{wf}(t) = [p(r, t)]_{r=r_w} - \Delta p_s, \quad (2.280)$$

sendo que

$$\Delta p_s = \frac{q_{res} \mu}{2\pi k h} s. \quad (2.281)$$

Aplicando-se a lei de Darcy, a Eq. (2.280) assume a forma

$$p_{wf}(t) = [p(r, t)]_{r=r_w} - s \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w}, \quad (2.282)$$

que na forma adimensional passa a ser escrita como:

$$p_{wD}(t_D) = \left[p_D(r_D, t_D) - s \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) \right]_{r_D=1}. \quad (2.283)$$

O problema completo pode ser posto da seguinte forma: a equação da difusividade é descrita por

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.284)$$

e as condições inicial e de contorno são:

$$p_D(r_D, 0) = 0 \quad (2.285)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (2.286)$$

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (2.287)$$

A solução do sistema composto pelas Eqs. (2.284), (2.285), (2.286) e (2.287), aplicando a técnica das transformadas de Laplace, foi desenvolvida por Agarwal *et al.* (1970) e é dada por

$$\bar{p}_D(r_D, u) = \frac{K_0(r_D \sqrt{u})}{u \left\{ \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) + C_D u \left[K_0(\sqrt{u}) + s \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) \right] \right\}}. \quad (2.288)$$

Para o cálculo da pressão no poço a equação no campo de Laplace é dada pela expressão:

$$\bar{p}_{wD}(u) = \frac{K_0(\sqrt{u}) + s \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})}{u \left\{ \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) + C_D u \left[K_0(\sqrt{u}) + s \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) \right] \right\}}. \quad (2.289)$$

Usualmente a solução do problema no campo real é obtida invertendo-se numericamente através do algoritmo de Stehfest. Agarwal *et al.* (1970) apresentaram graficamente a solução dada pela Eq. (2.289) para diversos valores do coeficiente de estocagem adimensional C_D e do fator de película s , conforme é observado na Figura 2.26.

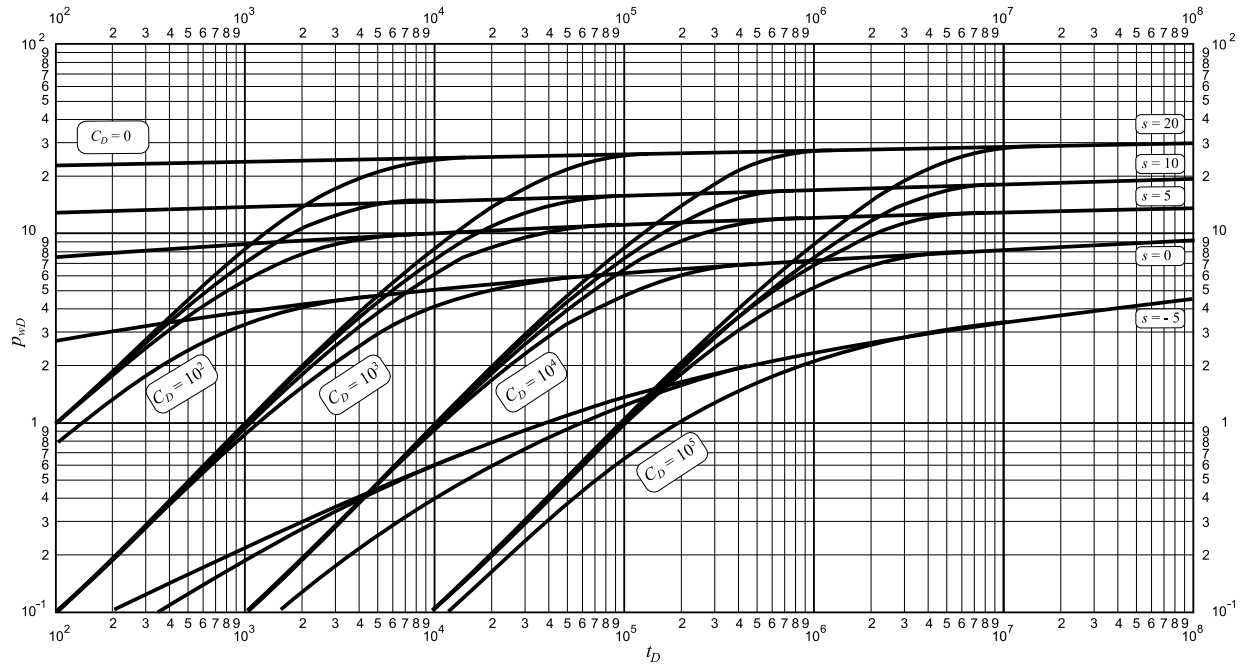


Figura 2.26 – Gráficos típicos ou curvas-tipo utilizando o modelo de Agarwal *et al.* (1970). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Além da inversão numérica, é possível a obtenção analítica aproximada de curto e de longo tempo para a queda de pressão adimensional no poço p_{wD} . Para facilitar essa análise, considera-se uma aproximação normalmente válida para os tempos de duração de um teste de pressão, dada por

$$\sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) \cong 1 \quad (2.290)$$

Com isso a Eq. (2.289) é escrita como

$$\bar{p}_{wD}(u) = \frac{1}{u \left\{ \frac{1}{K_0(\sqrt{u}) + s} + C_D u \right\}}. \quad (2.291)$$

Outra aproximação em geral válida para os tempos de teste de interesse é dada pela expressão

$$K_0(\xi) \cong -\ln\left(\frac{e^\gamma \xi}{2}\right), \quad (2.292)$$

que equivale à aproximação logarítmica, conforme apresentado anteriormente. Empregando essa aproximação, obtém-se:

$$\bar{p}_{wD}(u) = \frac{1}{u \left\{ \frac{1}{\ln[2e^s/(e^\gamma \sqrt{u})]} + C_D u \right\}}. \quad (2.293)$$

a) Aproximação de curto tempo

Da teoria das transformadas de Laplace sabe-se que o argumento no campo real é inversamente proporcional ao argumento do campo de Laplace. Então, para tempos reais curtos a variável de Laplace u torna-se muito grande. Com isso a Eq. (2.293) é simplificada para

$$\bar{p}_{wD}(u) = \frac{1}{C_D u^2}, \quad (2.294)$$

cujas inversão para o campo real resulta em

$$p_{wD}(t_D) = \frac{t_D}{C_D}, \quad (2.295)$$

conforme já indicado anteriormente. Portanto, para curto tempo, ou seja, para o período de estocagem pura, quando o comportamento da pressão no poço é dominado pelos efeitos de estocagem, a queda de pressão é uma função linear do tempo. Assim, um gráfico log-log da queda de pressão adimensional *versus* o tempo de produção adimensional resulta em uma linha reta com inclinação de 45°, pois

$$\log p_{wD}(t_D) = \log(t_D/C_D) \quad (2.296)$$

ou

$$\log p_{wD}(t_D) = \log t_D - \log C_D. \quad (2.297)$$

b) Aproximação de longo tempo

Para longo tempo, ou seja, para valores pequenos do argumento de Laplace, a Eq. (2.293) reduz-se para

$$\bar{p}_{wD}(u) = \frac{1}{u} \ln\left(\frac{2e^s}{e^\gamma \sqrt{u}}\right), \quad (2.298)$$

cujas transformada inversa é dada pela expressão

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_D}{e^\gamma} e^{2s}\right), \quad (2.299)$$

que ainda pode ser escrita como

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + 2s \right]. \quad (2.300)$$

Note-se que a aproximação de longo tempo é idêntica à aproximação logarítmica da solução do modelo da fonte-linear, acrescida do efeito de película. A Eq. (2.300) indica que, para longo tempo, a queda de pressão adimensional no poço é uma função do logaritmo do tempo adimensional. De fato, no longo tempo as curvas tendem para as curvas correspondentes aos casos de coeficiente de estocagem adimensional nulo, $C_D = 0$, ou seja, aproximam-se da solução para o caso de um poço sem efeitos de estocagem.

É importante, na interpretação de testes de pressão, determinar o instante em que o efeito da estocagem sobre a pressão reduz-se significativamente, ou seja, praticamente desaparece. Esse instante equivale ao ponto em que cada curva correspondente a um determinado par (C_D, s) converge para a curva $C_D = 0$, que representa o comportamento de um poço sem estocagem. Uma regra prática estabelece que esse ponto está situado $1 \frac{1}{2}$ ciclos logarítmicos de tempo após o instante em que a curva correspondente a um determinado par inicia o desvio em relação à reta de inclinação unitária, isto é, após o final do período de estocagem pura (Earlougher). Para poços em fluxo, o final do efeito de estocagem pode ser também estimado pelas seguintes correlações:

$$t_D > (60 + 3,5s)C_D \quad \text{para } s \geq 0 \quad (2.301)$$

$$t_D > 60C_D \quad \text{para } s < 0 \quad (2.302)$$

Note-se, pelas equações anteriores, que o período de estocagem é diretamente proporcional ao coeficiente de estocagem, sendo, portanto, diretamente proporcional ao volume da câmara de estocagem e à compressibilidade do fluido existente no interior do poço, e inversamente proporcional à transmissibilidade da formação. Assim, no caso da realização de um teste de pressão, é possível minimizar os efeitos da estocagem, o que permite a coleta de dados representativos muito mais do comportamento do reservatório do que do poço. Isso pode ser conseguido reduzindo-se o volume da câmara de estocagem, através da colocação de uma válvula de controle de fluxo no fundo do poço, e não na superfície.

Outra forma de representar a Eq. (2.300) é

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D / C_D}{e^\gamma} C_D e^{2s} \right), \quad (2.303)$$

o que indica que, para um tempo longo, a queda de pressão adimensional no poço correlaciona-se com a variável independente t_D/C_D através do grupo de parâmetros $C_D e^{2s}$. Para curto tempo, já foi mostrado que a queda de pressão adimensional no poço é também uma função de t_D/C_D . Com base nessas observações, e verificando-se que para tempos intermediários o grupo $C_D e^{2s}$ também é um parâmetro de correlação, Gringarten *et al.* (1979) sugeriram uma nova forma de apresentar a solução do problema de um poço com estocagem e fator de película. Nesse conjunto de curvas, conhecidas como curvas-tipo de Gringarten, são utilizados somente três grupos adimensionais, ou sejam, p_{wD} , t_D/C_D e $C_D e^{2s}$, conforme indicadas na Figura 2.27 (também no Apêndice B como Figura B.6). Diferentemente das curvas de Agarwal, onde são utilizados quatro grupos adimensionais, ou sejam, p_{wD} , t_D , C_D e s , as de Gringarten *et al.* (1979) utilizam apenas três.

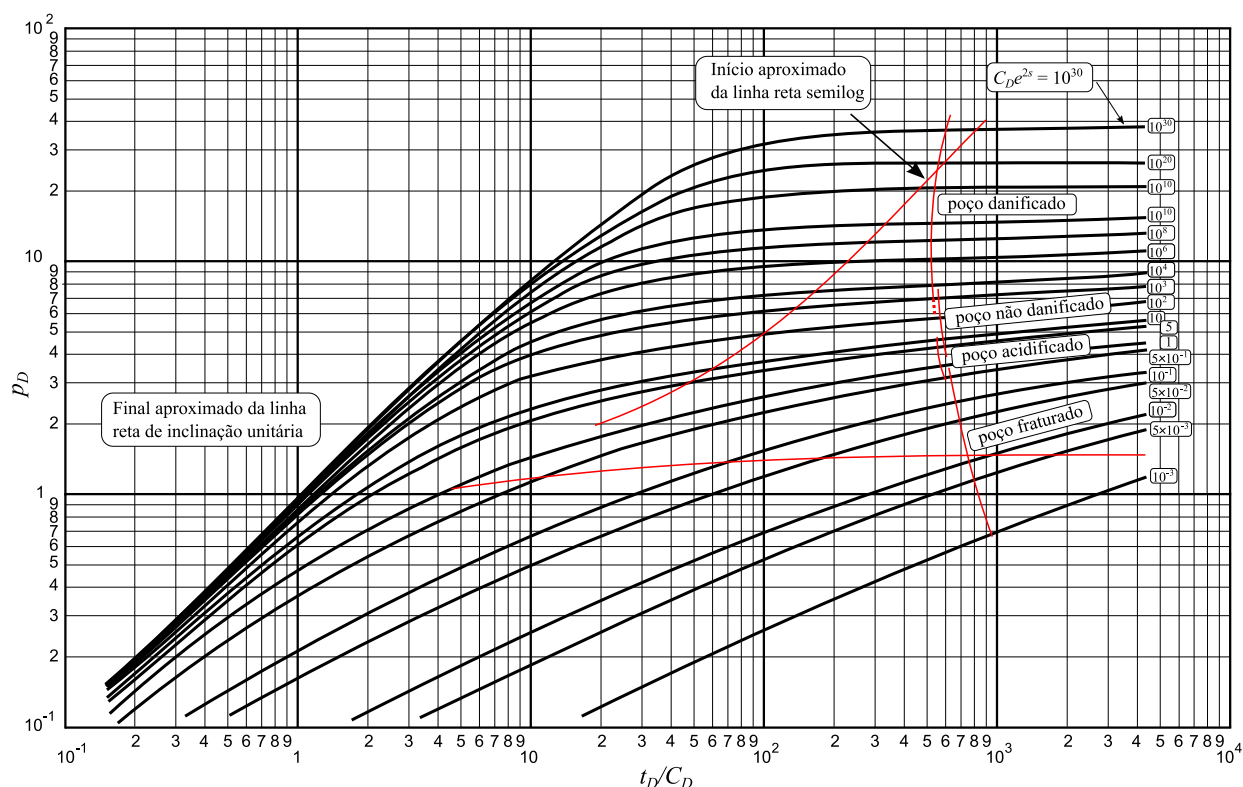


Figura 2.27 – Curvas-tipo de Gringarten. Reproduzida de Gringarten *et al.* (1979). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Posteriormente, Bourdet *et al.* (1983) desenvolveram uma nova forma de apresentar em um gráfico log-log a solução do problema de um poço que produz com vazão constante de um reservatório infinito, incluindo efeitos de estocagem e de película. Essas curvas, denominadas curvas-tipo de Bourdet, estão apresentadas na Figura 2.28 (também reproduzida no Apêndice B como Figura B.7). Além das curvas propostas anteriormente por Gringarten *et al.* (queda de pressão adimensional – linhas pretas), as curvas de Bourdet *et al.* incluem as *derivadas da queda de pressão adimensional* (linhas vermelhas).

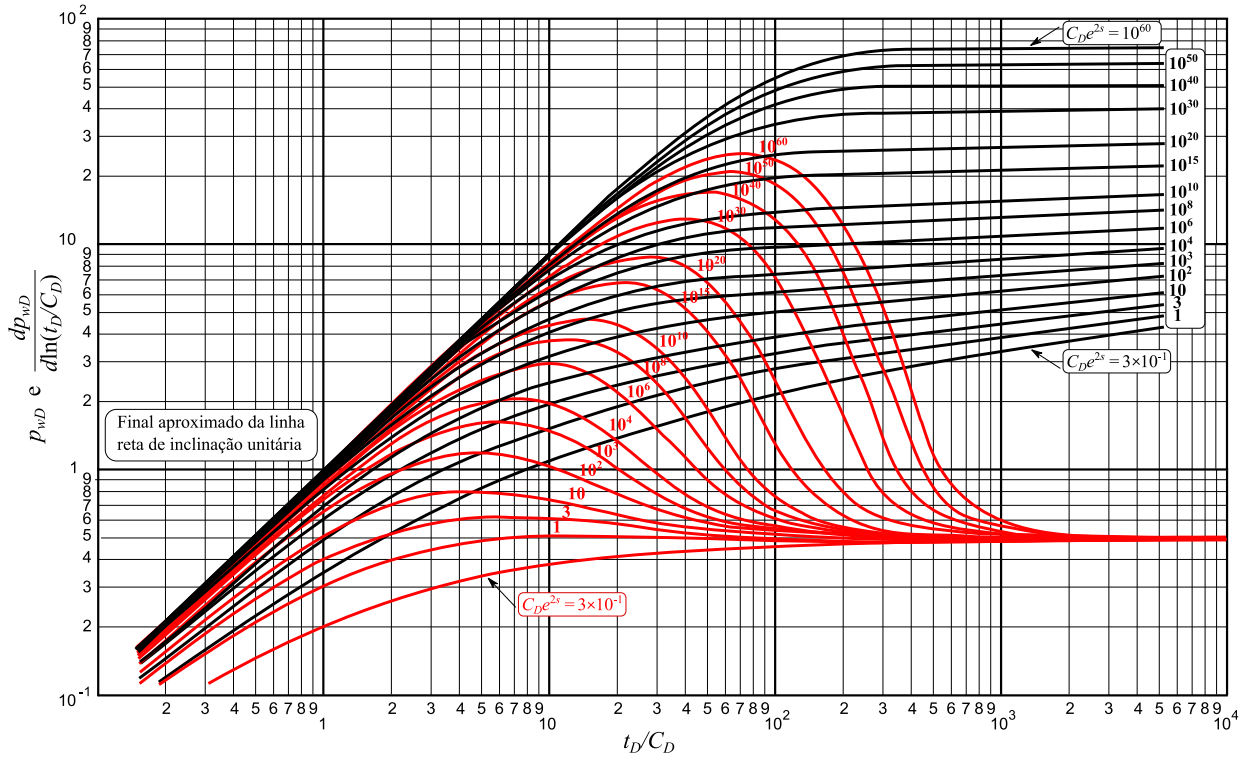


Figura 2.28 – Curvas-tipo de Bourdet. Reproduzida de Bourdet *et al.* (1983). Copyright ©, com permissão de Gulf Publishing Co.

Também, a exemplo de Gringarten *et al.*, Bourdet *et al.* utilizaram os três grupos adimensionais: p_{wD} , t_D/C_D e $C_D e^{2s}$. Assim, tomando-se a derivada da função p_{wD} em relação ao logaritmo da variável independente t_D/C_D , pode-se escrever que:

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln(t_D/C_D)} \equiv \frac{dp_{wD}}{\frac{1}{(t_D/C_D)} d(t_D/C_D)} \equiv (t_D/C_D) \frac{dp_{wD}}{d(t_D/C_D)}. \quad (2.304)$$

Denominando:

$$\frac{dp_{wD}}{d(t_D/C_D)} \equiv p'_{wD} \quad (2.305)$$

com o objetivo de se obter uma notação equivalente e mais compacta, tem-se que:

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln(t_D/C_D)} \equiv (t_D/C_D) p'_{wD} \equiv g(t_D/C_D). \quad (2.306)$$

Portanto, a derivada da queda de pressão adimensional no poço em relação ao logaritmo da variável independente t_D/C_D é uma função do grupo t_D/C_D . Note-se que, para as curvas-tipo de Bourdet da Figura 2.28, a ordenada exibe os valores de p_{wD} e de $dp_{wD}/d \ln(t_D/C_D)$ em função da variável independente t_D/C_D , para diversos valores de $C_D e^{2s}$.

Durante o período de estocagem pura, o comportamento da queda de pressão adimensional em um poço que produz com vazão constante na superfície é dado pela Eq. (2.295). Desta equação obtém-se:

$$p'_{wD} \equiv \frac{dp_{wD}}{d(t_D/C_D)} = \frac{d(t_D/C_D)}{d(t_D/C_D)} = 1 \quad (2.307)$$

Assim:

$$(t_D / C_D) p'_{wD} = t_D / C_D. \quad (2.308)$$

Tomando-se o logaritmo decimal da Eq. (2.308) resulta em:

$$\log[(t_D / C_D) p'_{wD}] = \log(t_D / C_D). \quad (2.309)$$

Então, em um gráfico log-log, a variável dependente $(t_D / C_D) p'_{wD}$ é uma função linear da variável independente t_D / C_D , com coeficiente angular unitário. Além disso, durante o período de estocagem pura, os valores de $(t_D / C_D) p'_{wD}$ e de p'_{wD} são numericamente iguais a t_D / C_D .

A solução de longo tempo para um poço que produz com vazão constante na superfície é dada pela Eq. (2.300), da qual se deduz que:

$$p'_{wD} \equiv \frac{dp_{wD}}{d(t_D / C_D)} = C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} = C_D \frac{d \left\{ \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + 2s \right] \right\}}{dt_D} = C_D \frac{1}{2} \frac{1}{t_D} = \frac{1}{2} \frac{C_D}{t_D} \quad (2.310)$$

ou

$$(t_D / C_D) p'_{wD} = (t_D / C_D) \frac{1}{2} \frac{C_D}{t_D} = \frac{1}{2}. \quad (2.311)$$

Portanto, para longo tempo a curva $(t_D / C_D) p'_{wD}$ versus t_D / C_D em um gráfico log-log exibe uma reta horizontal cujo valor da ordenada é igual a $1/2$. Observe-se na Figura 2.28 que, de fato, no longo tempo todas as curvas da derivada (curvas vermelhas) convergem para uma única, cujo valor da ordenada é de $1/2$.

As curvas de Bourdet, ao incluírem tanto a queda de pressão adimensional como a sua derivada, facilitaram enormemente a identificação dos vários regimes de escoamento que ocorrem durante um teste. A derivada dos dados de pressão tem sido usada como um diagnóstico inicial da geometria do reservatório, além da estimativa de alguns parâmetros do sistema poço-reservatório. Isso pode ser facilmente verificado observando-se o caráter das curvas mostradas na Figura 2.28. Enquanto as curvas da pressão apresentam um crescimento contínuo e são muito semelhantes, as da derivada atingem um máximo, declinam e estabilizam, além de convergirem para um único valor ($1/2$). Todos esses aspectos conferem uma grande vantagem para o uso da derivada em conjunto com o da pressão.

2.9. Superposição de Efeitos

O princípio da superposição de efeitos constitui uma particularidade matemática aplicável às equações diferenciais lineares. Segundo esse princípio, qualquer combinação linear de soluções desse tipo de equação é também uma solução da equação. Como a equação da difusividade hidráulica é uma diferencial parcial linear de segunda ordem, a superposição de efeitos é aplicada tanto em relação ao tempo quanto ao espaço.

Um exemplo de superposição no tempo é obtido quando se altera a vazão de um poço, conforme ilustra o esquema apresentado na Figura 2.29.

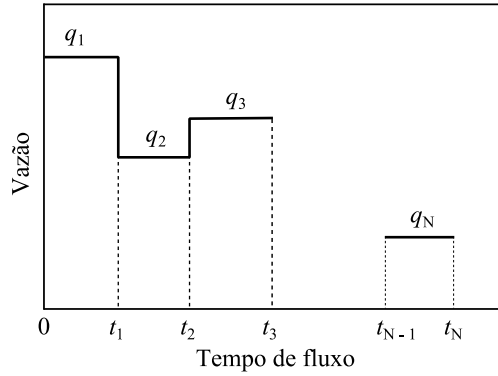


Figura 2.29 – Esquema de vazão variável.

Para se determinar a queda de pressão e, conseqüentemente, a pressão em qualquer ponto do reservatório no instante t_N deve-se superpor os efeitos das diversas variações de vazão $(q_1 - q_0)$, $(q_2 - q_1)$, $(q_3 - q_2)$, ..., $(q_N - q_{N-1})$, onde $q_0 = 0$. Isto pode ser imaginado como sendo vários poços produzindo de um mesmo ponto, com vazões $(q_1 - q_0)$, $(q_2 - q_1)$, $(q_3 - q_2)$, ..., $(q_N - q_{N-1})$, durante os tempos t_N , $t_N - t_1$, $t_N - t_2$, ..., $t_N - t_{N-1}$, respectivamente.

Admitindo-se que o reservatório se comporte como se fosse infinito e utilizando-se da solução da linha-fonte, a pressão em qualquer ponto do sistema, para o caso de vazão constante q (medida em condições-padrão), é dada por

$$p(r, t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k t} \right) \right], \quad (2.312)$$

igual à Eq. (2.140). Assim, tem-se que

$$\Delta p(r, t) \equiv p_i - p(r, t) = \frac{C_2 q B \mu}{k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k t} \right) \right]. \quad (2.313)$$

No caso do esquema da Figura 2.29, a superposição de efeitos para a queda de pressão no instante t_N resulta na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \Delta p(r, t_N) = & \frac{C_2 B \mu}{k h} \left\{ q_1 \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k t_N} \right] + (q_2 - q_1) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k (t_N - t_1)} \right] + \right. \\ & \left. + (q_3 - q_2) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k (t_N - t_2)} \right] + \dots + (q_N - q_{N-1}) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k (t_N - t_{N-1})} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.314)$$

Para o cálculo da queda de pressão no próprio poço, basta acrescentar o termo $q_N s$ na Eq. (2.314), conforme é demonstrado a seguir utilizando-se das variáveis adimensionais, isto é:

$$\begin{aligned} \Delta p(r = r_w, t_N) \equiv \Delta p_w(t_N) = & \frac{C_2 B \mu}{k h} \left\{ q_1 \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k t_N} \right] + (q_2 - q_1) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k (t_N - t_1)} \right] + \right. \\ & \left. + (q_3 - q_2) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k (t_N - t_2)} \right] + \dots + (q_N - q_{N-1}) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4 C_1 k (t_N - t_{N-1})} \right] + q_N s \right\}. \end{aligned} \quad (2.315)$$

De acordo com as definições de variáveis adimensionais, a solução da Eq. (2.313) pode ser escrita, conforme já foi apresentado anteriormente, como

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_i - p(r, t)] = \frac{kh}{C_2 q B \mu} \Delta p(r, t) \equiv p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_i r^2}{4 C_1 k t} \right). \quad (2.316)$$

Logo, a equação da superposição de efeitos no tempo dada pela Eq. (2.314) pode ser escrita de forma mais geral como

$$\begin{aligned} \Delta p(r, t_N) = & \frac{C_2 B \mu}{kh} \{ q_1 p_D(r_D, t_{ND}) + (q_2 - q_1) p_D[r_D, (t_N - t_1)_D] + \\ & + (q_3 - q_2) p_D[r_D, (t_N - t_2)_D] + \dots + (q_N - q_{N-1}) p_D[r_D, (t_N - t_{N-1})_D] \}, \end{aligned} \quad (2.317)$$

onde $p_D(r_D, t_D)$ é a solução para a queda de pressão adimensional do modelo físico em questão. Portanto, diferentemente da Eq. (2.314), que é aplicável apenas quando o reservatório se comporta como infinito, a Eq. (2.317) é mais geral, sendo válida para qualquer geometria ou regime de escoamento, desde que seja usada a solução adequada para a queda de pressão adimensional $p_D(r_D, t_D)$.

A Eq. (2.317) ainda pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{kh}{C_2 B \mu} \Delta p(r, t_N) = & \{ q_1 p_D(r_D, t_{ND}) + (q_2 - q_1) p_D[r_D, (t_N - t_1)_D] + \\ & + (q_3 - q_2) p_D[r_D, (t_N - t_2)_D] + \dots + (q_N - q_{N-1}) p_D[r_D, (t_N - t_{N-1})_D] \}. \end{aligned} \quad (2.318)$$

Dividindo-se a equação por uma vazão de referência q_r resulta

$$\begin{aligned} \frac{kh}{C_2 q_r B \mu} \Delta p(r, t_N) = & \left\{ \frac{q_1}{q_r} p_D(r_D, t_{ND}) + \frac{(q_2 - q_1)}{q_r} p_D[r_D, (t_N - t_1)_D] + \right. \\ & \left. + \frac{(q_3 - q_2)}{q_r} p_D[r_D, (t_N - t_2)_D] + \dots + \frac{(q_N - q_{N-1})}{q_r} p_D[r_D, (t_N - t_{N-1})_D] \right\}. \end{aligned} \quad (2.319)$$

Definindo-se uma vazão adimensional $q_D = q/q_r$ e utilizando-se da vazão de referência q_r na definição da queda de pressão adimensional, ou seja,

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{kh [p_i - p(r, t)]}{C_2 q_r B \mu} = \frac{kh \Delta p(r, t)}{C_2 q_r B \mu}, \quad (2.320)$$

a Eq. (2.319) pode ser escrita de forma adimensional e generalizada como

$$p_D(r_D, t_{ND}) = q_{1D} p_D(r_D, t_{ND}) + (q_2 - q_1)_D p_D[r_D, (t_N - t_1)_D] + \dots + (q_N - q_{N-1})_D p_D[r_D, (t_N - t_{N-1})_D], \quad (2.321)$$

onde o termo do lado esquerdo do sinal de igualdade representa a queda de pressão adimensional no ponto em questão no tempo t_N e cada um dos termos $p_D[r_D, (t_N - t_{j-1})_D]$, $j = 1, \dots, N$, do lado direito representa a solução da queda de pressão adimensional para o modelo físico em questão avaliada no tempo $(t_N - t_{j-1})$.

Para o cálculo da queda de pressão adimensional no poço ($r_D = 1$), incluindo um fator de película, a Eq. (2.321) pode ser escrita como

$$p_{wD}(t_D) = q_{1D} [p_D(1, t_D) + s] + (q_2 - q_1)_D \{ p_D[1, (t - t_1)_D] + s \} + \dots + (q_N - q_{N-1})_D \{ p_D[1, (t - t_{N-1})_D] + s \}, \quad (2.322)$$

onde as soluções $p_D[r_D, (t_N - t_{j-1})_D]$ não incluem o efeito de película e

$$p_{wD}(t_D) = \frac{kh(p_i - p_{wf})}{C_2 q_r B \mu}. \quad (2.323)$$

Note-se que a Eq. (2.322) pode ser reescrita em forma de somatório, ou seja,

$$p_{wD}(t_D) = \sum_{j=1}^N (q_j - q_{j-1})_D \{p_D[1, (t - t_{j-1})_D] + s\}, \quad (2.324)$$

onde $t_0 = 0$ e $q_0 = 0$. Outra forma de se escrever a Eq. (2.324) pode ser obtida observando-se que os termos $q_j s$ ($j = 1, \dots, N$) se cancelam na Eq. (2.322), com exceção do último, ou seja, do termo $q_N s$, resultando

$$p_{wD}(t_D) = q_{1D} p_D(1, t_D) + (q_2 - q_1)_D p_D[1, (t - t_1)_D] + \dots + (q_N - q_{N-1})_D p_D[1, (t - t_{N-1})_D] + q_{ND} s \quad (2.325)$$

Ou, de uma forma mais compacta:

$$p_{wD}(t_D) = \left\{ \sum_{j=1}^N (q_j - q_{j-1})_D p_D[1, (t - t_{j-1})_D] \right\} + q_{ND} s. \quad (2.326)$$

Para exemplificar a superposição de efeitos no espaço, considere a situação em que dois poços distintos **A** e **B** estejam produzindo com vazões constantes q_A e q_B (medidas em condições-padrão) de um reservatório infinito, respectivamente. Admitindo-se que ambos os poços iniciem a produção simultaneamente, o cálculo da queda de pressão em um ponto **C** do reservatório é obtido pela soma dos efeitos das produções dos poços **A** e **B**, isto é,

$$\Delta p_C = \Delta p_{A,C} + \Delta p_{B,C}, \quad (2.327)$$

onde $\Delta p_{A,C}$ e $\Delta p_{B,C}$ representam as quedas de pressão no ponto **C**, referentes às produções dos poços **A** e **B**, respectivamente, ou seja,

$$\Delta p_{A,C} \equiv p_i - p(r_{AC}, t) = \frac{C_2 q_A B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{AC}^2}{4C_1 kt} \right) \right] \quad (2.328)$$

e

$$\Delta p_{B,C} \equiv p_i - p(r_{BC}, t) = \frac{C_2 q_B B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{BC}^2}{4C_1 kt} \right) \right], \quad (2.329)$$

onde r_{AC} e r_{BC} são as distâncias do ponto **C** aos pontos **A** e **B**, respectivamente. Com efeito, a queda de pressão no ponto **C** é

$$\Delta p_C = \frac{C_2 q_A B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{AC}^2}{4C_1 kt} \right) \right] + \frac{C_2 q_B B \mu}{kh} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{BC}^2}{4C_1 kt} \right) \right] \quad (2.330)$$

ou

$$\Delta p_C = \frac{C_2 B \mu}{kh} \left[q_A \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{AC}^2}{4C_1 kt} \right) + q_B \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{BC}^2}{4C_1 kt} \right) \right]. \quad (2.331)$$

A Eq. (2.331) é escrita de forma mais geral como

$$\Delta p_C = \frac{C_2 B \mu}{k h} [q_A p_D(r_{ACD}, t_D) + q_B p_D(r_{BCD}, t_D)]. \quad (2.332)$$

Em um caso mais geral, a queda de pressão em um dado ponto do reservatório, causada pela produção de N poços distantes, respectivamente, $r_1, r_2, \dots, r_N$ deste ponto, é dada por

$$\Delta p(t) = \frac{C_2 B \mu}{k h} [q_1 p_D(r_{1D}, t_D) + q_2 p_D(r_{2D}, t_D) + \dots + q_N p_D(r_{ND}, t_D)] \quad (2.333)$$

ou

$$\Delta p(t) = \frac{C_2 B \mu}{k h} \sum_{j=1}^N q_j p_D(r_{jD}, t_D), \quad (2.334)$$

onde $q_j, j = 1, \dots, N$ são as vazões dos poços e $p_D(r_D, t_D)$ a solução da queda de pressão adimensional para o modelo físico em questão. Já em um problema onde houver vários poços, cada um deles produzindo com vazão variável, o cálculo da pressão em um determinado tempo requer a aplicação do princípio da superposição no tempo e no espaço.

2.9.1. Superposição de efeitos para uma variação contínua de vazão

Considerando a Eq. (2.324) desenvolvida na seção anterior para a queda de pressão no poço no caso de vazão variável, e multiplicando-se e dividindo-se por $(t - t_{j-1})_D = \Delta \tau_j$, obtém-se

$$p_{wD}(t_D) = \sum_{j=1}^N \frac{(q_j - q_{j-1})_D}{(t - t_{j-1})_D} \{p_D[l, (t - t_{j-1})_D] + s\} (t - t_{j-1})_D = \sum_{j=1}^N \frac{\Delta q_{jD}}{\Delta \tau_j} \{p_D[l, (t - t_{j-1})_D] + s\} \Delta \tau_j, \quad (2.335)$$

onde $\Delta q_{jD} = (q_j - q_{j-1})_D$. Tomando-se agora o limite da Eq. (2.335) quando $\Delta \tau_j$ tende a zero, resulta

$$p_{wD}(t_D) = \lim_{\Delta \tau_j \rightarrow 0} \sum_{j=1}^N \frac{\Delta q_{jD}}{\Delta \tau_j} \{p_D[l, (t - t_{j-1})_D] + s\} \Delta \tau_j \quad (2.336)$$

O somatório da Eq. (2.336) se torna uma integração quando $\Delta \tau_j$ tende a zero, e os termos Δ se tornam diferenciais. A variável τ é uma variável muda de integração relativa ao termo t_{j-1} . Então:

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} \frac{dq_D(\tau)}{d\tau} \{p_D[l, (t_D - \tau)_D] + s\} d\tau. \quad (2.337)$$

Considere-se que $p_{wCD}(t_D)$ seja a solução para a queda de pressão adimensional em um poço com fator de película e vazão constante, ou seja, $p_{wCD}(t_D) = p_D(1, t_D) + s$, e que $p_{wD}(t_D)$ seja a solução para a queda de pressão adimensional no poço quando a vazão é variável. Então a Eq. (2.337) se torna

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} \frac{dq_D(\tau)}{d\tau} [p_{wCD}(t_D - \tau)] d\tau. \quad (2.338)$$

A Eq. (2.338) possibilita avaliar a superposição de efeitos para uma variação contínua de vazão. Esta equação é conhecida como a *integral da convolução* e é amplamente utilizada nos métodos de análise de teste de poço. Utilizando-se da propriedade da convolução chega-se a outra forma da Eq. (2.338), ou seja:

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q_D(\tau) \frac{\partial p_{weD}(t_D - \tau)}{\partial t_D} d\tau. \quad (2.339)$$

2.9.2. Método das imagens

As discontinuidades provocadas por falhas ou barreiras de permeabilidade são muito comuns em reservatórios de petróleo. Particularmente, as falhas planas verticais selantes em forma geométrica simples (um plano vertical), que impedem totalmente o fluxo de fluidos, têm tratamento analítico simples.

Imagine-se o caso de um poço produtor **A** situado a uma distância L de uma falha plana vertical selante, conforme ilustra a Figura 2.30.

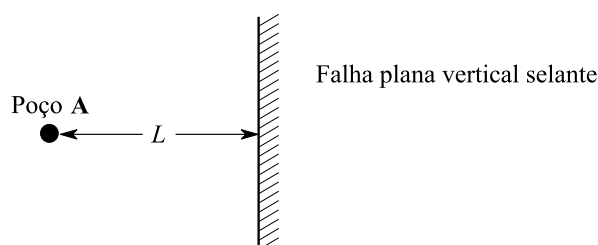


Figura 2.30 – Falha plana vertical selante próxima a um poço produtor.

A falha possui comprimento infinito e o reservatório é infinitamente extenso nas demais direções, ou seja, nenhum outro limite do reservatório é observado durante a produção do poço **A**. O sistema mostrado na Figura 2.30 não é infinitamente extenso em todos os sentidos, não permitindo, portanto, a aplicação direta da solução da fonte-linear para reservatório infinito. Porém, caso o poço seja colocado em produção com vazão constante q , é fácil verificar que as linhas de corrente devem apresentar a conformação da Figura 2.31.

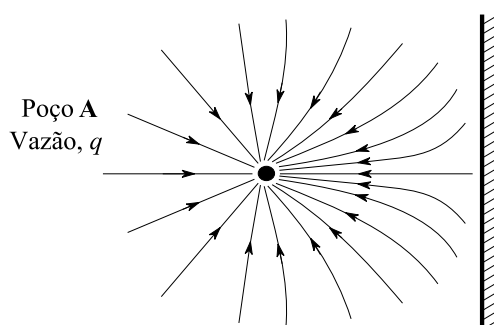


Figura 2.31 – Linhas de corrente em um sistema com falha plana vertical selante.

O sistema semi-infinito da Figura 2.31 pode ser substituído por um sistema infinito, utilizando-se do *método das imagens*. Esta técnica consiste em se colocar tantos poços quantos forem necessários em um sistema infinito, de tal modo que a configuração das linhas de corrente seja idêntica à real. No caso considerado, basta a colocação de um poço imagem (**A'**), também produzindo com vazão q , a uma distância L da falha plana selante. Isso gera um sistema de linhas de corrente conforme ilustrado na Figura 2.32.

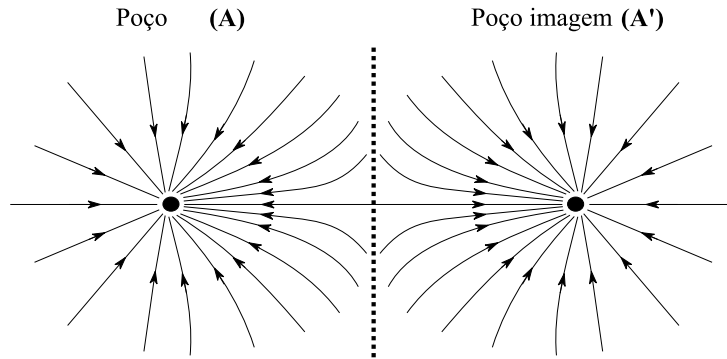


Figura 2.32 – Aplicação do método das imagens para o caso de uma falha plana vertical selante.

O sistema da Figura 2.32 representa exatamente o reservatório real e o comportamento da pressão em qualquer ponto pode ser previsto aplicando-se o princípio da superposição de efeitos, considerando-se dois poços produzindo de um sistema infinito. A Figura 2.33 indica um sistema de coordenadas para a aplicação do método das imagens.

Um poço real opera com vazão q constante a uma distância L de uma falha simples selante representada pelo eixo y e um poço imagem é colocado também a uma distância L da falha, ou seja, no ponto $x = -L$.

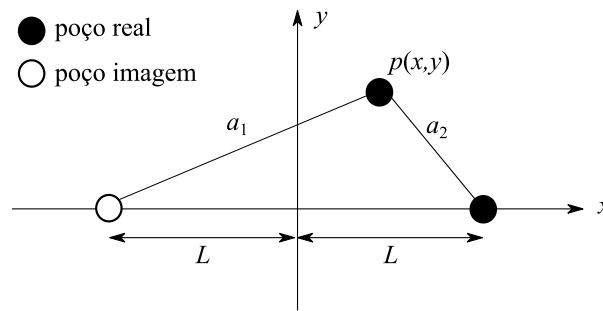


Figura 2.33 – Localização do poço imagem em um sistema com falha plana vertical selante.

Aplicando-se a superposição de efeitos para um ponto qualquer no plano (x, y) , obtém-se

$$p(x, y, t) = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{k h} [p_D(a_{1D}, t_D) + p_D(a_{2D}, t_D)] \quad (2.340)$$

ou, em termos adimensionais,

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = p_D(a_{1D}, t_D) + p_D(a_{2D}, t_D), \quad (2.341)$$

onde a_{1D} e a_{2D} são definidos por

$$a_{1D} = \frac{a_1}{r_w} = \frac{1}{r_w} \sqrt{(x+L)^2 + y^2} = \sqrt{(x_D + L_D)^2 + y_D^2} \quad (2.342)$$

e

$$a_{2D} = \frac{a_2}{r_w} = \frac{1}{r_w} \sqrt{(x-L)^2 + y^2} = \sqrt{(x_D - L_D)^2 + y_D^2}, \quad (2.343)$$

onde $x_D = x/r_w$, $y_D = y/r_w$ e $L_D = L/r_w$. Para um reservatório infinito com $a_D > 20$ a Eq. (2.341) pode ser escrita como:

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) + \frac{1}{2} E_i \left(\frac{a_{2D}^2}{4t_D} \right). \quad (2.344)$$

Esta equação possibilita o cálculo da pressão em qualquer ponto do sistema (para $a_D > 20$), em qualquer tempo. Derivando a Eq. (2.344) em relação a x_D , obtém-se

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_D} E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) + \frac{\partial}{\partial x_D} E_i \left(\frac{a_{2D}^2}{4t_D} \right) \right\}. \quad (2.345)$$

Sabe-se por definição que

$$E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) = \int_{\frac{a_{1D}^2}{4t_D}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (2.346)$$

e que a regra de Leibniz da derivada de uma integral estabelece que

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{f(x)}^{h(x)} g(u) du = \left\{ g[h(x)] \frac{\partial[h(x)]}{\partial x} - g[f(x)] \frac{\partial[f(x)]}{\partial x} \right\}. \quad (2.347)$$

Aplicando-a na Eq. (2.346) resulta

$$\frac{\partial}{\partial a_{1D}} \left[E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) \right] = 0 - \frac{\exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{-a_{1D}^2/4t_D} \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) = -\frac{2 \exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{a_{1D}}. \quad (2.348)$$

De forma similar tem-se

$$\frac{\partial}{\partial a_{2D}} \left[E_i \left(\frac{a_{2D}^2}{4t_D} \right) \right] = -\frac{2 \exp(-a_{2D}^2/4t_D)}{a_{2D}}. \quad (2.349)$$

Usando a regra da cadeia pode-se escrever que

$$\frac{\partial}{\partial x_D} \left[E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial a_{1D}} \left[E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) \right] \frac{\partial a_{1D}}{\partial x_D}. \quad (2.350)$$

Substituindo a Eq. (2.348) na Eq. (2.350) resulta

$$\frac{\partial}{\partial x_D} \left[E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) \right] = \left[-\frac{2 \exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{a_{1D}} \right] \frac{\partial a_{1D}}{\partial x_D}. \quad (2.351)$$

A derivada $\partial a_{1D}/\partial x_D$ pode ser obtida a partir da Eq. (2.342), pois

$$a_{1D}^2 = (x_D + L_D)^2 + y_D^2. \quad (2.352)$$

Então:

$$2a_{1D} \frac{\partial a_{1D}}{\partial x_D} = 2(x_D + L_D) \quad (2.353)$$

ou

$$\frac{\partial a_{1D}}{\partial x_D} = \frac{(x_D + L_D)}{a_{1D}}. \quad (2.354)$$

De forma análoga:

$$\frac{\partial a_{2D}}{\partial x_D} = \frac{(x_D - L_D)}{a_{2D}}. \quad (2.355)$$

Usando a Eq. (2.354) na Eq. (2.351) resulta em

$$\frac{\partial}{\partial x_D} \left[E_i \left(\frac{a_{1D}^2}{4t_D} \right) \right] = \left[-\frac{2 \exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{a_{1D}} \right] \frac{(x_D + L_D)}{a_{1D}} = -\frac{2(x_D + L_D) \exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{a_{1D}^2} \quad (2.356)$$

e, de forma similar, em

$$\frac{\partial}{\partial x_D} \left[E_i \left(\frac{a_{2D}^2}{4t_D} \right) \right] = \left[-\frac{2 \exp(-a_{2D}^2/4t_D)}{a_{2D}} \right] \frac{(x_D - L_D)}{a_{2D}} = -\frac{2(x_D - L_D) \exp(-a_{2D}^2/4t_D)}{a_{2D}^2}. \quad (2.357)$$

Usando as Eqs. (2.356) e (2.357) na Eq. (2.345), fornece

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D} = \frac{1}{2} \left[\left(-\frac{2(x_D + L_D) \exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{a_{1D}^2} \right) + \left(-\frac{2(x_D - L_D) \exp(-a_{2D}^2/4t_D)}{a_{2D}^2} \right) \right] \quad (2.358)$$

ou

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D} = - \left[\frac{(x_D + L_D) \exp(-a_{1D}^2/4t_D)}{a_{1D}^2} + \frac{(x_D - L_D) \exp(-a_{2D}^2/4t_D)}{a_{2D}^2} \right]. \quad (2.359)$$

Quando $x_D = 0$ a Eq. (2.359) se torna

$$\frac{\partial p_D}{\partial x_D} = - \left\{ \frac{L_D}{L_D^2 + y_D^2} \exp \left[-\frac{(L_D^2 + y_D^2)}{4t_D} \right] - \frac{L_D}{L_D^2 + y_D^2} \exp \left[-\frac{(L_D^2 + y_D^2)}{4t_D} \right] \right\} = 0 \quad (2.360)$$

A Eq. (2.360) mostra que a derivada da pressão em relação à coordenada horizontal é nula no ponto $x = 0$ (posição da falha). Considerando que a derivada da pressão nessa direção é nula, de acordo com a lei de Darcy a velocidade de escoamento e, conseqüentemente, a vazão também são nulas na direção horizontal, o que atesta que o modelo da Figura 2.32 e da Figura 2.33 é de fato equivalente ao sistema real (poço produtor próximo a uma falha plana vertical selante em um reservatório infinito – Figura 2.31).

O resultado da Eq. (2.360) é, portanto, a base do método das imagens. Isto implica que, se um poço é perfurado próximo a uma falha simples, pode-se então representar esse sistema por meio de um modelo equivalente de escoamento adicionando um poço imagem, conforme ilustrado na Figura 2.32. É possível estender a ideia para sistemas com mais de uma barreira. A Figura 2.34, por exemplo, mostra um poço localizado próximo a duas falhas selantes em ângulo reto (uma vertical e outra horizontal, representadas pelos eixos cartesianos x e y). O poço 1 é o poço real, o poço 2 é a imagem do poço 1 em relação à falha vertical e evita que o fluxo cruze o eixo y devido aos efeitos do poço 1. O poço 3 é a imagem do poço 1 em relação à falha horizontal e evita que o fluxo cruze o eixo x devido aos efeitos do poço 1. O poço 4 é

a imagem, tanto do poço 2 em relação à falha horizontal como do poço 3 em relação à vertical, e previne o fluxo através do eixo x devido aos efeitos do poço 2 e através do eixo y devido aos efeitos do poço 3.

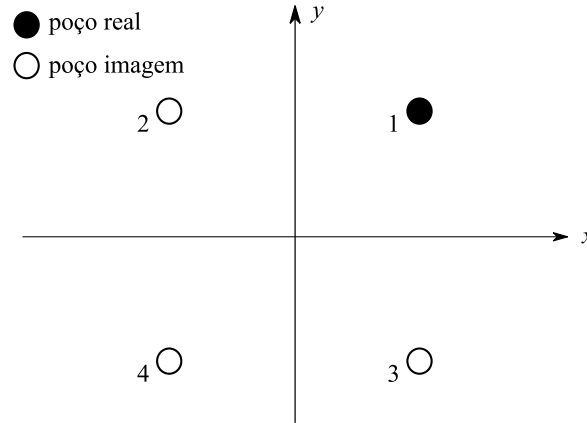


Figura 2.34 – Localizações dos poços-imagem em um sistema com duas falhas planas verticais selantes em ângulo reto. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Quando os poços são criados pelo método das imagens, a pressão é calculada em qualquer ponto pelo princípio da superposição. No caso da Figura 2.34 tem-se

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = p_D(a_{1D}, t_D) + p_D(a_{2D}, t_D) + p_D(a_{3D}, t_D) + p_D(a_{4D}, t_D), \quad (2.361)$$

onde a_{1D} é a distância adimensional de um ponto qualquer ao poço 1 e assim por diante. De forma geral, se houver mais poços ou mais barreiras, a pressão adimensional é calculada conforme

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = \sum_{j=1}^N p_D(a_{jD}, t_D), \quad (2.362)$$

onde N é o número de poços, incluindo os reais e os poços-imagem.

A Figura 2.35 mostra um poço situado entre duas barreiras de escoamento e os poços-imagem correspondentes. O poço a é a imagem do poço real em relação à barreira A. O poço b é a imagem do poço real em relação à barreira B. Cada poço-imagem causa efeitos em relação à outra barreira. Portanto, outros poços-imagem devem ser adicionados. O poço $(a)b$ é a imagem do poço a em relação à barreira B e é necessário para evitar que o poço a sofra efeitos de fluxo através da barreira B. O poço $(b)a$ impede efeitos de fluxo através da barreira A devidos ao poço b , e assim por diante. Portanto, uma linha de infinitos poços-imagem em ambos os sentidos é formada para representar um sistema equivalente. A pressão adimensional fica então definida como

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = \sum_{j=1}^{\infty} p_D(a_{jD}, t_D) \quad (2.363)$$

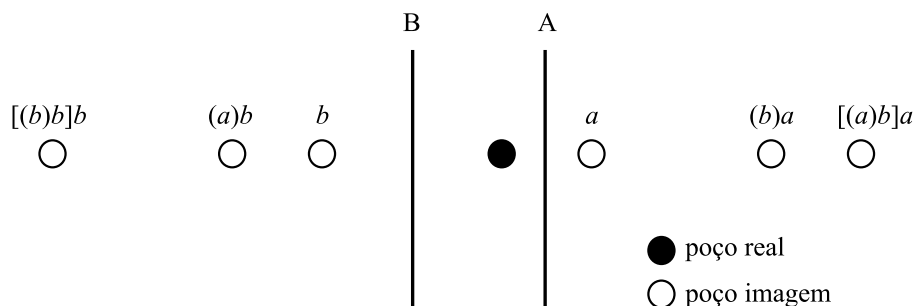


Figura 2.35 – Localizações dos poços-imagem em um sistema com duas falhas planas verticais selantes paralelas. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de **SPE-AIME**.

Outra aplicação do método das imagens é a obtenção da pressão em um reservatório retangular selado nos limites externos, que produz através de um único poço, utilizando-se somente a solução da fonte-linear ou linha-fonte em um reservatório infinito. Para obter um sistema fechado retangular com apenas um poço, basta adicionar duas falhas planas verticais selantes paralelas e horizontais na Figura 2.35 e rebater as imagens em todos os sentidos, como indicado na Figura 2.36. A pressão adimensional para este caso é obtida também com a Eq. (2.363).

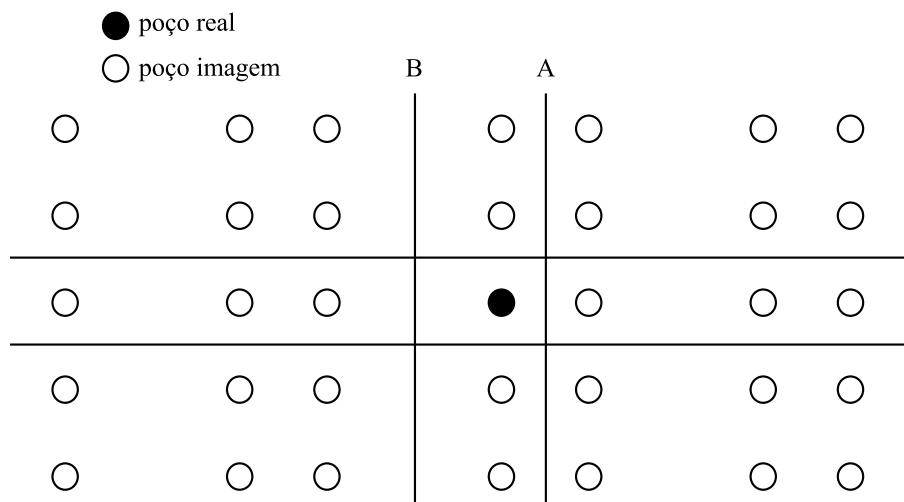


Figura 2.36 – Localizações dos poços-imagem em um sistema retangular fechado com um poço. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de **SPE-AIME**.

3. TESTE DE FLUXO



Um *teste de fluxo* consiste na medição das pressões de fluxo durante o período de produção de um poço. O objetivo de um teste de fluxo é a estimativa de parâmetros do sistema poço-reservatório, tais como a permeabilidade da formação, o fator de película do poço e o coeficiente de estocagem do poço. Deve-se mencionar que, rigorosamente, o que se obtém da análise de um teste é a permeabilidade efetiva ao fluido que está sendo produzido. Portanto, embora se costume dizer que o valor calculado é a permeabilidade absoluta da formação (rocha), na verdade para se obter esse valor é necessário considerar a curva de permeabilidade relativa do reservatório em questão, efetuando-se então a devida correção.

Em regiões onde existe estrutura para armazenamento do óleo, o teste de fluxo apresenta vantagens sobre outros tipos de teste (como o de crescimento de pressão, por exemplo), pelo fato de sua interpretação ser mais simples e também por não implicar em perda de produção. Estão disponíveis na literatura métodos para a análise de testes de fluxo com vazão constante ou variável. Neste capítulo são apresentados os métodos de análise por ajustamento com curvas-tipo e convencional. São discutidos também os métodos convencionais de Odeh & Jones e de Russell, aplicáveis aos testes de fluxo com vazão variável. Ainda é apresentado o método convencional de análise de teste de limite de reservatório.

Para efeito de análise quantitativa, isto é, de estimativa de parâmetros do sistema poço-reservatório, neste capítulo serão considerados somente os casos em que o reservatório se comporta como radial infinito, ou seja, em que o regime é o radial transiente, e em que o reservatório é fechado, ou seja, selado (sem alimentação) no limite externo. Outros efeitos de limites, tais como pressão constante em um ou mais dos limites externos, presença de falhas e barreiras, reservatório em forma de canal etc., bem como efeitos das condições de poço, como a presença de fraturas hidráulicas artificiais, bem como testes específicos para poços de gás, serão abordados em outros capítulos.

3.1. Métodos de Análise

É comum antes de se analisar em termos quantitativos um teste de fluxo, diagnosticar inicialmente os regimes de escoamento por meio de uma análise das curvas de pressão e, principalmente, de derivada da pressão. Nesse diagnóstico, além da *assinatura* da derivada da pressão, são levados em consideração outros dados relacionados ao teste, tais como: sequência de eventos, problemas operacionais ocorridos durante a execução do teste, dados de testes em poços vizinhos (se houver), geologia da área, perfis etc. Posteriormente, após o diagnóstico inicial e a aplicação do chamado método de ajustamento com curvas-tipo, são então aplicados os chamados métodos convencionais de análise.

O método de ajustamento com curvas-tipo em geral considera todos os dados de pressão registrados durante um teste, constituindo então um diagnóstico do modelo de escoamento, ou seja, da geometria do reservatório e dos regimes de escoamento observados durante o teste, bem como uma estimativa inicial e preliminar das características e propriedades do sistema poço-reservatório. Por seu turno, os métodos convencionais consideram somente os dados de pressão que não estão mais influenciados por efeitos de estocagem no poço. Após a aplicação dos métodos convencionais aos dados do teste é feita uma estimativa final das propriedades do sistema poço-reservatório. Em tese as estimativas feitas pelos dois métodos devem ser próximas.

A preparação dos dados para análise, que pode ser feita por meio de *softwares* especializados ou planilhas elaboradas por engenheiros de avaliação, consiste em inserir nos programas específicos os dados de pressão e de vazão do teste. Nesse diagnóstico inicial, em boa parte dos casos é possível visualizar

claramente os regimes de escoamento ocorridos durante o teste do poço: transiente, permanente ou em regime de exploração, ou seja, pseudopermanente.

Conforme foi discutido no Capítulo 2, as curvas-tipo para um poço que produz com vazão constante de um reservatório de óleo homogêneo e isotrópico infinito têm o formato das curvas mostradas na Figura 3.1 (Bourdet *et al.*, 1983).

Considere a equação de comportamento de reservatório infinito ou a equação válida para tempos curtos (regime transiente) em outros tipos de reservatório, selado ou realimentado. Quando o regime de escoamento radial infinito (transiente) é alcançado, após terem desaparecido os efeitos de estocagem, a derivada se torna uma constante, conforme pode ser visto no gráfico da Figura 3.1. Conforme apresentado no Capítulo 2, isso pode ser demonstrado utilizando-se da aproximação logarítmica para a solução do modelo da fonte-linear:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D / C_D}{e^\gamma} C_D e^{2s} \right) = \frac{1}{2} \left[\ln(t_D / C_D) + \ln(C_D e^{2s}) + 0,80907 \right]. \quad (3.1)$$

Tomando a derivada em relação ao $\ln(t_D / C_D)$ resulta

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln(t_D / C_D)} = \frac{1}{2}. \quad (3.2)$$

Portanto, para longo tempo, o chamado grupo-derivada, isto é, $dp_{wD}/d \ln(t_D / C_D)$, será constante e igual a $1/2$, e em um gráfico log-log a curva $dp_{wD}/d \ln(t_D / C_D)$ versus t_D / C_D será uma reta horizontal cujo valor da ordenada é igual a $1/2$. Observe na Figura 3.1 que, de fato, no longo tempo a curva da derivada converge para um valor da ordenada igual a $1/2$.

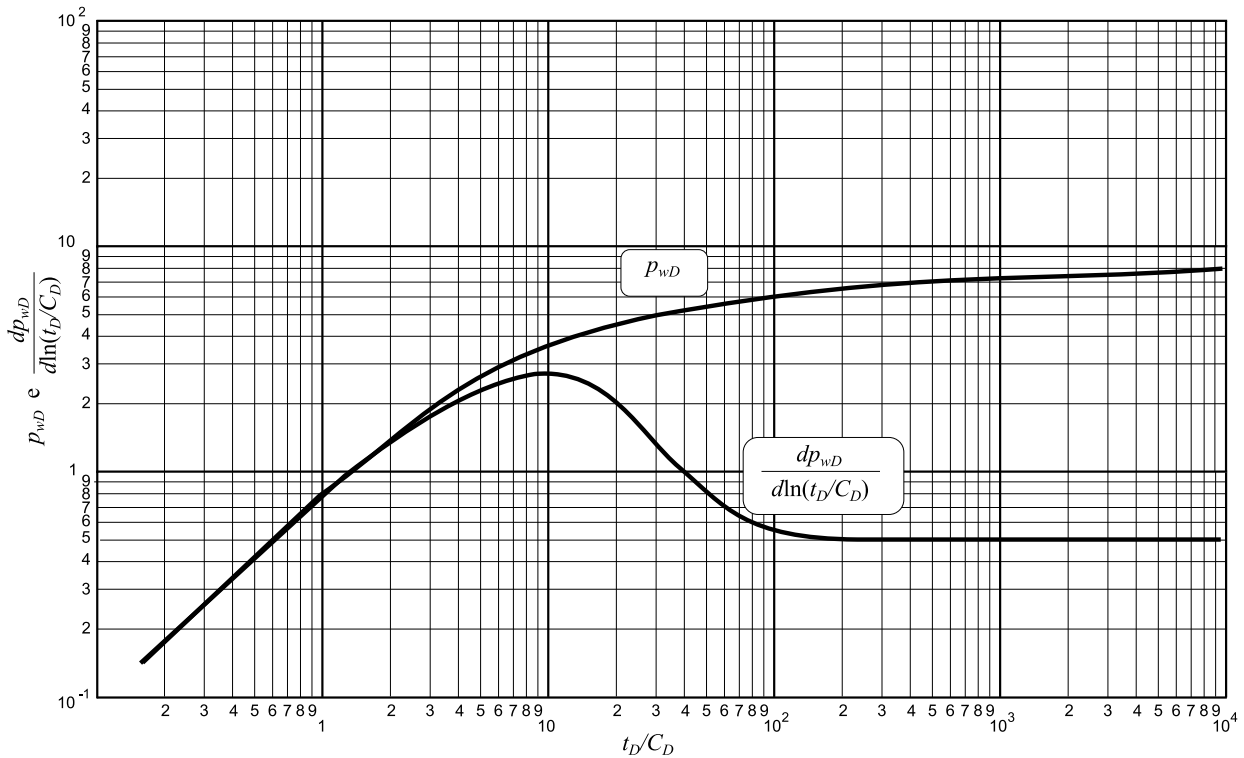


Figura 3.1 – Curva-tipo para reservatório infinito.

Também como já foi discutido detalhadamente no Capítulo 2, um reservatório homogêneo e isotrópico que possua um aquífero adjacente ou uma capa de gás que seja capaz de manter a pressão constante em seus limites tem sua queda pressão adimensional regida pela seguinte equação:

$$p_{wD} = \ln r_{eD} - \ln r_D . \quad (3.3)$$

Portanto, no longo tempo a queda de pressão adimensional será constante e a derivada, consequentemente, nula. Com isso, a curva-tipo teria a conformação ilustrada na Figura 3.2. Como as escalas são logarítmicas e o logaritmo de zero tende para $-\infty$, quando a pressão se estabiliza a curva da derivada cai abruptamente.

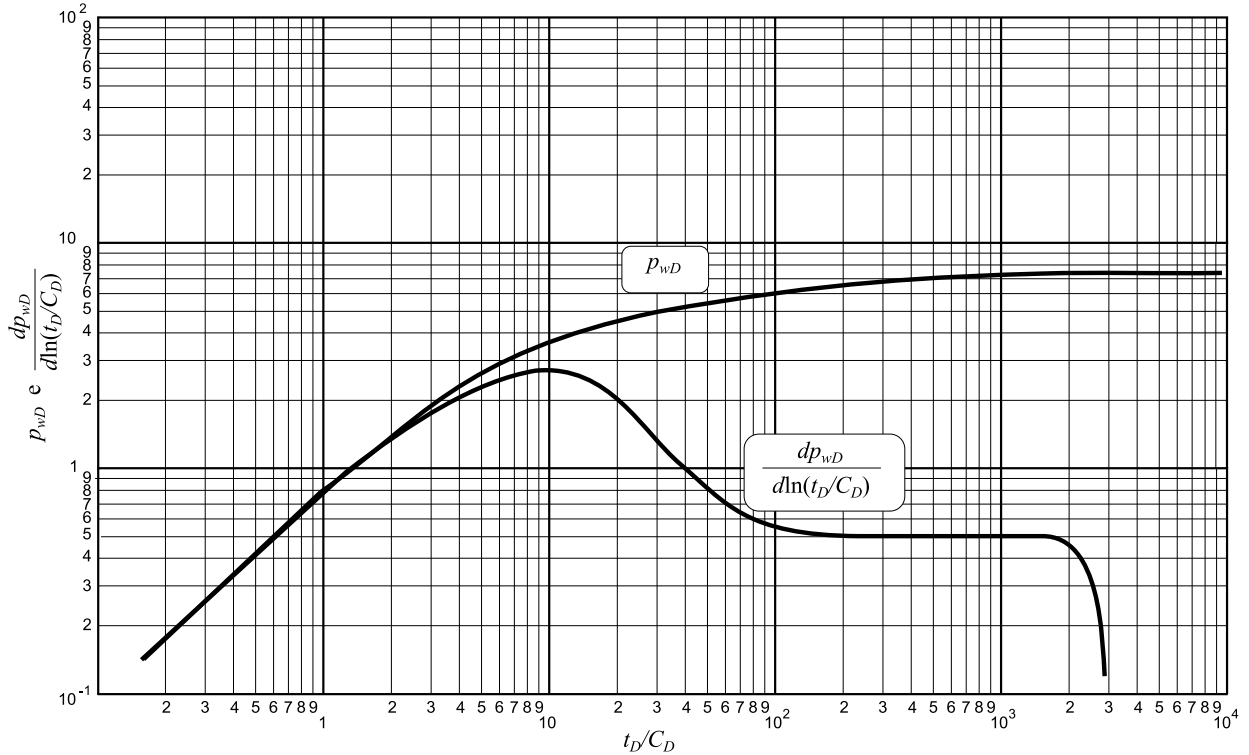


Figura 3.2 – Curva-tipo para reservatório com manutenção de pressão no limite externo.

Considere-se agora um sistema homogêneo, isotrópico e fechado, ou seja, selado no limite externo. Depois de estabelecido o regime pseudopermanente, a pressão e, consequentemente, a queda de pressão no poço declina linearmente com o tempo, conforme foi discutido no Capítulo 2. Portanto, numa escala log-log a derivada da queda de pressão adimensional em relação ao $\ln(t_D/C_D)$, após o fim do regime radial infinito (transiente), tenderia para uma linha reta de inclinação unitária. Isso pode ser demonstrado matematicamente tomando a equação que rege a queda de pressão adimensional no poço no regime pseudopermanente²:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) \equiv p_{wD} = 2\pi \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_l A} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right) + s , \quad (3.4)$$

que também pode ser escrita como

$$p_{wD} = 2\pi \left(\frac{r_w^2}{A} \right) t_D + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right) + s . \quad (3.5)$$

² Vide Capítulo 2.

Conforme foi mostrado no Capítulo 2, a derivada em relação ao $\ln(t_D/C_D)$ é equivalente a $(t_D/C_D)p'_{wD}$, ou seja,

$$\frac{dp_{wD}}{d \ln(t_D / C_D)} \equiv (t_D / C_D) p'_{wD} , \quad (3.6)$$

onde

$$p'_{wD} \equiv \frac{dp_{wD}}{d(t_D / C_D)} = C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} . \quad (3.7)$$

Derivando a Eq. (3.5) em relação a t_D resulta

$$\frac{dp_{wD}}{dt_D} = 2\pi(r_w^2 / A) \quad (3.8)$$

e multiplicando por C_D chega-se a

$$C_D \frac{dp_{wD}}{dt_D} \equiv p'_{wD} = 2\pi(r_w^2 / A) C_D . \quad (3.9)$$

Logo, multiplicando por t_D/C_D tem-se que

$$(t_D / C_D) p'_{wD} = 2\pi(r_w^2 / A) t_D . \quad (3.10)$$

Tomando o logaritmo decimal dessa equação resulta

$$\log[(t_D / C_D) p'_{wD}] = \log[2\pi(r_w^2 / A)] + \log t_D . \quad (3.11)$$

Então, numa escala log-log, uma reta com inclinação unitária será estabelecida para a derivada durante o regime pseudopermanente, conforme indica a ilustração da Figura 3.3. Observe que, de fato, o coeficiente angular da reta do último período do fluxo, quando já foi atingido o regime pseudopermanente, é igual à unidade.

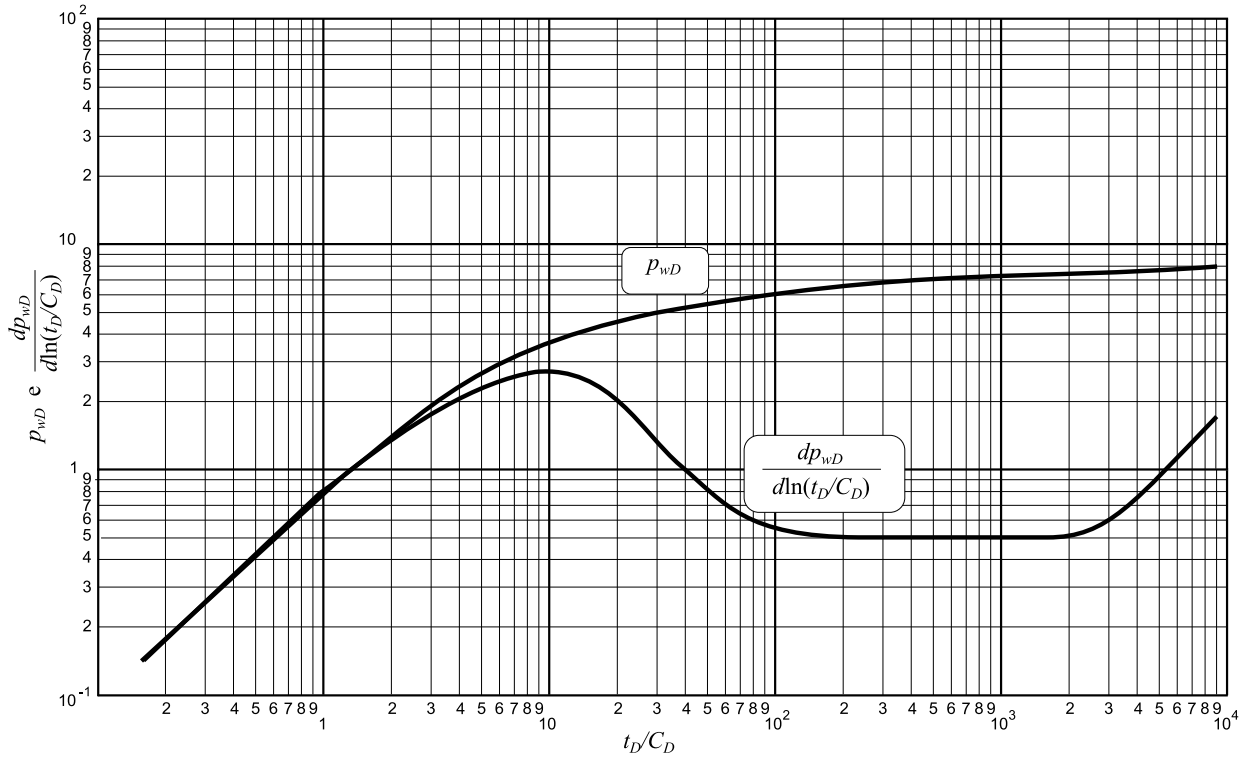


Figura 3.3 – Curva-tipo para reservatório limitado sem alimentação (selado) no limite externo.

3.1.1. Método do ajustamento com as curvas-tipo de Agarwal

Conforme será discutido em uma das seções seguintes, o ponto crucial da análise pelo método convencional está na determinação da linha reta semi-log em um gráfico de pressão *versus* tempo, representativa do regime de escoamento radial transiente, ou da reta em um gráfico cartesiano, no caso de regime pseudopermanente. Muitas vezes os dados de campo, caso não sejam manipulados cuidadosamente, podem levar o analista a conclusões errôneas a respeito do teste. Um método alternativo para análise de pressões, principalmente no período transiente, baseia-se no ajustamento de curvas-tipo aos dados de teste, originando daí o método normalmente denominado *ajustamento com curvas-tipo*. Essa técnica, usada em hidrologia há bastante tempo, consiste em superpor os dados de campo em gráficos com soluções-padrão e, do ajustamento, determinar os parâmetros do poço e do reservatório.

O problema de um poço que apresenta efeitos de estocagem e de película, e que produz de um reservatório infinito com vazão constante na superfície, foi resolvido analiticamente e discutido no Capítulo 2. O resultado normalmente é apresentado em termos de grupos adimensionais em um gráfico log-log, conforme foi discutido naquele capítulo. Essas curvas são denominadas curvas-tipo para o modelo em questão, tendo sido introduzidas na literatura de engenharia de petróleo por Agarwal *et al.* (1970). Como

$$p_{wD} = \frac{kh}{C_2 q B \mu} \Delta p_{wf}, \quad (3.12)$$

tem-se que

$$\log p_{wD} = \log[kh / (C_2 q B \mu)] + \log \Delta p_{wf}, \quad (3.13)$$

isto é,

$$\log p_{wD} = a + \log \Delta p_{wf} \quad (3.14)$$

onde $a = \log[kh/(C_2 q B \mu)]$ é uma constante. De maneira similar,

$$t_D = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (3.15)$$

e, consequentemente,

$$\log t_D = \log[C_1 k / (\phi \mu c_t r_w^2)] + \log t, \quad (3.16)$$

ou seja,

$$\log t_D = b + \log t, \quad (3.17)$$

onde $b = \log[C_1 k / (\phi \mu c_t r_w^2)]$ é também uma constante. Diferenciando as Eqs. (3.14) e (3.17) obtém-se

$$d(\log p_{wD}) = d(\log \Delta p_{wf}) \quad (3.18)$$

e

$$d(\log t_D) = d(\log t), \quad (3.19)$$

de onde se pode escrever que

$$\frac{d(\log p_{wD})}{d(\log t_D)} = \frac{d(\log \Delta p_{wf})}{d(\log t)}. \quad (3.20)$$

A relação da Eq. (3.20) reveste-se de um significado muito importante, mostrando que para os mesmos parâmetros C_D e s , as tangentes às curvas $\log p_{wD}$ versus $\log t_D$ e $\log \Delta p_{wf}$ versus $\log t$ têm o mesmo valor, qualquer que seja o ponto considerado. Em outras palavras, dada uma curva com dados de campo $\log \Delta p_{wf}$ versus $\log t$ para um poço com efeitos de estocagem e de película, que produz de um reservatório infinito com vazão constante na superfície, existe uma curva teórica $\log p_{wD}$ versus $\log t_D$ que apresenta exatamente o mesmo formato da curva de campo.

Na década de 1970 e também no início da década de 1980 o procedimento do método de ajustamento com curva-tipo consistia em colocar os dados de campo em um papel transparente com escalas idênticas às do gráfico-padrão (curvas-tipo) apropriado e, deslocando-se o papel transparente paralelamente aos eixos, encontrar a curva teórica que melhor se ajustasse aos dados de campo, conforme ilustra o exemplo da Figura 3.4.

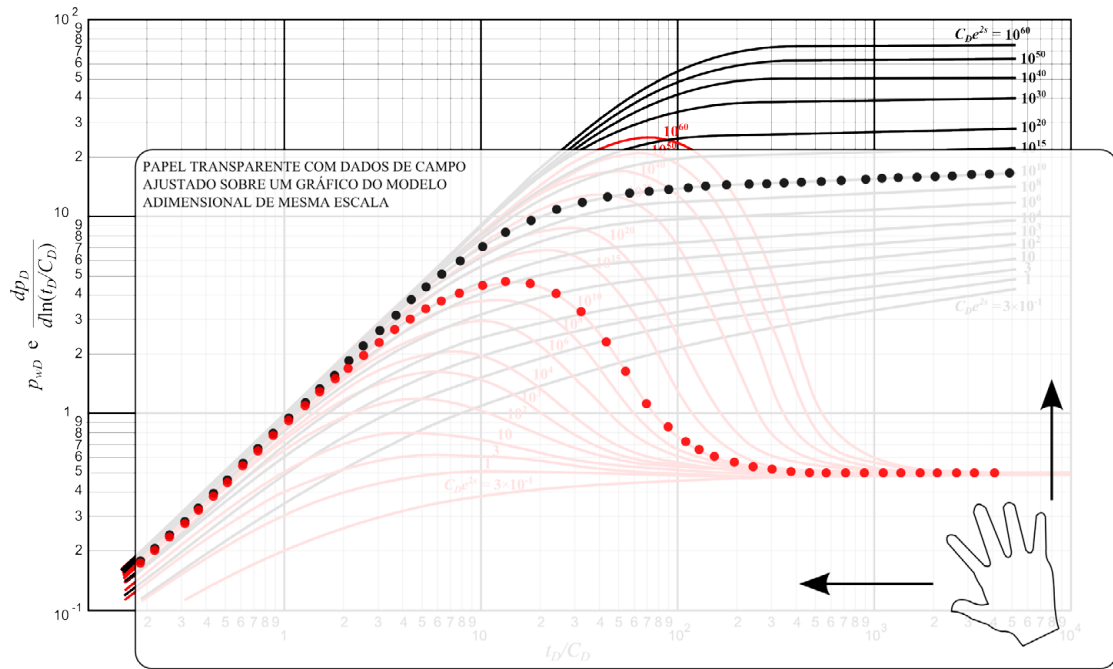


Figura 3.4 – Procedimento de ajustamento (*matching*) com curva-tipo para análise de teste de pressão usando as curvas de Bourdet.

A cada ponto $(t, \Delta p_{wf})$ corresponderá um único ponto (t_D, p_{wD}) na curva-padrão. Essa técnica é conhecida na literatura norte-americana como *matching* (ajustamento) e ao ponto escolhido do ajustamento normalmente é atribuído o subscrito M . Esse ponto de ajustamento não necessita estar sobre a curva dos dados de campo, podendo ser qualquer ponto sobre o papel transparente e o seu correspondente no papel da curva-padrão.

Atualmente a aplicação da técnica de ajustamento com curva-tipo é realizada com a ajuda de programas computacionais (*softwares*) comerciais de análise de teste de formação e o ajustamento pode ser feito de maneira essencialmente manual, conforme mostrado na Figura 3.4, ou de maneira automatizada. Nesse último caso o *software* fornece uma maneira de efetuar um ajuste automatizado, em que o usuário escolhe o modelo poço-reservatório a ser considerado (por exemplo: poço vertical em reservatório infinito com escoamento radial; poço horizontal em reservatório limitado com geometria retangular; poço vertical em reservatório com fratura artificial vertical etc.) e as estimativas iniciais dos parâmetros a serem determinados, e através de um processo de otimização (regressão não linear), o *software* estima os valores desses parâmetros. Esse processo de otimização nada mais é do que a estimativa dos parâmetros (por exemplo: permeabilidade, fator de película, coeficiente de estocagem, distância entre o poço e barreiras de permeabilidade etc.) a partir da minimização de uma função-objetivo, que representa, de alguma maneira, os erros ou discrepâncias entre os dados e o modelo.

Diversos métodos estão disponíveis na literatura para a realização de processos de otimização e, particularmente, para a análise automatizada de testes de pressão em poços. Alguns desses métodos, normalmente usados nos *softwares* comerciais, são discutidos nos trabalhos de Abbaszadeh & Kamal (1988), Carvalho *et al.* (1992), Carvalho *et al.* (1995), Rosa & Horne (1983), Rosa & Horne (1991) e Rosa & Horne (1994). Maiores detalhes sobre esses métodos, bem como outras referências, podem ser encontrados em Rosa *et al.* (2006). Da Eq. (3.12) pode-se escrever que

$$\frac{(p_{wD})_M}{(\Delta p_{wf})_M} = \frac{kh}{C_2 q B \mu} \quad (3.21)$$

ou

$$\frac{kh}{\mu} = C_2 q B \left(\frac{p_{wD}}{\Delta p_{wf}} \right)_M. \quad (3.22)$$

Analogamente, da Eq. (3.15) obtém-se

$$\left(\frac{t_D}{t} \right)_M = \frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (3.23)$$

ou

$$\left(\frac{t_D}{t} \right)_M = \frac{C_1}{(\phi h c_t) r_w^2} \frac{kh}{\mu} \quad (3.24)$$

e, finalmente,

$$\phi h c_t = \frac{C_1}{r_w^2} \left(\frac{kh}{\mu} \right) \left(\frac{t}{t_D} \right)_M. \quad (3.25)$$

Conforme pode ser observado, do ajustamento da pressão estima-se a transmissibilidade kh/μ do reservatório (ou a permeabilidade se h e μ forem conhecidos) e do ajustamento do tempo estima-se a capacidade de armazenamento $\phi h c_t$ da formação produtora (ou a porosidade se h e c_t forem conhecidos). Quando são conhecidas as porosidades, a compressibilidade total e a espessura da formação, o ajustamento do tempo pode servir para verificar o valor da permeabilidade encontrado no ajustamento da pressão, ou seja,

$$k = \frac{\phi \mu c_t r_w^2}{C_1} \left(\frac{t_D}{t} \right)_M. \quad (3.26)$$

Caso os dois valores obtidos para k não coincidam, um novo ajustamento deve ser tentado. Os parâmetros C_D e s são lidos diretamente sobre a curva-tipo escolhida, isto é, aquela que melhor se ajusta aos dados de campo. O valor de C_D lido diretamente da curva-padrão pode ser comparado com o valor calculado a partir dos dados de campo. Para isso toma-se um ponto qualquer $(t, \Delta p_{wf})$ sobre a linha reta log-log de 45°, caso esta exista, e determina-se o coeficiente de estocagem por

$$C = \frac{q B t}{\Delta p_{wf}} \quad (3.27)$$

Posteriormente calcula-se o coeficiente de estocagem adimensional com a definição

$$C_D = \frac{C_3 C}{\phi h c_t r_w^2} \quad (3.28)$$

ou, usando unidades compatíveis,

$$C_D = \frac{C}{2\pi \phi h c_t r_w^2}. \quad (3.29)$$

O método do ajustamento com curvas-tipo permite prever qual seria a inclinação da linha reta semi-log do gráfico convencional, representativa do escoamento radial transiente (reservatório infinito). Isso pode ser feito manipulando-se as equações anteriores, ou seja,

$$C_2 \frac{qB\mu}{kh} = \left(\frac{\Delta p_{wf}}{p_{wD}} \right)_M. \quad (3.30)$$

Multiplicando-se ambos os termos por 1,151 resulta

$$1,151 C_2 \frac{qB\mu}{kh} = 1,151 \left(\frac{\Delta p_{wf}}{p_{wD}} \right)_M. \quad (3.31)$$

Conforme será discutido na seção que trata do método convencional de análise, o lado esquerdo da Eq. (3.31) é denominado m e corresponde à inclinação da reta semi-log representativa do regime de escoamento radial transiente:

$$m = 1,151 \left(\frac{\Delta p_{wf}}{p_{wD}} \right)_M. \quad (3.32)$$

Outra aplicação do método de ajustamento com curvas-tipo é a estimativa do tempo de início da linha reta semi-log do método convencional, ou seja, do tempo necessário para que todos os efeitos de estocagem tenham desaparecido. O tempo necessário para que isso ocorra é determinado pelo ponto em que a curva-tipo escolhida encontra a curva correspondente a $C_D = 0$. Consequentemente, o tempo pode ser lido diretamente sobre o papel transparente (dados de campo), e a partir desse instante o método convencional poderá ser utilizado. Esse tempo também pode ser estimado pelas correlações:

$$t_D > C_D(60 + 3,5s) \quad \text{para } s \geq 0 \quad (3.33)$$

$$t_D > 60C_D \quad \text{para } s < 0 \quad (3.34)$$

Durante o período de estocagem pura, em que o poço funciona como um tanque, o comportamento da pressão é dado por

$$p_{wD} = \frac{t_D}{C_D}. \quad (3.35)$$

Tomando-se o logaritmo dessa equação tem-se

$$\log p_{wD} = \log(t_D) - \log C_D. \quad (3.36)$$

Portanto, no período de estocagem o gráfico log-log apresenta uma linha reta com inclinação de 45°, ou seja, com inclinação ou tangente unitária. Quando os efeitos do reservatório começam a prevalecer, a curva tende a se desviar da linha reta de inclinação unitária, passando por um período de transição, até encontrar a curva $C_D = 0$, quando então os efeitos de estocagem deixam de existir. Uma regra prática diz que os efeitos de estocagem deixam de existir 1 ½ (um e meio) ciclos logarítmicos de tempo após o instante em que a curva inicia o desvio da linha reta de inclinação unitária. Em outras palavras, a transição entre a estocagem pura e o comportamento como reservatório infinito sem estocagem dura cerca de 1 ½ (um e meio) ciclos logarítmicos de tempo (Earlougher, 1977).

Considerando o que foi exposto no método de ajustamento com curva-tipo e o que será apresentado no método convencional, conclui-se que, utilizados em conjunto esses dois métodos constituem uma ferramenta de extrema utilidade na avaliação de formações produtoras.

O ajustamento de curva-tipo aos dados de campo possibilita, ao menos teoricamente, a estimativa simultânea de quatro parâmetros do sistema poço-reservatório, para o caso de um reservatório infinito ou que se comporta ainda como infinito (regime transiente): C_D , s , kh/μ e $\phi h c_i$. No entanto, na prática torna-se pouco confiável a estimativa simultânea desses quatro parâmetros. Isto ocorre porque durante o processo de ajustamento é possível deslocar horizontalmente o papel transparente que contém a curva de

dados reais de campo e conseguir vários ajustamentos igualmente satisfatórios, pelo menos visualmente. Mesmo análises automatizadas podem encontrar dificuldades na estimativa de muitos parâmetros, pois esse tipo de problema é, na linguagem matemática, geralmente mal condicionado, devido à existência de correlação entre alguns dos parâmetros ou à baixa sensibilidade do modelo matemático representativo do modelo físico em relação a um ou mais dos parâmetros.

3.1.2. Método do ajustamento com as curvas-tipo de Gringarten e de Bourdet

Para o modelo de um poço com estocagem e fator de película, o método de ajustamento com curvas-tipo pode também ser utilizado com as curvas de Gringarten *et al.* (1979), ou ainda com as curvas de Bourdet *et al.* (1983). Nesses conjuntos de curvas-tipo são utilizados somente três grupos adimensionais: p_{wD} , t_D/C_D e C_De^{2s} , em vez de quatro parâmetros como nas curvas-tipo de Agarwal. Isto significa que apenas três parâmetros podem ser estimados simultaneamente, o que indica um grau maior de confiabilidade quando comparadas às curvas de Agarwal. Aparentemente, no caso das curvas de Gringarten ou de Bourdet o grau de liberdade é menor e o ajustamento torna-se menos subjetivo.

Atualmente são usadas, preferencialmente, as curvas de Bourdet, pois estas incluem a derivada, com as vantagens já mencionadas no Capítulo 2. As curvas-tipo de Bourdet, ao incluírem as curvas da queda de pressão adimensional e da sua derivada permitem o ajustamento simultâneo dos dados de pressão de campo e de sua derivada, facilitando a caracterização dos vários regimes de escoamento durante o teste e a estimativa dos parâmetros do sistema poço-reservatório.

Ao se construir o gráfico log-log com os dados de campo, visando o ajustamento com uma das curvas-tipo, as derivadas da pressão no poço (dp_{wf}/dt) do gráfico a ser ajustado são calculadas numericamente. Usando as curvas de Gringarten ou de Bourdet, já apresentadas no Capítulo 2, e tomando um ponto de ajuste **M**, do ajustamento da pressão estima-se a transmissibilidade, ou seja,

$$\frac{kh}{\mu} = C_2 qB \left(\frac{p_{wD}}{\Delta p_{wf}} \right)_M, \quad (3.37)$$

da abscissa obtém-se o coeficiente de estocagem

$$C = \frac{C_1}{C_3} \left(\frac{kh}{\mu} \right) \left(\frac{t}{t_D / C_D} \right)_M \quad (3.38)$$

e da curva-tipo escolhida estima-se o fator de película

$$s = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{(C_De^{2s})_M}{C_D} \right]. \quad (3.39)$$

3.1.3. Método convencional

A equação da queda de pressão adimensional para um poço que produz com vazão constante de um reservatório infinito, com efeito de película e sem efeito de estocagem é, de acordo com a solução do modelo da fonte-linear (vide Capítulo 2),

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{1}{4t_D} \right) + s \quad (3.40)$$

ou, utilizando a aproximação logarítmica para a função integral exponencial,

$$p_{wD} = \frac{1}{2}(\ln t_D + 0,80907 + 2s), \quad (3.41)$$

onde se admite, portanto, que inicialmente todo o reservatório encontrava-se à pressão inicial p_i e não são considerados efeitos de estocagem no poço. Logo, se houver a presença de efeitos de estocagem, a Eq. (3.41) somente será aplicável após os seus efeitos terem desaparecido. Em termos de variáveis reais essa equação pode ser escrita como

$$p_{wf} = p_i - 1,151C_2 \frac{qB\mu}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right], \quad (3.42)$$

onde p_{wf} é a pressão de fluxo no poço. Definindo-se

$$m = 1,151C_2 \frac{qB\mu}{kh} \quad (3.43)$$

a Eq. (3.42) passa a ser expressa por

$$p_{wf} = p_i - m \left[\log t + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right]. \quad (3.44)$$

Uma análise da Eq. (3.44) indica que um gráfico de p_{wf} versus $\log t$ deverá produzir uma linha reta com coeficiente angular $-m$, conforme ilustra a Figura 3.5. Esse gráfico é conhecido na literatura como *gráfico semi-log* e a reta como *reta semi-log*, o que denota a existência do regime de escoamento radial transiente. Observa-se nessa figura que para tempos relativamente curtos os dados de campo podem estar influenciados por efeitos de estocagem no poço.

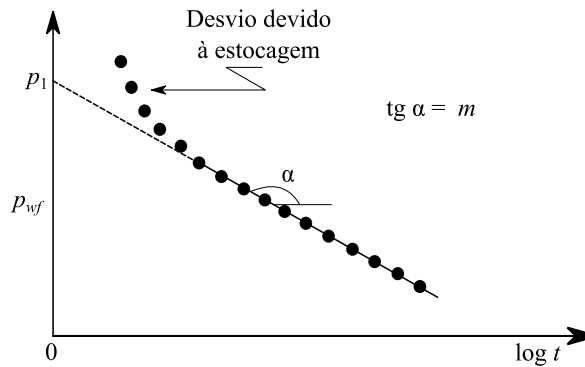


Figura 3.5 – Análise de teste de fluxo pelo método convencional.

Uma vez determinada a inclinação da reta do gráfico semi-log da figura citada, pode-se calcular a transmissibilidade da formação a partir da equação

$$\frac{kh}{\mu} = 1,151C_2 \frac{qB}{m}, \quad (3.45)$$

ou ainda a permeabilidade, se forem conhecidas a espessura permeável da formação h e a viscosidade do fluido no reservatório μ :

$$k = 1,151C_2 \frac{qB\mu}{mh} \quad (3.46)$$

A Eq. (3.44) pode ser manipulada para se explicitar o fator de película, ou seja,

$$s = 1,151 \left[\left(\frac{p_i - p_{wf}}{m} \right) - \log t - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]. \quad (3.47)$$

Para se calcular o valor de s pela Eq. (3.47), toma-se um par (t, p_{wf}) correspondente a um ponto qualquer sobre a linha reta semi-log da Figura 3.5. Pode-se, para efeito de simplificação, escolher um ponto sobre a reta correspondente ao tempo $t = 1$, resultando

$$s = 1,151 \left[\left(\frac{p_i - p_1}{m} \right) - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right], \quad (3.48)$$

onde p_1 é, portanto, um ponto sobre a linha reta semi-log, correspondente a $t = 1$, conforme mostrado na Figura 3.5. A queda de pressão devida ao efeito de película, que é outro modo de quantificar o dano ou estímulo, é obtida da definição do fator de película

$$s = \frac{kh}{C_2 q B \mu} \Delta p_s \quad (3.49)$$

ou seja,

$$\Delta p_s = \frac{C_2 q B \mu}{kh} s = \frac{1,151}{1,151} \frac{C_2 q B \mu}{kh} s = \frac{ms}{1,151}, \quad (3.50)$$

o que produz finalmente

$$\Delta p_s = 0,8686 ms. \quad (3.51)$$

O raio efetivo do poço, que representa uma terceira maneira de se indicar e quantificar o dano ou estímulo, é determinado pela expressão

$$r'_w = r_w e^{-s}. \quad (3.52)$$

Ainda outro modo de se quantificar o dano ou estímulo é através da razão de dano, definida como

$$RD = \frac{(IP)_{teórico}}{(IP)_{real}}, \quad (3.53)$$

onde

$$(IP)_{real} = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf}} \quad (3.54)$$

e

$$(IP)_{teórico} = \frac{q}{\bar{p} - p_{wf} - \Delta p_s}, \quad (3.55)$$

sendo que $\bar{p}$ é a pressão estática do reservatório em um dado instante. Para comportamento de reservatório infinito, $\bar{p} = p_i$. Assim:

$$RD = \frac{p_i - p_{wf}}{p_i - p_{wf} - \Delta p_s}. \quad (3.56)$$

Deve ser observado que, para um reservatório infinito que produz com vazão constante, a pressão de fluxo p_{wf} decresce com o tempo. Portanto, a razão de dano RD também diminui com o tempo e é recomendável que seja utilizada sempre a última pressão de fluxo para a estimativa do seu valor.

Finalmente, a razão de produtividade ou eficiência de fluxo é definida como

$$RP = \frac{(IP)_{real}}{(IP)_{teórico}} \quad (3.57)$$

e pode também ser calculada pela relação

$$RP = \frac{1}{RD} \quad (3.58)$$

ou ainda

$$RP = 1 - \frac{\Delta p_s}{p_i - p_{wf}}, \quad (3.59)$$

sendo que, para esta relação, também são válidas as considerações feitas sobre a razão de dano.

Deve-se mencionar que para um reservatório que produz com pressão constante no limite externo, a pressão estática usada no cálculo do índice de produtividade é igual à pressão no limite externo, isto é, $\bar{p} = p_e$.

Exemplo 3.3 – Os dados apresentados na Tabela 3.1 foram obtidos de um teste de fluxo realizado em um poço vertical produtor de óleo.

Tabela 3.1 – Dados do teste de fluxo do Exemplo 3.3

t (h)	p_{wf} (kgf/cm ²)	Δp (kgf/cm ²)	t (h)	p_{wf} (kgf/cm ²)	Δp (kgf/cm ²)
0,00	358,6	0,0	4	343,5	15,1
0,05	357,9	0,7	6	342,5	16,1
0,10	357,2	1,4	8	341,6	17,0
0,15	356,5	2,1	10	341,1	17,5
0,20	355,9	2,7	12	340,6	18,0
0,25	355,3	3,3	16	340,1	18,5
0,50	352,9	5,7	20	339,8	18,8
0,75	351,0	7,6	24	339,6	19,0
1,00	349,4	9,2	30	339,2	19,4
2,00	346,0	12,6	35	339,0	19,6
			45	338,7	19,9

Outros dados do poço e do reservatório são:

Vazão de óleo (q_o).....	102,5 m ³ std/d
Viscosidade do óleo (μ_o)	1,82 cp
Fator de volume de formação do óleo (B_o).	1,19 m ³ /m ³ std
Porosidade (ϕ)	0,21
Compressibilidade total (c_t).....	142 × 10 ⁻⁶ cm ² /kgf
Raio do poço (r_w)	0,125 m
Espessura da formação (h)	37 m

Utilizando o método de ajustamento com curvas-tipo e o método convencional de análise, determine:

- O coeficiente de estocagem adimensional C_D
- A permeabilidade da formação
- O fator de película s
- A queda de pressão devida ao efeito de película
- A razão de dano
- O tempo para início da linha reta semi-log
- A inclinação da linha reta semi-log

Solução:

Utilizando os dados da Tabela 3.1 constrói-se inicialmente o gráfico log-log da Figura 3.6, para análise pelo método de ajustamento com curvas-tipo.

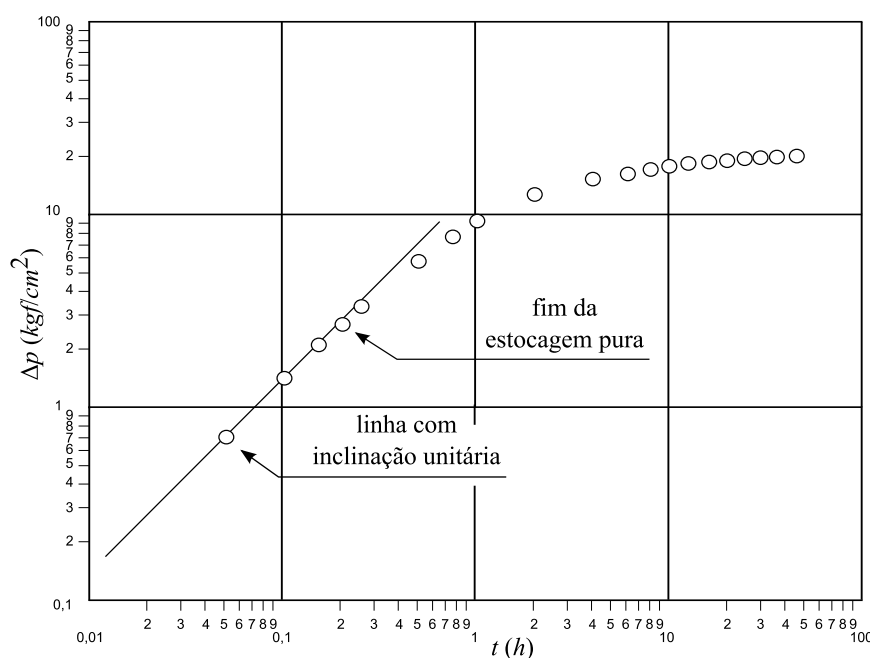


Figura 3.6 – Gráfico log-log dos dados do Exemplo 3.3.

a) Coeficiente de estocagem adimensional

Observe-se na Figura 3.6 que os primeiros pontos estão alinhados sobre uma linha reta de 45°, indicando a presença de efeitos de estocagem dominantes. Tomando-se o par $(t = 0,15 \text{ h}; \Delta p = 2,1 \text{ kgf/cm}^2)$ sobre essa reta, pode-se determinar o coeficiente de estocagem:

$$C = \frac{qBt}{24\Delta p} = \frac{102,5 \times 1,19 \times 0,15}{24 \times 2,1} = 0,363 \text{ m}^3 / \text{kgf} / \text{cm}^2$$

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi h c_t r_w^2} = \frac{0,363}{2\pi \times 0,21 \times 37 \times 142 \times 10^{-6} \times (0,125)^2} = 3,35 \times 10^3$$

b) Permeabilidade da formação

Usando-se a curva de $C_D = 10^3$ e $s = 0$ das curvas-tipo de Agarwal efetua-se um bom ajustamento da curva log-log da Figura 3.6. Do ajustamento realizado toma-se um ponto de ajustagem M :

$$(t)_M = 1 \text{ h} \rightarrow (t_D)_M = 5,6 \times 10^3$$

$$(\Delta p)_M = 1 \text{ kgf/cm}^2 \rightarrow (p_D)_M = 0,34$$

A permeabilidade pode ser estimada por

$$k = \frac{19,03 q B \mu (p_D)_M}{h (\Delta p)_M} = \frac{19,03 \times 102,5 \times 1,19 \times 1,82}{37} \times \frac{0,34}{1} = 39 \text{ md} .$$

Esse valor estimado para a permeabilidade pode ser verificado através do ajustamento do tempo, ou seja

$$k = \frac{\phi \mu c_t r_w^2 (t_D)_M}{0,0003484 (t)_M} = \frac{0,21 \times 1,82 \times 142 \times 10^{-6} \times (0,125)^2}{0,0003484} \times \frac{5,6 \times 10^3}{1} = 14,8 \text{ md} .$$

Como essa permeabilidade foi estimada a partir do ajustamento com uma curva aproximada de $C_D = 10^3$, o seu valor deve ser corrigido para o valor correto do coeficiente de estocagem adimensional:

$$k \cong 14,8 \times \left(\frac{3,35 \times 10^3}{10^3} \right) = 49 \text{ md} .$$

Observa-se que este valor está coerente com aquele obtido anteriormente a partir do ajustamento da pressão, ou seja, embora diferente, está muito mais próximo daquele do que o valor de 14,8 md.

c) Fator de película

Do ajustamento com a curva de $C_D = 10^3$ e $s = 0$ obtém-se diretamente também o fator de película, conforme mencionado anteriormente no item (b).

d) Queda de pressão devida ao efeito de película

Como $s = 0$, tem-se

$$\Delta p_s = 0,8686 \text{ m s} = 0$$

e) Razão de dano

$$RD = \frac{p_i - p_{wf}}{p_i - p_{wf} - \Delta p_s} = \frac{p_i - p_{wf}}{p_i - p_{wf} - 0} = 1$$

f) Tempo para início da linha reta semi-log

Do ajustamento das curvas, $t \cong 10 \text{ h}$.

g) Inclinação da linha reta semi-log

$$m = 1,151 \left(\frac{\Delta p}{p_D} \right)_M = 1,151 \times \frac{1}{0,34} = 3,38 \text{ kgf/cm}^2 .$$

Para a análise pelo método convencional constrói-se o gráfico semi-log da Figura 3.7, no qual se observa a presença de uma reta após o desaparecimento dos efeitos de estocagem no poço, característica do regime radial transiente. Dessa reta são calculadas a inclinação $m = 3,30 \text{ kgf/cm}^2$ e a pressão correspondente ao tempo de 1 hora, ou seja, $p_{1h} = 344,1 \text{ kgf/cm}^2$.

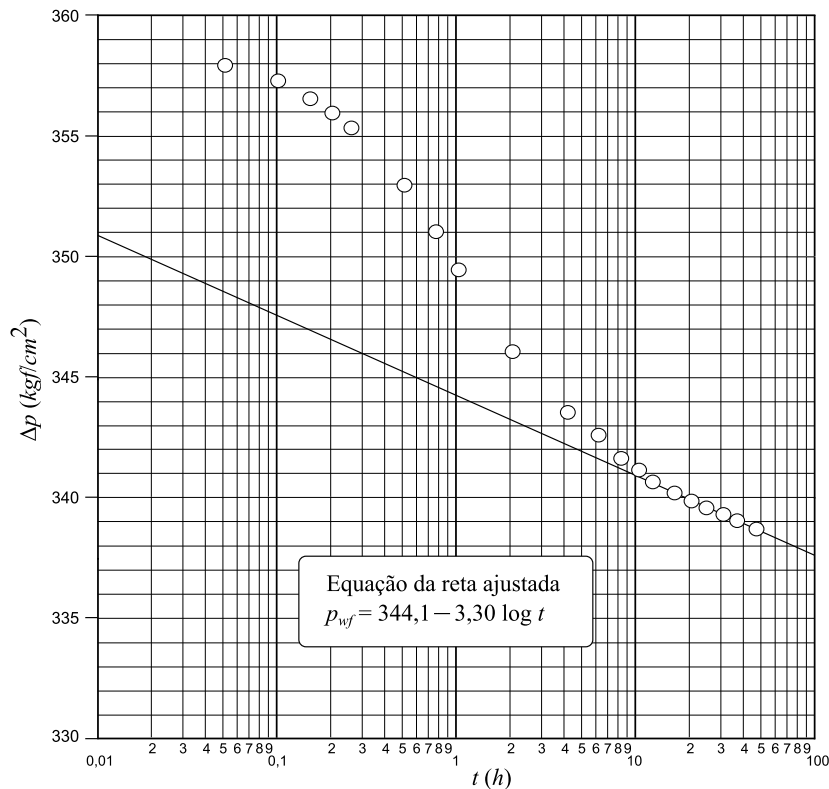


Figura 3.7 – Gráfico semi-log dos dados do Exemplo 3.3.

A partir da inclinação da reta da Figura 3.7 pode-se calcular a permeabilidade:

$$k = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{mh} = 1,151 \times \frac{19,03 \times 102,5 \times 1,19 \times 1,82}{3,30 \times 37} = 39,8 \text{ md}.$$

O fator de película pode ser calculado como:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_i - p_l}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \left\{ \frac{358,6 - 344,1}{3,30} - \log \left[\frac{0,0003484 \times 39,8}{0,21 \times 1,82 \times 142 \times 10^{-6} \times (0,125)^2} \right] - 0,3514 \right\} = -0,20$$

Observe que os resultados obtidos a partir dos dois métodos são praticamente os mesmos. Nem sempre isso ocorre, pois o método de ajustamento com curvas-tipo sempre apresenta um maior grau de subjetividade, ou seja, um menor grau de confiabilidade, pois a curva escolhida como sendo a mais adequada depende da interpretação do analista. O uso de programas computacionais para a realização da análise com curvas-tipo, como é feito atualmente, tende a reduzir o grau de subjetividade.

3.2. Teste de Fluxo com Vazão Variável

Os métodos de análise descritos na seção anterior requerem a manutenção de uma vazão constante na superfície durante a realização de um teste de fluxo. Na prática muitas vezes essa exigência não é

possível de ser satisfeita, o que demanda o emprego das técnicas descritas nesta seção para a interpretação do teste de pressão. Um teste com vazão variável pode consistir, desde um batente de vazões diferentes e mantidas constantes durante determinados períodos, até uma vazão totalmente descontrolada.

Os métodos de análise descritos nesta seção baseiam-se em um esquema de vazões com variações discretas. Caso a vazão tenha sofrido variações contínuas durante o teste, o esquema real deve ser substituído por uma aproximação composta de trechos com vazão constante, o que equivale a uma discretização da curva q versus t . A Figura 3.8 ilustra essa técnica.

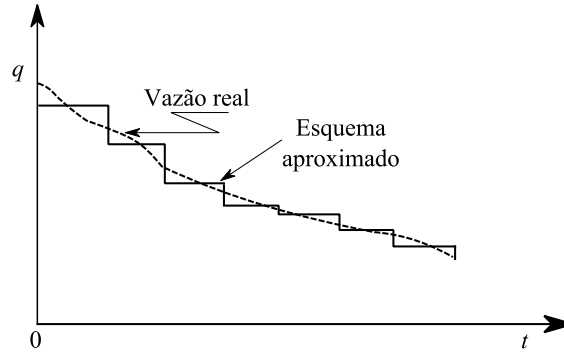


Figura 3.8 – Aproximação para um esquema de vazão variável.

A produção com vazão variável, no entanto, pode ser deliberada em algumas situações. Como exemplo pode-se citar o caso em que se deseja minimizar os efeitos de variação do coeficiente de estocagem do poço, conforme será discutido em um capítulo posterior.

3.2.1. Teste de fluxo com vazões múltiplas - Método de Odeh & Jones

Odeh & Jones (1965) desenvolveram um método para a interpretação de um teste de fluxo com múltiplas vazões, cujo esquema pode ser exemplificado pela Figura 3.9.

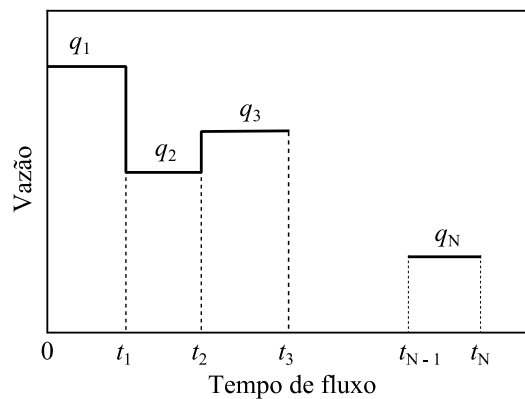


Figura 3.9 – Esquema de teste de fluxo com vazões múltiplas.

A pressão de fluxo em um poço sem estocagem, que produz com vazão constante de um reservatório infinito, é dada pela expressão

$$p_{wf} = p_i - 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right], \quad (3.60)$$

onde se admite que a aproximação logarítmica seja válida para representar a solução do modelo da fonte-linear. Definindo-se

$$\bar{s} = \log\left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 0,3514 + 0,8686 s \quad (3.61)$$

pode-se escrever que

$$p_i - p_{wf} = 1,151 C_2 \frac{q B \mu}{k h} [\log t + \bar{s}]. \quad (3.62)$$

Aplicando-se o princípio da superposição de efeitos, a queda de pressão em um instante t qualquer, sendo $t_{j-1} < t \leq t_j$, $1 \leq j \leq N$, é dada por

$$p_i - p_{wf} = m' [q_1 \log t + (q_2 - q_1) \log(t - t_1) + (q_3 - q_2) \log(t - t_2) + \dots + (q_j - q_{j-1}) \log(t - t_{j-1})] + m' q_j \bar{s} \quad (3.63)$$

onde $t_0 = 0$, $q_0 = 0$ e

$$m' = 1,151 C_2 \frac{B \mu}{k h}. \quad (3.64)$$

Dividindo-se a Eq. (3.63) por q_j obtém-se

$$\frac{p_i - p_{wf}}{q_j} = m' \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right] + m' \bar{s}. \quad (3.65)$$

A análise do teste é efetuada construindo-se o gráfico da Figura 3.10, onde o coeficiente angular é m' e o coeficiente linear é

$$b' = m' \bar{s}. \quad (3.66)$$

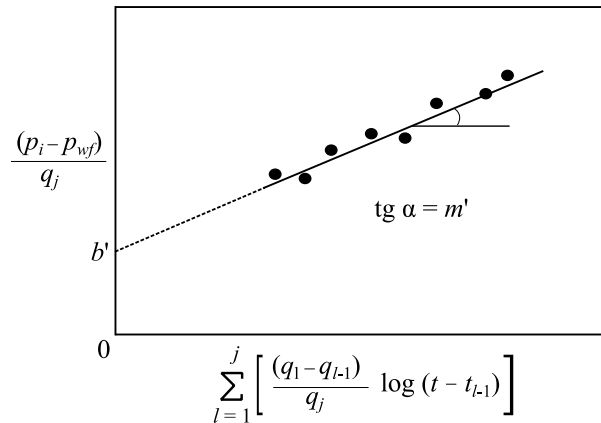


Figura 3.10 – Teste de fluxo com múltiplas vazões – Método de Odeh & Jones.

A partir do coeficiente angular estima-se a permeabilidade

$$k = 1,151 C_2 \frac{B \mu}{m' h} \quad (3.67)$$

e a partir dos coeficientes linear e angular determina-se o fator de película

$$s = 1,151 \left[\frac{b'}{m'} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]. \quad (3.68)$$

Exemplo 3.4 – Os dados de vazão e de pressão da Tabela 3.2 referem-se a um teste de fluxo com vazões múltiplas realizado em um poço vertical produtor de óleo.

Tabela 3.2 – Dados do teste de fluxo do Exemplo 3.4

t (h)	q_o (STB/d)	p_{wf} (psi)
0	0	3.000
3	500	2.892
6	1.000	2.778
9	1.500	2.660
12	2.000	2.538

Outros dados do poço e do reservatório são:

Viscosidade do óleo (μ_o).....	1,0 cp
Fator de volume de formação do óleo (B_o)....	1,35 bbl/ STB
Porosidade (ϕ)	0,22
Compressibilidade total (c_t).....	$21 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$
Raio do poço (r_w).....	0,33 ft
Espessura da formação (h).....	15 ft
Área do reservatório (A).....	3.484.800 ft ²

Pede-se analisar o teste e calcular:

- A permeabilidade da formação produtora
- O fator de película do poço
- A razão de produtividade do poço

Solução:

A análise do teste é efetuada construindo-se um gráfico semelhante ao mostrado na Figura 3.10, que representa graficamente a equação

$$\frac{p_i - p_{wf}}{q_j} = m' \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right] + m' \bar{s}.$$

Definindo-se

$$f(t) = \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right],$$

os termos da equação, para os vários períodos de fluxo, são dados por:

1º período de fluxo: $j = 1$; $t = 3h$; $p_{wf} = 2.892 \text{ psi}$

$$\frac{p_i - p_{wf}}{q_j} = \frac{p_i - p_{wf}}{q_1} = \frac{3.000 - 2.892}{500} = 0,2160 \text{ psi / STB / d}$$

$$\begin{aligned}
 f(t=3) &= \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right] = \sum_{l=1}^1 \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_1} \log(t - t_{l-1}) \right] = \\
 &= \frac{q_1 - q_0}{q_1} \log(t - t_0) = \frac{500 - 0}{500} \log(3 - 0) = 0,477
 \end{aligned}$$

2º período de fluxo: $j=2$; $t=6h$; $p_{wf}=2.778$ psi

$$\begin{aligned}
 \frac{p_i - p_{wf}}{q_j} &= \frac{p_i - p_{wf}}{q_2} = \frac{3.000 - 2.778}{1.000} = 0,2220 \text{ psi / STB / d} \\
 f(t=6) &= \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right] = \sum_{l=1}^2 \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_2} \log(t - t_{l-1}) \right] = \\
 &= \frac{q_1 - q_0}{q_2} \log(t - t_0) + \frac{q_2 - q_1}{q_2} \log(t - t_1) = \frac{500 - 0}{1.000} \log(6 - 0) + \frac{1.000 - 500}{1.000} \log(6 - 3) = 0,628
 \end{aligned}$$

3º período de fluxo: $j=3$; $t=9h$; $p_{wf}=2.660$ psi

$$\begin{aligned}
 \frac{p_i - p_{wf}}{q_j} &= \frac{p_i - p_{wf}}{q_3} = \frac{3.000 - 2.660}{1.500} = 0,2267 \text{ psi / STB / d} \\
 f(t=9) &= \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right] = \sum_{l=1}^3 \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_3} \log(t - t_{l-1}) \right] = \\
 &= \frac{q_1 - q_0}{q_3} \log(t - t_0) + \frac{q_2 - q_1}{q_3} \log(t - t_1) + \frac{q_3 - q_2}{q_3} \log(t - t_2) = \\
 &= \frac{500 - 0}{1.500} \log(9 - 0) + \frac{1.000 - 500}{1.500} \log(9 - 3) + \frac{1.500 - 1.000}{1.500} \log(9 - 6) = 0,737
 \end{aligned}$$

4º período de fluxo: $j=4$; $t=12h$; $p_{wf}=2.538$ psi

$$\begin{aligned}
 \frac{p_i - p_{wf}}{q_j} &= \frac{p_i - p_{wf}}{q_4} = \frac{3.000 - 2.538}{2.000} = 0,2310 \text{ psi / STB / d} \\
 f(t=12) &= \sum_{l=1}^j \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_j} \log(t - t_{l-1}) \right] = \sum_{l=1}^4 \left[\frac{q_l - q_{l-1}}{q_4} \log(t - t_{l-1}) \right] = \frac{q_1 - q_0}{q_4} \log(t - t_0) + \\
 &+ \frac{q_2 - q_1}{q_4} \log(t - t_1) + \frac{q_3 - q_2}{q_4} \log(t - t_2) + \frac{q_4 - q_3}{q_4} \log(t - t_3) = \frac{500 - 0}{2.000} \log(12 - 0) + \\
 &+ \frac{1.000 - 500}{2.000} \log(12 - 3) + \frac{1.500 - 1.000}{2.000} \log(12 - 6) + \frac{2.000 - 1.500}{2.000} \log(12 - 9) = 0,822
 \end{aligned}$$

A Figura 3.11 apresenta o gráfico de $[p_i - p_{wf}]/q_j$ versus $f(t)$. A partir da reta ajustada aos pontos são obtidos os coeficientes angular $m'=0,0432$ psi/STB/d e linear $b'=0,195$ psi/STB/d.

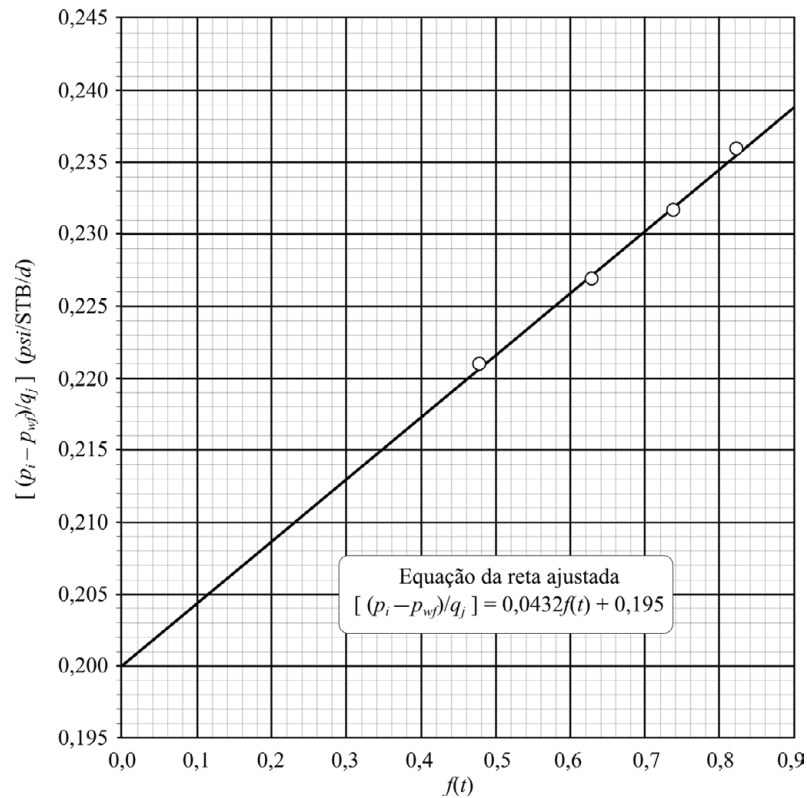


Figura 3.11 – Gráfico para análise do teste de fluxo com vazões múltiplas do Exemplo 3.4.

a) Permeabilidade da formação produtora

$$k = 1,151 C_2 \frac{B\mu}{m'h} = 1,151 \times 141,2 \times \frac{1,35 \times 1,0}{0,0432 \times 15} = 339 \text{ md}$$

b) Fator de película do poço

$$s = 1,151 \left[\frac{b'}{m'} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \times \left\{ \frac{0,195}{0,0432} - \log \left[\frac{0,0002637 \times 339}{0,22 \times 1,0 \times 21 \times 10^{-6} \times (0,33)^2} \right] - 0,3514 \right\} = -1,25$$

c) Razão de produtividade do poço

$$RP = \frac{(IP)_{real}}{(IP)_{ideal}} = \frac{\bar{p} - p'_{wf}}{\bar{p} - p_{wf}} = \frac{\ln[4A/(e^\gamma C_A r_w^2)]}{\ln[4A/(e^\gamma C_A r_w^2)] + 2s}$$

$C_A = 30,88$ (admitindo poço no centro de um reservatório circular)

$$RP = \frac{\ln \{ 4 \times 3.484.800 / [1,781 \times 30,88 \times (0,33)^2] \}}{\ln \{ 4 \times 3.484.800 / [1,781 \times 30,88 \times (0,33)^2] \} + 2 \times (-1,25)} = 1,20$$

O método empregado na análise admite que o reservatório tenha se comportado como infinito durante o teste. Isso pode ser verificado calculando-se o tempo necessário para o reservatório atingir o regime pseudopermanente. De acordo com a teoria apresentada no Capítulo 2 o regime pseudopermanente ocorre, com erro menor que 1%, para

$$(t_{DA})_{pp} > 0,10 \Rightarrow \frac{0,0002637kt_{pp}}{\phi\mu c_t A} > 0,10 \Rightarrow t_{pp} > \frac{379,2 \times 0,22 \times 1,0 \times 21 \times 10^{-6} \times 3.484.800}{339} \cong 18 \text{ h.}$$

Como a duração do teste foi de 12 h, portanto menor que o tempo para atingir o regime pseudopermanente, conclui-se que o método de análise foi corretamente aplicado.

3.2.2. Teste de fluxo com vazão dupla - Método de Russel

O método de Russel (1963), conhecido como teste de fluxo com vazão dupla, é um caso particular do método de Odeh & Jones. Nesse caso o esquema de vazões segue o que está representado na Figura 3.12:

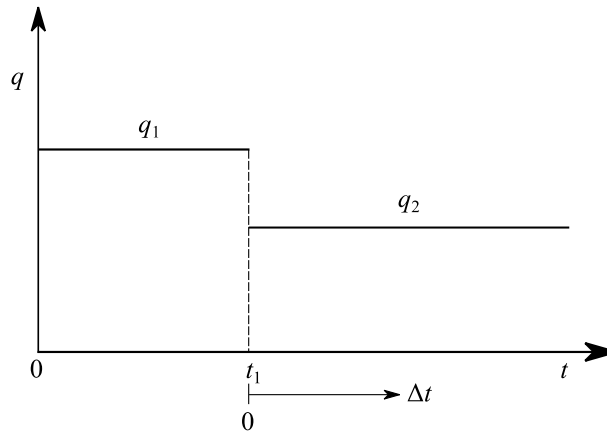


Figura 3.12 – Esquema de vazão para o teste de fluxo com vazão dupla.

Aplicando o princípio da superposição de efeitos e admitindo que o reservatório se comporte como infinito, que o poço não apresente efeitos de estocagem e que a aproximação logarítmica seja válida, obtém-se a expressão

$$p_i - p_{wf} = m'q_1[\log(t_1 + \Delta t) + \bar{s}] + m'(q_2 - q_1)[\log(\Delta t) + \bar{s}] \quad (3.69)$$

ou ainda,

$$p_{wf} = p_i - m'q_1 \left[\log\left(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right) + \frac{q_2}{q_1} \log(\Delta t) \right] - m'q_2 \bar{s}. \quad (3.70)$$

Na Figura 3.13 é mostrada a análise gráfica do teste de fluxo com vazão dupla, Eq. (3.70).

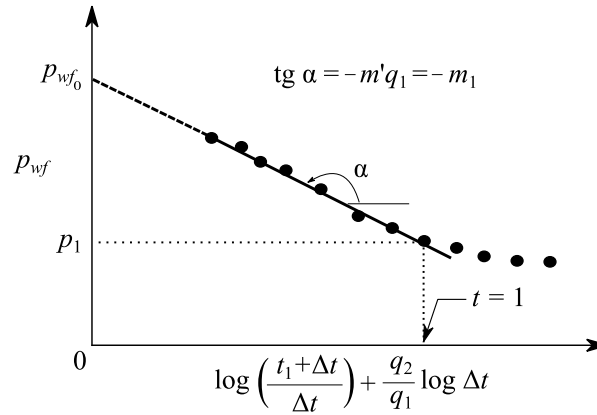


Figura 3.13 – Teste de fluxo com duas vazões – Método de Russel.

Definindo-se o coeficiente angular como

$$-m_1 = -m'q_1, \quad (3.71)$$

a permeabilidade pode ser calculada por

$$k = 1,151 C_2 \frac{q_1 B \mu}{m_1 h} \quad (3.72)$$

e o fator de película através da expressão

$$s = 1,151 \left\{ \left(\frac{q_1}{q_1 - q_2} \right) \left[\frac{p_1 - (p_{wf})_{\Delta t=0}}{m_1} \right] - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right\}, \quad (3.73)$$

onde p_1 é a pressão de fluxo p_{wf} tomada sobre a linha reta para $\Delta t = 1$ e $(p_{wf})_{\Delta t=0}$ é a pressão de fluxo no instante da mudança de vazão. Nesse tipo de teste é possível estimar a pressão inicial do reservatório, em função do coeficiente linear (p_{wf0}) da reta da Figura 3.13, que é a representação gráfica da Eq. (3.70), ou seja,

$$p_i = p_{wf0} + m'q_2 \bar{s} \quad (3.74)$$

ou

$$p_i = p_{wf0} + \frac{m_1}{q_1} q_2 \bar{s}. \quad (3.75)$$

3.3. Teste de Limite de Reservatório

O regime de escoamento pseudopermanente é alcançado pela produção de um poço em um reservatório finito por um tempo suficientemente longo, possibilitando a determinação dos parâmetros do reservatório, bem como do volume poroso da região drenada. Um teste de fluxo executado com a finalidade de se determinar o volume poroso da região drenada por um poço é denominado *teste de limite de reservatório* e foi introduzido por Jones (1956).

3.3.1. Método convencional de análise

A equação da pressão durante o regime pseudopermanente para um poço que produz com vazão constante é dada, na forma adimensional, por:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right) + s, \quad (3.76)$$

onde a constante C_A é denominada fator de geometria ou fator de Dietz, sendo portanto uma função da geometria do sistema poço-reservatório. De acordo com a teoria apresentada no Capítulo 2, a equação da queda de pressão adimensional no poço para um reservatório circular limitado que produz no regime de escoamento pseudopermanente é

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \ln(r_{eD}) - \frac{3}{4} + s, \quad (3.77)$$

que também pode ser escrita como

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\pi r_e^2}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(e^{-3/4})^2 - \frac{1}{2} \ln \pi + s \quad (3.78)$$

ou ainda

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(0,07102) + s. \quad (3.79)$$

Comparando as Eqs. (3.76) e (3.79) verifica-se que

$$\frac{2,2458}{C_A} = 0,07102 \quad (3.80)$$

ou seja, $C_A = 31,62$ para o caso de reservatório circular limitado.

Uma análise da Eq. (3.76) indica que, uma vez atingido o regime de produção pseudopermanente, a pressão no poço varia linearmente com o tempo. Assim, um gráfico da pressão de fluxo *versus* tempo de produção deve resultar em uma linha reta com inclinação $-m^*$ e coeficiente linear (interseção com o eixo vertical) p_{int} , como mostrado na Figura 3.14.

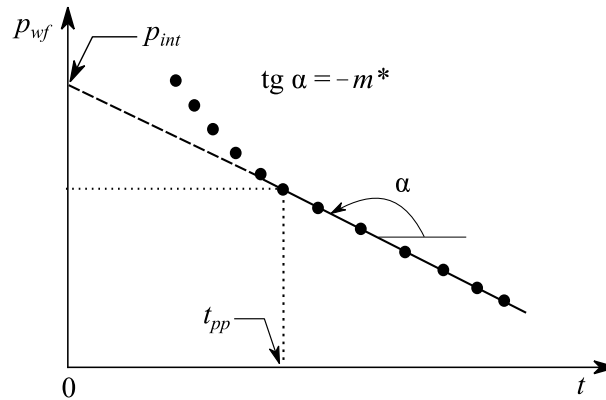


Figura 3.14 – Teste de limite de reservatório – Método convencional de análise.

Se colocada em termos de variáveis reais, a Eq. (3.76) se transforma em

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = 2\pi \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t A} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right) + s, \quad (3.81)$$

ou seja,

$$p_{wf} = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{2,2458 A}{C_A r_w^2} \right)^{1/2} + s \right] - 2\pi \left(\frac{C_1 C_2 q B}{\phi h c_t A} \right) t. \quad (3.82)$$

Definindo-se

$$p_{int} = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{2,2458 A}{C_A r_w^2} \right)^{1/2} + s \right] \quad (3.83)$$

e

$$m^* = 2\pi \frac{C_1 C_2 q B}{\phi h c_t A}, \quad (3.84)$$

a Eq. (3.82) reduz-se a

$$p_{wf} = p_{int} - m^* t, \quad (3.85)$$

que é a equação de uma linha reta. Portanto, o método de análise do teste de limite de reservatório consiste em se ajustar uma linha reta sobre os dados de campo e determinar o seu coeficiente angular $-m^*$. Assim, o volume poroso é calculado a partir da Eq. (3.84), ou seja,

$$V_p \equiv \phi h A = 2\pi \frac{C_1 C_2 q B}{m^* c_t}. \quad (3.86)$$

Para se estimar o fator de geometria C_A é necessária a utilização dos valores de m e de p_1 determinados na análise transiente convencional. A manipulação algébrica das Eqs. (3.48) e (3.83) produz

$$C_A = 5,457 \frac{m}{m^*} \exp[2,303(p_{int} - p_1)/m]. \quad (3.87)$$

O tempo necessário para que o reservatório atinja o regime pseudopermanente de produção é estimado através do tempo de início da linha reta cartesiana dos dados de campo (t_{pp} na Figura 3.14). Desse modo,

$$(t_{DA})_{pp} = \frac{C_1 k t_{pp}}{\phi \mu c_t A} \quad (3.88)$$

ou

$$(t_{DA})_{pp} = \frac{1,151}{2\pi} \frac{m^*}{m} t_{pp}. \quad (3.89)$$

Com os valores de C_A e $(t_{DA})_{pp}$ pode-se estimar a forma da área de drenagem do poço através da comparação com os valores apresentados na Tabela B.2 do Apêndice B (tabela dos fatores de Dietz)

Exemplo 3.5 – Um poço vertical produtor de óleo foi submetido a um teste de fluxo, procurando-se obter uma vazão constante ao redor de $63 \text{ m}^3 \text{ std/d}$. As pressões foram registradas no fundo do poço e as vazões medidas em um separador. Os dados de pressão e de vazão estão apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Dados de pressão e de vazão do Exemplo 3.5.

t (h)	p_{wf} (kgf/cm ²)	q (m ³ std/d)	t (h)	p_{wf} (kgf/cm ²)	q (m ³ std/d)
	81,13	–	14	65,17	63,0
1	67,10	80,1	15	65,07	63,0
2	64,91	75,5	18	64,91	63,0
3	65,05	69,8	20	64,82	63,0
4	65,59	57,1	25	64,62	63,0
5	65,91	63,0	30	64,46	63,0
6	65,51	64,9	35	64,32	63,0
7	65,67	63,0	40	64,19	63,0
8	65,60	63,0	50	63,97	63,0
9	65,51	63,0	60	63,76	63,0
10	65,42	63,0	70	63,56	63,0
11	65,34	63,0	80	63,37	63,0
12	65,27	63,0	92	63,13	63,0
13	65,20	63,0			

Outros dados do poço e do reservatório são:

Viscosidade do óleo (μ_o).....	3,93 cp
Fator de volume de formação do óleo (B_o).....	$1,243 \text{ m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}$
Porosidade (ϕ).....	0,205
Compressibilidade total (c_t).....	$147 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kgf}$
Raio do poço (r_w).....	0,0762 m
Espessura da formação (h).....	39,6 m

Utilizando o método convencional de análise de teste de limite de reservatório, determine:

- Permeabilidade da formação
- Volume poroso do reservatório
- Área drenada pelo poço
- Raio equivalente do reservatório
- Fator de geometria C_A
- Tempo para início do regime pseudopermanente (t_{pp})

Solução:

a) Permeabilidade da formação

Na Figura 3.15 está mostrado o gráfico semi-log dos dados de pressão da Tabela 3.3. Observe que os primeiros pontos foram desprezados ao se traçar a reta semi-log, pois estão influenciados pela variação de vazão.

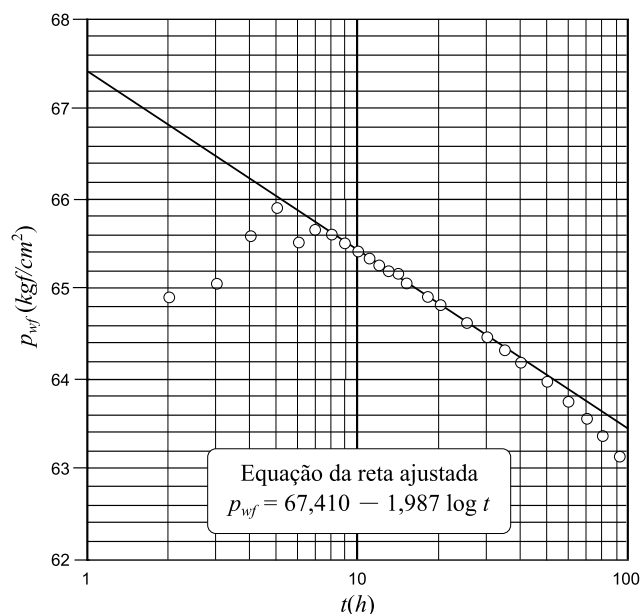


Figura 3.15 – Gráfico semi-log dos dados de pressão do Exemplo 3.5.

Do gráfico da Figura 3.15 obtém-se para a inclinação da reta semi-log (período de escoamento transiente) o valor de $m = 1,987 \text{ kgf/cm}^2$, a partir do qual se calcula a permeabilidade:

$$k = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{mh} = 1,151 \times \frac{19,03 \times 63 \times 1,243 \times 3,93}{1,987 \times 39,6} = 86 \text{ md}$$

b) Volume poroso do reservatório

Inicialmente constrói-se o gráfico cartesiano da Figura 3.16, a partir do qual se obtém o valor de $m^* = 0,0203 \text{ kgf/cm}^2/\text{h}$, que é a inclinação da reta cartesiana (período de escoamento pseudopermanente).

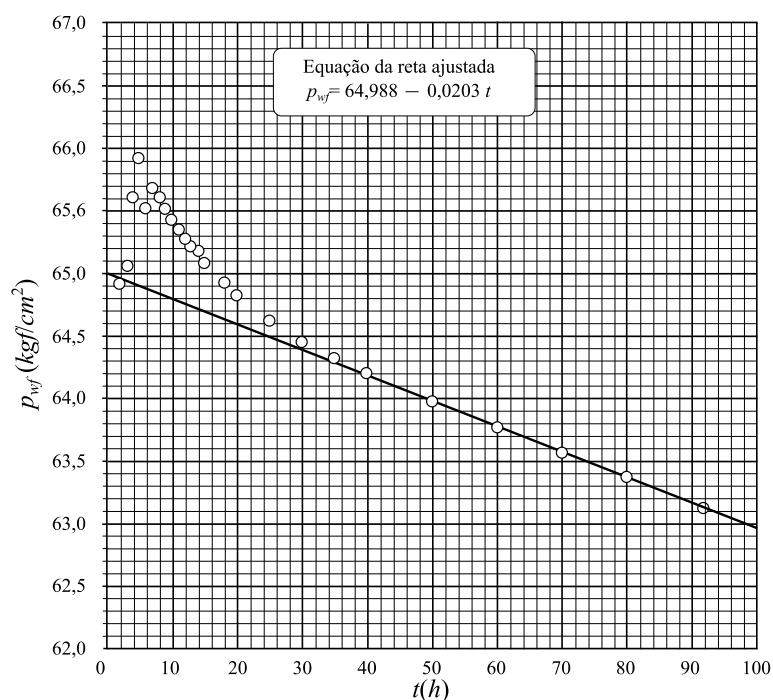


Figura 3.16 – Gráfico cartesiano dos dados de pressão do Exemplo 3.5.

O volume poroso é dado por:

$$V_p = 2\pi \frac{C_1 C_2 q B}{m^* c_t} = 2\pi \times \frac{0,0003484 \times 19,03 \times 63 \times 1,243}{0,0203 \times 147 \times 10^{-6}} = 1,09 \times 10^6 \text{ m}^3$$

c) Área drenada pelo poço

$$A = \frac{V_p}{h\phi} = \frac{1,09 \times 10^6}{39,6 \times 0,205} = 0,135 \times 10^6 \text{ m}^2$$

d) Raio equivalente do reservatório

$$V_p = \pi r_e^2 h\phi \Rightarrow r_e = \sqrt{\frac{V_p}{\pi h\phi}} = \sqrt{\frac{1,09 \times 10^6}{\pi \times 39,6 \times 0,205}} = 207 \text{ m}$$

e) Fator de geometria C_A

$$C_A = 5,456 \frac{m}{m^*} \exp[2,303(p_{int} - p_1)/m]$$

Do gráfico cartesiano da Figura 3.16 lê-se $p_{int} = 64,99 \text{ kgf/cm}^2$ e do gráfico semi-log da Figura 3.15 obtém-se $p_1 = 67,41 \text{ kgf/cm}^2$. Logo:

$$C_A = 5,456 \frac{1,987}{0,0203} \exp[2,303(64,99 - 67,41)/1,987] = 32,3$$

Como $C_A = 32,3$ conclui-se que o reservatório se aproxima de um círculo com poço no centro, de acordo com a Tabela B.2 do Apêndice B.

f) Tempo para início do regime pseudopermanente (t_{pp})

Do gráfico cartesiano p_{wf} versus t (Figura 3.16) obtém-se: $t_{pp} \cong 40 \text{ h}$.

3.3.2. Método de Park Jones.

Jones (1957) desenvolveu também um método de interpretação de teste de limite de reservatório que possibilita a análise simultânea dos períodos de escoamento transiente e pseudopermanente. O período transiente é regido pela equação

$$p_{wf} = p_i - \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,80907 + 2s \right]. \quad (3.90)$$

Diferenciando-se essa equação em relação ao tempo resulta

$$-\frac{dp_{wf}}{dt} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{1}{2t}. \quad (3.91)$$

Definindo-se a função Y de Park Jones como sendo

$$Y = -\frac{dp_{wf}/dt}{q}, \quad (3.92)$$

tem-se que

$$Y_{infinito} = \frac{C_2 B \mu}{2kh} \frac{1}{t}, \quad (3.93)$$

onde $Y_{infinito}$ é o valor de Y para o regime transiente, isto é, para o período em que o reservatório se comporta como se fosse infinitamente extenso. Tomando o logaritmo decimal da Eq. (3.93) obtém-se

$$\log Y_{infinito} = \log \left(\frac{C_2 B \mu}{2kh} \right) - \log t. \quad (3.94)$$

Então, um gráfico de $\log Y_{infinito}$ contra $\log t$ deve resultar em uma linha reta com coeficiente angular igual a -1 , conforme ilustra a Figura 3.17. Deve-se mencionar que os valores de Y podem ser calculados numericamente a partir dos dados de pressão *versus* tempo, utilizando-se o conceito de diferenças finitas.

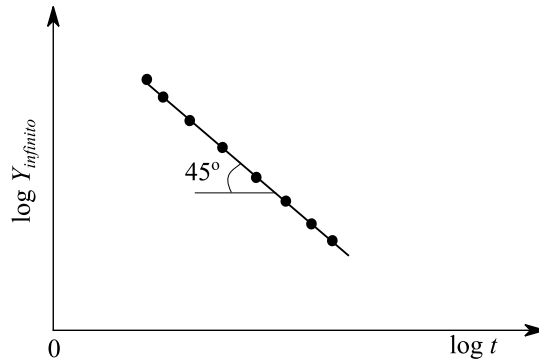


Figura 3.17 – Teste de limite de reservatório – Período transiente – Método de Park Jones.

Durante o período pseudopermanente o comportamento de um reservatório de geometria qualquer é dado pela Eq. (3.82). Derivando-se essa equação em relação ao tempo, resulta

$$\frac{dp_{wf}}{dt} = -2\pi \left(\frac{C_1 C_2 q B}{\phi h c_t A} \right). \quad (3.95)$$

A função Y neste caso passa a ser

$$Y_{finito} \equiv -\frac{dp_{wf}/dt}{q} = 2\pi \left(\frac{C_1 C_2 B}{\phi h c_t A} \right), \quad (3.96)$$

onde Y_{finito} refere-se ao regime de escoamento estabilizado (pseudopermanente). A Figura 3.18 apresenta o comportamento completo da função Y , tanto para curto como para longo tempo.

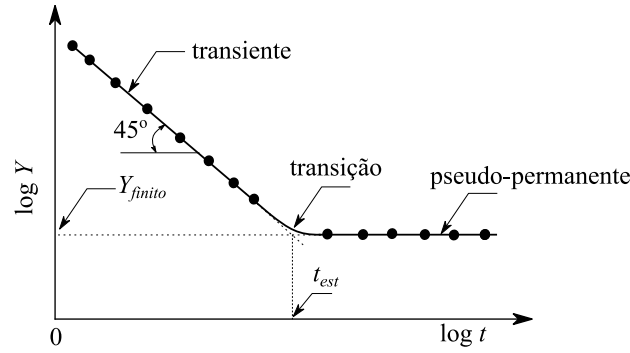


Figura 3.18 – Teste de limite de reservatório – Método de Park Jones.

O valor da permeabilidade é estimado tomando-se um ponto (t_{45}, Y_{45}) sobre a reta de 45° da Figura 3.18 e usando-se a Eq. (3.93):

$$k = \frac{C_2 B \mu}{2h} \left(\frac{1}{t_{45} Y_{45}} \right). \quad (3.97)$$

O *raio de investigação* r_i de van Poollen (1964) é definido admitindo-se uma distribuição de pressão pseudopermanente em um sistema circular de raio igual ao raio de investigação, tal que

$$Y_{infinito} = Y_{finito}, \quad (3.98)$$

ou seja,

$$\frac{C_2 B \mu}{2kh} \frac{1}{t} = 2\pi \left(\frac{C_1 C_2 B}{\phi h c_t \pi r_i^2} \right), \quad (3.99)$$

de onde se obtém

$$r_i = 2 \sqrt{\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t}}. \quad (3.100)$$

O valor máximo de r_i , o qual será denominado *raio de drenagem* r_d , é alcançado quando o reservatório de fato atinge o regime pseudopermanente, o que corresponde ao *tempo de estabilização* t_{est} indicado na Figura 3.18. Portanto:

$$r_d = 2 \sqrt{\frac{C_1 k t_{est}}{\phi \mu c_t}}. \quad (3.101)$$

Deve-se observar que o raio de investigação aparente de Aronofsky & Jenkins (1954), apresentado e discutido no Capítulo 2, também conhecido como raio de drenagem aparente de Aronofsky & Jenkins, definido como

$$r_{da} = 1,50 \sqrt{\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t}}, \quad (3.102)$$

é mais conservador que o raio de investigação de van Poollen, dado pela Eq. (3.100), pois para $t = t_{est}$ seria dado por

$$r_{da} = 1,50 \sqrt{\frac{C_1 k t_{est}}{\phi \mu c_t}}, \quad (3.103)$$

sendo, portanto, menor que o valor do raio de drenagem dado pela Eq. (3.101). Correa (1983) sugere, no entanto, que o raio de investigação de van Poolen seja utilizado para o cálculo de volume provado de óleo a partir de análise de teste de pressão.

O volume poroso é estimado usando-se o valor estabilizado da função Y , ou seja,

$$V_p = 2\pi \left(\frac{C_1 C_2 B}{c_t Y_{finito}} \right), \quad (3.104)$$

e o volume original de óleo é dado por

$$N = 2\pi \frac{C_1 C_2 (1 - S_{wi})}{c_t Y_{finito}}, \quad (3.105)$$

onde S_{wi} é a saturação de água inicial existente na zona de óleo do reservatório. Mesmo que durante o teste não seja atingido o regime pseudopermanente, o método de Park Jones permite a estimativa do mínimo volume provado de óleo:

$$N_{mínimo} = 2\pi \frac{C_1 C_2 (1 - S_{wi})}{c_t Y_{mínimo}}, \quad (3.106)$$

onde $Y_{mínimo}$ é o menor valor da função Y alcançado durante o teste, conforme mostrado na Figura 3.19.

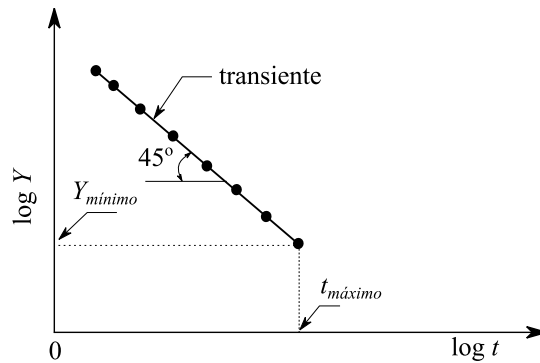


Figura 3.19 – Teste de limite de reservatório – Determinação do mínimo volume provado de óleo.

Exemplo 3.6 – Utilizando os dados do Exemplo 3.5 e o método de Park Jones, analise o teste determinando:

- Permeabilidade da formação
- Volume poroso do reservatório
- Tempo de estabilização
- Raio de drenagem

Solução:

Na Tabela 3.4 são apresentados os valores de Y , calculados utilizando-se o conceito de diferenças finitas, tendo sido empregada a chamada diferença descendente.

Tabela 3.4 – Dados de pressão e de vazão do Exemplo 3.6.

t	p_{wf}	q	$-dp_{wf}/dt$	Y
(h)	(kgf/cm ²)	(m ³ std/d)	(kgf/cm ² /h)	$\left(\frac{\text{kgf} / \text{cm}^2 / \text{h}}{\text{m}^3 \text{ std} / \text{d}} \right)$
0	81,13	—	—	—
1	67,10	80,1	14,03	0,175
2	64,91	75,5	2,19	0,0290
3	65,05	69,8	-0,14	-0,00201
4	65,59	57,1	-0,54	-0,00946
5	65,91	63,0	-0,32	-0,00508
6	65,51	64,9	0,400	0,00616
7	65,67	63,0	-0,16	-0,00254
8	65,60	63,0	0,070	0,00111
9	65,51	63,0	0,090	0,00143
10	65,42	63,0	0,090	0,00143
11	65,34	63,0	0,080	0,00127
12	65,27	63,0	0,070	0,00111
13	65,20	63,0	0,070	0,00111
14	65,17	63,0	0,030	0,000476
15	65,07	63,0	0,100	0,001590
18	64,91	63,0	0,050	0,000847
20	64,82	63,0	0,045	0,000714
25	64,62	63,0	0,040	0,000635
30	64,46	63,0	0,032	0,000508
35	64,32	63,0	0,028	0,000444
40	64,19	63,0	0,026	0,000413
50	63,97	63,0	0,022	0,000349
60	63,76	63,0	0,021	0,000333
70	63,56	63,0	0,020	0,000317
80	63,37	63,0	0,019	0,000302
92	63,13	63,0	0,020	0,000317

Na Figura 3.20 apresenta-se o gráfico log-log da função Y de Park Jones em função do tempo de teste.

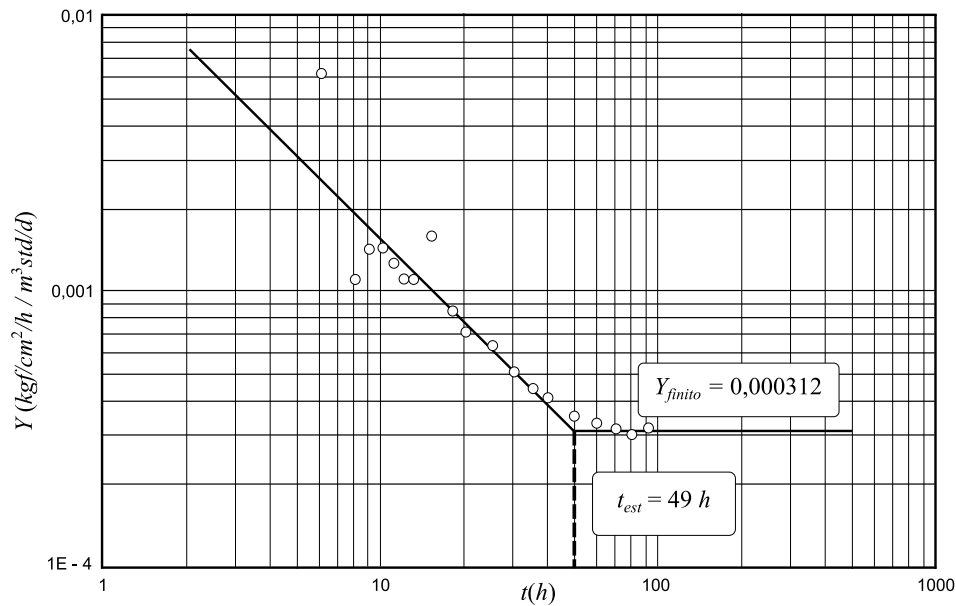


Figura 3.20 – Gráfico log-log da função Y de Park Jones - Exemplo 3.6.

a) Permeabilidade da formação

Do gráfico da Figura 3.20 obtém-se:

$$t_{45^\circ} = 30 \text{ h} \rightarrow Y_{45^\circ} = 0,000508 \frac{(\text{kgf} / \text{cm}^2) / \text{h}}{\text{m}^3 \text{std} / \text{d}}$$

Logo:

$$k = \frac{C_2 B \mu}{2h} \left(\frac{1}{t_{45^\circ} Y_{45^\circ}} \right) = \frac{19,03 \times 1,243 \times 3,93}{2 \times 39,6} \times \left(\frac{1}{30 \times 0,000508} \right) = 77,0 \text{ md}$$

b) Volume poroso do reservatório

Da Figura 3.20 obtém-se:

$$Y_{finito} = 0,000312 \frac{(\text{kgf} / \text{cm}^2) / \text{h}}{\text{m}^3 \text{std} / \text{d}}$$

Portanto:

$$V_p = 2\pi \left(\frac{C_1 C_2 B}{c_t Y_{finito}} \right) = 2\pi \times \frac{0,0003484 \times 19,03 \times 1,243}{147 \times 10^{-6} \times 0,000312} = 1,129 \times 10^6 \text{ m}^3$$

c) Tempo de estabilização

Da Figura 3.20 obtém-se: $t_{est} \cong 49 \text{ h}$.

d) Raio de drenagem

$$r_d = 2 \sqrt{\frac{C_1 k t_{est}}{\phi \mu c_t}} = 2 \sqrt{\frac{0,0003484 \times 77,0 \times 49}{0,205 \times 3,93 \times 147 \times 10^{-6}}} \cong 211 \text{ m}$$

4. TESTE DE CRESCIMENTO DE PRESSÃO



Um dos procedimentos técnicos mais difundidos para a avaliação de formações produtoras de petróleo consiste no chamado *teste de crescimento de pressão*, muitas vezes denominado simplesmente como *teste de crescimento* (*buildup test* na literatura em inglês). Esse teste baseia-se no registro contínuo das pressões de fundo, após o fechamento de um poço que tenha produzido por um determinado período, conforme ilustrado na Figura 4.1. Denomina-se p_{wf} a pressão no poço durante o período de fluxo, p_{ws} a pressão durante o período de fechamento, p_{wff} a última pressão de fluxo, isto é, a pressão de fluxo no instante em que o poço é fechado para o crescimento de pressão, t_p o tempo de produção (ou de fluxo) e Δt o período de tempo medido a partir do momento em que o poço é fechado.

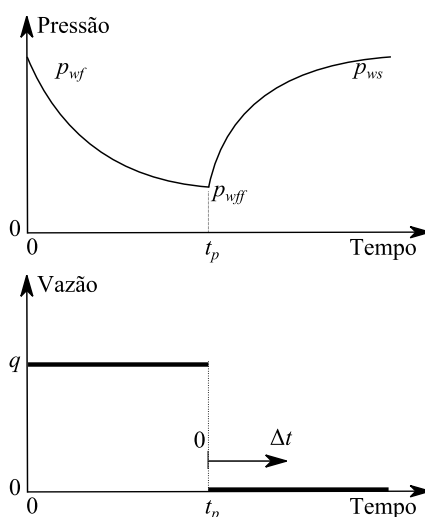


Figura 4.1 – Esquema de vazão e gráfico do comportamento da pressão em um poço submetido a um teste de crescimento de pressão.

Quando bem realizado, um teste de crescimento de pressão pode fornecer informações a respeito do sistema poço-formação, tais como: permeabilidade efetiva do meio poroso ao fluido produzido, indicação de dano ou estímulo da formação e pressão média na região drenada pelo poço.

Embora seja possível a análise de um teste de crescimento de pressão antecedido de vazão de produção variável, a análise do teste fica bastante simplificada quando se produz o poço com vazão constante antes do fechamento. A análise de testes de crescimento de pressão pode ser feita utilizando-se tanto o método de ajustamento com curvas-tipo como os chamados métodos convencionais.

Neste capítulo serão considerados somente os casos em que, durante o período de crescimento de pressão, também chamado de período de fechamento ou período de estática, o reservatório se comporta como radial infinito, ou seja, em que o regime é o radial transiente. Efeitos de limites, tais como limites externos selados em diferentes geometrias, pressão constante em um ou mais dos limites externos, presença de falhas e barreiras etc., bem como efeitos das condições de poço, como a presença de fraturas hidráulicas artificiais, e análise de testes em poços de gás, serão abordados em outros capítulos.

4.1. Método de Ajustamento com Curvas-Tipo

As curvas-tipo para o comportamento da pressão em um poço são normalmente desenvolvidas para um teste de fluxo, ou seja, para representar o comportamento de pressão em um poço, inicialmente fechado, que é colocado em produção. No caso de um teste de crescimento de pressão, a curva-tipo correspondente depende do tempo de produção (t_p), ou seja, para cada tempo de produção seria necessário gerar e utilizar uma curva-tipo específica, o que tornaria pouco prático esse método. Uma alternativa será, então, empregar as curvas-tipo de fluxo na análise de testes de crescimento.

Admitindo-se que o poço tenha produzido com uma vazão constante q durante um tempo de produção t_p , a queda de pressão no poço em um instante Δt após o fechamento pode ser determinada pela utilização do princípio da superposição de efeitos³. Desse modo, a queda de pressão no instante de tempo ($t_p + \Delta t$) após o início da produção seria a resultante da soma dos efeitos causados pela produção do poço com vazão $+q$ desde o instante inicial e pela produção do poço com uma vazão negativa $-q$ desde o instante do fechamento. Fisicamente, isso poderia ser visto como um poço produzindo desde o início com vazão q e outro poço, hipotético, situado no mesmo local, injetando com vazão q a partir do instante do fechamento do poço real. Portanto, a queda de pressão adimensional no poço, em qualquer instante após o seu fechamento, é dada por:

$$p_{wsD}(t_p + \Delta t)_D \equiv \frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_i - p_{ws}(t_p + \Delta t)] = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D) \quad (4.1)$$

ou, simplesmente:

$$p_{wsD}(\Delta t_D) \equiv \frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_i - p_{ws}(\Delta t)] = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D), \quad (4.2)$$

já que, para efeito de um teste de crescimento de pressão, os tempos de interesse medidos durante o teste são os valores de Δt . A Eq. (4.2) ainda pode ser escrita de maneira mais compacta como:

$$p_{wsD} \equiv \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D) \quad (4.3)$$

onde $p_{wsD}(\Delta t_D)$, ou p_{wsD} simplesmente, é a queda de pressão adimensional no poço durante o período de fechamento; o primeiro termo do lado direito da equação corresponde ao efeito de um poço produzindo desde o início ($t = t_p + \Delta t = 0$) com vazão constante q e o segundo termo corresponde ao efeito de um poço injetando a partir do instante de fechamento ($\Delta t = 0$) com vazão q ou, de maneira equivalente, produzindo com vazão $-q$.

No instante do fechamento ($\Delta t = 0$) a queda de pressão adimensional no poço é dada por:

$$p_{wD}(t_{pD}) = \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wff}), \quad (4.4)$$

ou seja,

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wff}) = p_{wD}(t_{pD}), \quad (4.5)$$

³ Vide Capítulo 2.

onde p_{wff} é a última pressão de fluxo ou a primeira do fechamento, isto é, $p_{wff} = p_{ws}(\Delta t = 0)$. Subtraindo (4.3) de (4.5) obtém-se:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_{ws} - p_{wff}) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + p_{wD}(\Delta t_D). \quad (4.6)$$

A Eq. (4.6) é denominada *equação generalizada do crescimento (buildup)* e o termo do lado esquerdo é definido como sendo a *queda de pressão adimensional no poço do buildup*, ou seja:

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_{ws} - p_{wff}). \quad (4.7)$$

Observa-se então que, no caso de um teste de crescimento, a queda de pressão adimensional no poço a ser utilizada na análise é definida em termos da diferença entre a pressão no poço durante a estática (p_{ws}) e a pressão de fluxo no instante do fechamento (p_{wff}), diferentemente da definição usada normalmente, em que a queda de pressão adimensional é proporcional à diferença entre a pressão inicial do reservatório (p_i) e a pressão em qualquer instante. Pode-se então definir a queda de pressão a ser usada na análise de teste de crescimento como sendo:

$$\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wff} \quad (4.8)$$

ou, simplesmente:

$$\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws} - p_{wff}. \quad (4.9)$$

Em termos dimensionais, a equação generalizada do crescimento (*buildup*), Eq. (4.6), pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \Delta p_{wBU} &= (p_i - p_{wff}) - [p_i - p_{wf}(t_p + \Delta t)] + [p_i - p_{wf}(\Delta t)] \\ &\equiv \Delta p_{wf}(t_p) - \Delta p_{wf}(t_p + \Delta t) + \Delta p_{wf}(\Delta t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

A Figura 4.2 apresenta uma interpretação gráfica para o crescimento de pressão. As linhas cheias correspondem aos valores observados durante o teste, enquanto a linha tracejada corresponde à pressão de fluxo que teria ocorrido no poço caso o mesmo não tivesse sido fechado.

Caso a linha tracejada da Figura 4.2 pudesse ser prevista com precisão, a análise do período de crescimento deveria utilizar como dados de pressão as diferenças entre as pressões do período de fechamento (p_{ws}), dadas pela linha cheia, e as pressões de fluxo extrapoladas ($p_{wf \text{ extrapolada}}$), dadas pela linha tracejada. Essa diferença poderia ser denominada como $\Delta p_{wf}(\Delta t) = p_{ws} - p_{wf \text{ extrapolada}}$, ou simplesmente $(\Delta p_{wf})_{\text{extrapolado}}$, e corresponderia exatamente ao comportamento da queda de pressão no poço durante um fluxo com vazão constante q , a partir da situação inicial (pressão inicial do reservatório igual a p_i). Pode-se dizer, então, que analisar o período de crescimento equivaleria a analisar um período de fluxo equivalente, desde que fossem consideradas como quedas de pressão os valores de $(\Delta p_{wf})_{\text{extrapolado}}$. Esse processo corresponderia ao uso da chamada *desuperposição de efeitos*, tendo em vista que o cálculo dos valores de $(\Delta p_{wf})_{\text{extrapolado}}$ significa *desuperpor* o efeito da vazão negativa $-q$ (desde $\Delta t = 0$) do efeito total causado pelas vazões $+q$ (desde $t = 0$) e $-q$. Em outras palavras, caso fossem adimensionalizados, os valores de $(\Delta p_{wf})_{\text{extrapolado}}$ corresponderiam ao termo $p_{wD}(\Delta t_D)$ das Eqs. (4.3) e (4.6). Ocorre que esses valores extrapolados em geral não estão disponíveis. Por esse motivo costuma-se utilizar, como queda de pressão, o que foi denominado $\Delta p_{wBU}(\Delta t)$, que de acordo com a Eq. (4.8) é dada pela diferença entre a pressão durante a estática e a última pressão de fluxo.

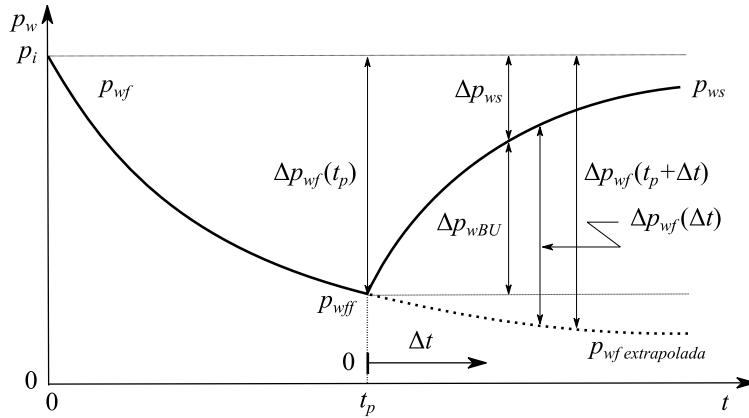


Figura 4.2 – Interpretação gráfica do crescimento de pressão.

As áreas hachuradas na Figura 4.3 representam as diferenças (ou os erros) entre os valores de p_{wBU} e $(\Delta p_{wf})_{extrapolado}$, para dois tempos de produção distintos, t_{p1} e t_{p2} . Observe que Δp_{wBU} pode ser uma boa aproximação para $(\Delta p_{wf})_{extrapolado}$ no caso de os tempos de produção serem suficientemente longos. Na verdade, o valor de Δp_{wBU} seria exatamente igual ao valor de $(\Delta p_{wf})_{extrapolado}$ caso o poço estivesse no regime permanente no instante do seu fechamento. Entretanto, como ilustra a Figura 4.3, para tempos de produção relativamente pequenos, a diferença entre esses valores é significativa. Portanto, $\Delta p_{wBU}(\Delta t)$ versus Δt pode ser analisado como se fosse um fluxo apenas no caso de $t_p \gg \Delta t$.

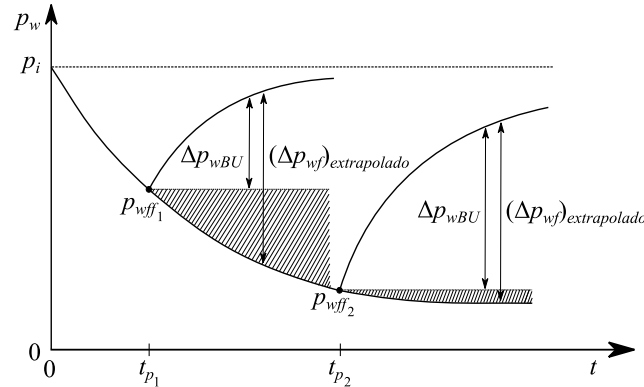


Figura 4.3 – Influência do tempo de produção nos valores de Δp_{wBU} e $(\Delta p_{wf})_{extrapolado}$

Com a hipótese de que $t_p \gg \Delta t$ ou, em outras palavras, de que $t_p + \Delta t \cong t_p$, o termo $p_{wD}(t_p) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D]$ é pequeno em comparação com $p_{wD}(\Delta t_D)$ e pode ser desprezado na Eq. (4.6). Com esta hipótese, a equação do crescimento de pressão simplifica-se para:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_{ws} - p_{wff}) = p_{wD}(\Delta t_D). \quad (4.11)$$

Por outro lado, conforme apresentado no Capítulo 2, a equação do fluxo pode ser escrita como:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = p_{wD}(t_D). \quad (4.12)$$

Comparando as Eqs. (4.11) e (4.12) conclui-se que, caso as hipóteses simplificadoras aplicadas à Eq. (4.6) sejam obedecidas, os gráficos de Δp_{wBU} versus Δt e de Δp_{wf} versus t serão equivalentes. Assim, poder-se-á construir um gráfico log-log de Δp_{wBU} versus Δt e ajustar sobre as curvas-tipo desenvolvidas para fluxo.

Vale observar que a Eq. (4.11) ignora a influência do termo $p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D]$. Esta é a razão pela qual os dados do crescimento de pressão (*buildup*) divergirão da solução de fluxo para valores de tempo (Δt) suficientemente grandes. Esta diferença é referida como *efeito do tempo de produção*.

Em resumo, a análise de um teste de crescimento é feita usando-se as curvas-tipo desenvolvidas para fluxo, mas o erro cometido depende da relação $\Delta t/t_p$. Além disso, para limitar o erro a um determinado valor, quanto maior for o tempo de teste (Δt), maior também deverá ter sido o tempo de produção antes do fechamento (t_p). Portanto, as diferenças entre as duas curvas serão tanto maiores quanto menores forem os tempos de produção. Como mostrado na Figura 4.4, para um mesmo valor do produto $C_D e^{2s}$, a curva-tipo para crescimento de pressão (estática) apresenta valores menores de queda de pressão adimensional (também chamada simplesmente de pressão adimensional) que a curva-tipo desenvolvida para fluxo. O início da divergência entre as curvas dar-se-á para valores de tempo ($\Delta t_D/C_D$) suficientemente grandes.

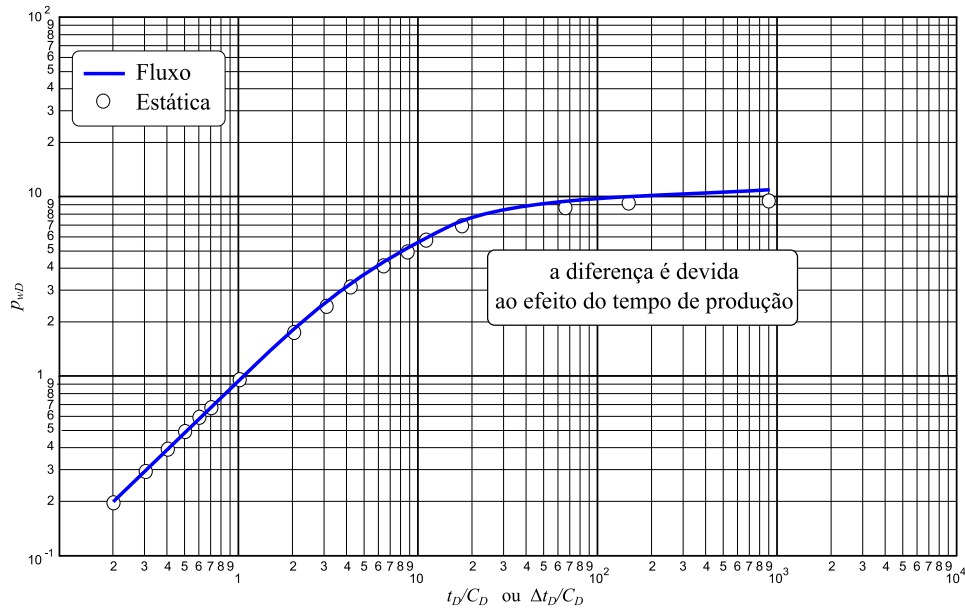


Figura 4.4 – Comparação entre as curvas-tipo de fluxo e de estática para um dado tempo de produção e um mesmo valor de $C_D e^{2s}$.

O procedimento padrão para tentar corrigir os efeitos do tempo de produção é o uso do *tempo equivalente de Agarwal* (1980). Nesse trabalho foi apresentado um método de análise de teste de crescimento que considera os efeitos do tempo de produção. Esse método, inicialmente desenvolvido como sendo um método convencional de análise, propicia também um tratamento adequado para a análise por ajustamento com curvas-tipo. Isto porque, conforme foi discutido anteriormente, o uso de curvas-tipo desenvolvidas para fluxo na análise de testes de crescimento pode induzir a erros consideráveis nos resultados.

O ponto de partida para o desenvolvimento do método de Agarwal é a equação generalizada do crescimento de pressão (*buildup*) dada pela Eq. (4.6):

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}] = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + p_{wD}(\Delta t_D), \quad (4.13)$$

onde p_{wff} é a última pressão de fluxo ou a primeira do fechamento, isto é, $p_{wff} = p_{ws} (\Delta t = 0)$.

Agarwal considerou que todas as três soluções de fluxo no lado direito da Eq. (4.13) fossem dadas pela equação do escoamento radial transiente. Conforme mostrado no Capítulo 2, para escoamento radial

em um reservatório infinito, sem efeitos de estocagem, a queda de pressão adimensional no poço, utilizando-se a aproximação logarítmica, é dada pela expressão:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2}(\ln t_D + 0,80907) + s. \quad (4.14)$$

Substituindo a Eq. (4.14) na Eq. (4.13) obtém-se:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}] = \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{t_{pD} \Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D} \right] + 0,80907 \right\} + s. \quad (4.15)$$

Definindo-se:

$$\Delta t_{eD} = \frac{t_{pD} \Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D} \quad (4.16)$$

tem-se:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}] = \frac{1}{2} (\ln \Delta t_{eD} + 0,80907) + s \quad (4.17)$$

ou, de maneira equivalente:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_{eD}}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.18)$$

onde $\gamma = 0,5772156649$ é a constante de Euler. Conforme mencionado anteriormente, uma nova queda de pressão adimensional no poço pode ser definida por:

$$p_{wDBU}(\Delta t) = \frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}]. \quad (4.19)$$

Assim, a Eq. (4.18) pode ser escrita como:

$$p_{wDBU}(\Delta t_{eD}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_{eD}}{e^\gamma} \right) + s. \quad (4.20)$$

Esta equação é idêntica à obtida para a queda de pressão adimensional no poço em um teste de fluxo com vazão constante em um reservatório infinito, desde que a queda de pressão seja definida conforme a Eq. (4.19) e o tempo de fluxo adimensional seja substituído pelo tempo equivalente adimensional (Δt_{eD}) dado pela Eq. (4.16). Ou seja, um gráfico de Δp_{wBU} versus Δt_e é exatamente igual à curva de fluxo correspondente, Δp_{wf} versus t . Portanto, a análise das pressões do período de crescimento através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita ajustando-se as curvas-tipo desenvolvidas para fluxo aos dados da queda de pressão medida no teste, dada por $\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wff}$, em função do tempo equivalente de teste (Δt_e), em um gráfico log-log.

É interessante observar que, para um dado Δt , em vez de tentar corrigir o valor do Δp_{wBU} correspondente, Agarwal propôs manter Δp_{wBU} e corrigir Δt , de forma que Δp_{wBU} versus Δt_e seja equivalente à curva de fluxo. Um inconveniente desta metodologia é que o tempo equivalente (Δt_e) pode ser bem menor que o tempo real de fechamento (Δt), podendo dificultar a ajustagem nas curvas-tipo. Em termos dimensionais, o tempo equivalente de Agarwal (Δt_e) é dado por:

$$\Delta t_e = \frac{t_p \Delta t}{t_p + \Delta t} = \frac{1}{\frac{1}{t_p} + \frac{1}{\Delta t}}. \quad (4.21)$$

Observe que o maior valor de Δt_e é t_p , isto é, quando $\Delta t \rightarrow \infty$, $\Delta t_e \rightarrow t_p$.

Deve-se salientar que ao desenvolver o seu método, Agarwal considerou que o sistema poço-reservatório se comporta no regime radial transiente. Nos casos em que esta hipótese não seja válida, por exemplo, poço fechado durante o período de estocagem ou sistema sujeito a efeitos de barreiras próximas ou limites do reservatório, o método de Agarwal pode não funcionar, isto é, nesses casos não há a garantia de que Δp_{wBU} versus Δt_e seja equivalente à curva de fluxo. Independentemente disto, na prática o método de Agarwal tem sido utilizado como opção, mesmo em outras geometrias e em outros regimes de escoamento que não sejam o regime radial transiente.

Para a análise dos dados de derivada, considere a substituição das definições das Eqs. (4.19) e (4.16) na Eq. (4.17), obtendo-se:

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{t_{pD} \Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D} \right] + 0,80907 \right\} + s = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_{pD} \Delta t_D}{t_{pD} + \Delta t_D} \right) + 0,80907 \right] + s \quad (4.22)$$

ou

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} [\ln t_{pD} + \ln(\Delta t_D) - \ln(t_{pD} + \Delta t_D) + 0,80907] + s. \quad (4.23)$$

Tomando a derivada da Eq. (4.23) em relação a $(\Delta t_D/C_D)$ resulta em:

$$\frac{dp_{wDBU}(\Delta t_D)}{d(\Delta t_D/C_D)} \equiv C_D \frac{dp_{wDBU}(\Delta t_D)}{d(\Delta t_D)} = \frac{C_D}{2} \left[\frac{d \ln(\Delta t_D)}{d(\Delta t_D)} - \frac{d[\ln(t_{pD} + \Delta t_D)]}{d(\Delta t_D)} \right] \quad (4.24)$$

ou:

$$\frac{dp_{wDBU}(\Delta t_D)}{d(\Delta t_D/C_D)} = \frac{C_D}{2} \left(\frac{1}{\Delta t_D} - \frac{1}{t_{pD} + \Delta t_D} \right) = \frac{C_D}{2} \left[\frac{t_{pD}}{(t_{pD} + \Delta t_D) \Delta t_D} \right]. \quad (4.25)$$

Como, por definição⁴:

$$\frac{dp_{wDBU}(\Delta t_D)}{d(\Delta t_D/C_D)} \equiv p'_{wDBU}(\Delta t_D), \quad (4.26)$$

a Eq. (4.25) pode ser escrita como:

$$p'_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{C_D}{2} \left[\frac{t_{pD}}{(t_{pD} + \Delta t_D) \Delta t_D} \right] \quad (4.27)$$

ou:

$$\left(\frac{t_{pD} + \Delta t_D}{t_{pD}} \right) \left(\frac{\Delta t_D}{C_D} \right) p'_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{1}{2}. \quad (4.28)$$

A expressão do lado esquerdo da Eq. (4.28) é denominada *grupo-derivada do crescimento de pressão ou da estática*.

⁴ Vide Capítulos 2 e 3.

De acordo com o desenvolvimento apresentado nos Capítulos 2 e 3, no longo tempo (regime radial transiente) o grupo-derivada para um teste de fluxo era dado por:

$$\left(\frac{t_D}{C_D}\right) p'_{wD}(t_D) = \frac{1}{2}. \quad (4.29)$$

Pelo fato de p_{wDBU} *versus* Δt_{eD} ser equivalente a um fluxo, o grupo-derivada adimensional da estática, em analogia à Eq. (4.29), pode também, alternativamente, ser escrito como:

$$\left(\frac{\Delta t_{eD}}{C_D}\right) p'_{wBUD}(\Delta t_{eD}) = \frac{1}{2}, \quad (4.30)$$

onde:

$$p'_{wDBU}(\Delta t_{eD}) = \frac{dp_{wDBU}(\Delta t_{eD})}{d(\Delta t_{eD}/C_D)}. \quad (4.31)$$

Pode-se mostrar que as Eqs. (4.30) e (4.28) são equivalentes. Basta substituir a definição de Δt_{eD} , dada pela Eq. (4.16), na Eq. (4.30). Assim, como no caso de um teste de fluxo as curvas-tipo do grupo-derivada são curvas log-log de $(t_D/C_D)p'_{wD}(t_D)$ *versus* (t_D/C_D) , conclui-se que no caso de um teste de crescimento as curvas-tipo devem ser curvas log-log de:

$$\left(\frac{t_{pD} + \Delta t_D}{t_{pD}}\right) \left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) p'_{wDBU}(\Delta t_D) \text{ versus } \left(\frac{\Delta t_{eD}}{C_D}\right). \quad (4.32)$$

ou, equivalentemente:

$$\left(\frac{\Delta t_{eD}}{C_D}\right) p'_{wBUD}(\Delta t_{eD}) \text{ versus } \left(\frac{\Delta t_{eD}}{C_D}\right). \quad (4.33)$$

Portanto, em termos de variáveis dimensionais, a análise por curva-tipo dos dados de campo de um teste de crescimento deve ser feita ajustando-se as curvas-tipo de fluxo aos pontos de pressão e do grupo-derivada, colocados em uma escala log-log, isto é:

$$\Delta p_{wBU} = p_{ws} - p_{wff} \text{ versus } \Delta t_e \quad (4.34)$$

e

$$[(t_p + \Delta t)/t_p] \Delta t p'_{ws}(\Delta t) \text{ versus } \Delta t_e \text{ ou } \Delta t_e p'_{ws}(\Delta t_e) \text{ versus } \Delta t_e, \quad (4.35)$$

respectivamente, onde:

$$p'_{ws}(\Delta t) \equiv \frac{dp_{ws}(\Delta t)}{d\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \frac{dp_{ws}(\Delta t)}{d \ln \Delta t} \quad (4.36)$$

e

$$p'_{ws}(\Delta t_e) \equiv \frac{dp_{ws}(\Delta t_e)}{d\Delta t_e} = \frac{1}{\Delta t_e} \frac{dp_{ws}(\Delta t_e)}{d \ln \Delta t_e}. \quad (4.37)$$

Como $\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wff}$, observe que:

$$\Delta p'_{wBU}(\Delta t) = \frac{d[\Delta p_{wBU}(\Delta t)]}{d\Delta t} = \frac{dp_{ws}(\Delta t)}{d\Delta t} \equiv p'_{ws}(\Delta t). \quad (4.38)$$

Como o tempo equivalente de Agarwal pode ser bastante reduzido quando comparado a Δt , para efeito de identificação do modelo (geometria do reservatório e regime de escoamento) recomenda-se fazer o gráfico log-log do grupo-derivada *versus* Δt em vez de Δt_e , especialmente se o sistema poço-reservatório não se comportar no regime radial transiente.

Na Seção 4.2.5 será discutida a generalização do método convencional de Agarwal para o caso de teste de crescimento precedido de vazões múltiplas, ilustrado na Figura 4.8. Nesse caso, conforme mostrado na Seção 4.2.5, a equação de Agarwal para o período de crescimento, em termos de variáveis reais, pode ser escrita como:

$$p_{ws} - p_{wff} = m \left[\log t_e + \log \left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right], \quad (4.39)$$

onde o *tempo equivalente generalizado de Agarwal* é definido por:

$$t_e = \left[\prod_{j=1}^N (t_p - t_{j-1})^{\frac{q_j - q_{j-1}}{q_N}} \right] / \left[\prod_{j=1}^N \left(\frac{t_p - t_{j-1} + \Delta t}{t_p - t_j + \Delta t} \right)^{\frac{q_j}{q_N}} \right]. \quad (4.40)$$

O símbolo grego nesta equação representa o produtório. Como era de se esperar, quando a vazão é constante durante o período que antecede o fechamento do poço, o tempo equivalente generalizado de Agarwal, t_e , simplifica-se para a definição do tempo equivalente Δt_e , dado pela Eq. (4.21).

Observe que a Eq. (4.39) é equivalente à equação da pressão para teste de fluxo com vazão constante (nesse caso q_N) em um reservatório infinito. Portanto, em analogia ao que já foi discutido nesta seção, a análise por curva-tipo dos dados de campo de um teste de crescimento precedido de vazões múltiplas deve ser feita ajustando-se as curvas-tipo de fluxo aos pontos de pressão e do grupo-derivada, colocados em uma escala log-log, representados, respectivamente, por:

$$\Delta p_{wBU} = p_{ws} - p_{wff} \text{ versus } t_e \quad (4.41)$$

e

$$t_e p'_{ws}(t_e) \text{ versus } t_e, \quad (4.42)$$

onde:

$$p'_{ws}(t_e) = \frac{dp_{ws}(t_e)}{dt_e} \equiv \frac{1}{t_e} \frac{dp_{ws}(t_e)}{d \ln t_e}. \quad (4.43)$$

Além do diagnóstico do modelo e de uma estimativa dos parâmetros da formação (k , s , C_D), o método de ajustamento com curvas-tipo permite determinar o tempo final dos efeitos de estocagem. Este fato é de suma importância para definir o início da linha reta dos métodos convencionais.

4.2. Métodos Convencionais

São vários os chamados métodos convencionais utilizados na análise de testes de crescimento de pressão. Normalmente a aplicação de um ou mais desses métodos é precedida pelo uso do método de ajustamento com curva-tipo, conforme discutido na seção anterior. Entre os métodos convencionais podem ser mencionados o método de Horner e o método de Agarwal, bem como métodos, derivados desses dois, usados também para a estimativa da pressão média na área de influência de um poço.

4.2.1. Método de Horner

O método de Horner (1951) é o método convencional mais utilizado para a análise de testes de crescimento e exige que a vazão tenha sido razoavelmente constante antes do fechamento do poço.

Admitindo-se que o poço tenha produzido com uma vazão constante q durante um tempo de produção t_p , a queda de pressão no poço em um instante Δt após o fechamento pode ser determinada pela utilização do princípio da superposição de efeitos⁵. Desse modo, a queda de pressão no instante de tempo $(t_p + \Delta t)$ após o início da produção seria a resultante da soma dos efeitos causados pela produção do poço com vazão $+q$ desde o instante inicial e pela produção do poço com uma vazão negativa $-q$ desde o instante do fechamento, ou seja:

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D), \quad (4.44)$$

onde p_{wsD} é a queda de pressão adimensional no poço durante o período de fechamento.

A expressão geral da superposição de efeitos para um teste de crescimento de pressão, Eq. (4.44), pode também ser obtida de uma forma mais elegante através da aplicação do princípio de Duhamel, apresentado no Apêndice D. Segundo esse princípio, a queda de pressão adimensional no poço é dada por:

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q_D(\tau) \frac{\partial p_{wcD}(t_D - \tau)}{\partial t_D} d\tau, \quad (4.45)$$

onde p_{wcD} é a queda de pressão adimensional no poço quando a vazão é constante e $q_D = q/q_r$, sendo q_r uma vazão de referência, e τ é apenas uma variável de integração.

Escolhendo $q_r = q$ tem-se que durante o período de fluxo $q_D = 1$. Durante o período de fechamento $q_D = 0$ e $t = t_p + \Delta t$ ou $t_D = t_{pD} + \Delta t_D$. Assim, a Eq. (4.44) simplifica-se para:

$$p_{wD}(t_{pD} + \Delta t_D) = \int_0^{t_{pD}} \frac{\partial p_{wcD}(t_{pD} + \Delta t_D - \tau)}{\partial t_D} d\tau. \quad (4.46)$$

Fazendo $\xi = t_{pD} + \Delta t_D - \tau$ e $d\xi = -d\tau$, a Eq. (4.46) pode ser escrita como:

$$p_{wD}(t_{pD} + \Delta t_D) = - \int_{t_{pD} + \Delta t_D}^{\Delta t_D} \frac{\partial p_{wcD}(\xi)}{\partial \xi} d\xi, \quad (4.47)$$

cujo resultado é:

$$p_{wD}(t_{pD} + \Delta t_D) = - p_{wcD}(\xi) \Big|_{\xi=t_{pD} + \Delta t_D}^{\xi=\Delta t_D} = p_{wcD}(t_{pD} + \Delta t_D) - p_{wcD}(\Delta t_D). \quad (4.48)$$

Esta equação é idêntica à Eq. (4.44), onde a queda de pressão adimensional no poço durante o crescimento de pressão foi denominada p_{wsD} e a queda de pressão adimensional em um poço que produz com vazão constante na face da formação foi chamada de p_{wD} .

A equação da queda de pressão adimensional em um poço que produz com vazão constante de um reservatório infinito, com efeito de película e sem efeitos de estocagem, é dada por:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907 + 2s), \quad (4.49)$$

onde se admite o modelo da fonte-linear e que seja válida a aproximação logarítmica para a solução desse modelo⁵. Empregando a Eq. (4.49) na Eq. (4.44) obtém-se:

⁵ Vide Capítulos 2 e 3.

$$p_{wsD} = \frac{1}{2} [\ln(t_p + \Delta t)_D + 0,80907 + 2s] - \frac{1}{2} [\ln(\Delta t_D) + 0,80907 + 2s], \quad (4.50)$$

o que resulta em:

$$p_{wsD} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_D \quad (4.51)$$

ou, em variáveis reais,

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad (4.52)$$

onde p_{ws} representa a pressão no poço no instante Δt após o seu fechamento. Rigorosamente, a permeabilidade que aparece na Eq. (4.52) deveria ser representada pelo símbolo k_e , já que é a permeabilidade efetiva ao fluido produzido. Por simplicidade de notação, porém, será usado o símbolo k , mas o analista deve estar atento para o fato de que o valor calculado deve ser reportado como sendo a permeabilidade efetiva, e não a permeabilidade absoluta da rocha. Portanto, a estimativa da permeabilidade absoluta deve ser feita usando-se dados de permeabilidade relativa do reservatório em questão.

Observa-se também que na Eq. (4.52) não aparece o fator de película s , que foi cancelado após a aplicação do princípio da superposição de efeitos. Isso se deve ao fato de que os dois termos da superposição contêm o fator de película, mas têm sinais opostos. Fisicamente, o desaparecimento do fator de película na equação final da superposição, que representa o comportamento da pressão durante o teste de crescimento, é explicado pelo fato de que, em não havendo mais efeitos de estocagem, não há mais fluxo do reservatório para o interior do poço, ou seja, o fluxo continua ocorrendo somente no interior do reservatório. Como o modelo matemático considerado admite que o efeito de película ocorra somente na parede do poço, não havendo fluxo nesse ponto não haverá efeito do fator de película sobre o comportamento de pressão no poço.

A Eq. (4.52) também pode ser escrita na forma:

$$p_{ws} = p_i - m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad (4.53)$$

onde:

$$m = 1,151 C_2 \frac{q B \mu}{kh}. \quad (4.54)$$

De acordo com a Eq. (4.53), um gráfico de p_{ws} versus $\log[(t_p + \Delta t)/\Delta t]$ deve resultar em uma linha reta com coeficiente angular igual a $-m$. Portanto, o método de Horner consiste em se ajustar uma linha reta aos dados de pressão colocados em um gráfico contra os valores de $\log[(t_p + \Delta t)/\Delta t]$ e se determinar a inclinação $-m$ dessa reta. Assim, a transmissibilidade é calculada a partir da Eq. (4.54):

$$\frac{kh}{\mu} = 1,151 C_2 \frac{q B}{m}. \quad (4.55)$$

Quando são conhecidas a espessura permeável e a viscosidade do fluido produzido em condições de reservatório, a permeabilidade efetiva da formação a esse fluido é calculada por:

$$k = 1,151 C_2 \frac{q B \mu}{mh}. \quad (4.56)$$

Embora esteja sendo representada pelo símbolo k , a permeabilidade calculada através da Eq. (4.56) é, conforme mencionado no parágrafo anterior e já discutido no Capítulo 3, na verdade a permeabilidade efetiva do meio poroso ao fluido que está sendo produzido. No caso de escoamento de óleo, por exemplo, deveria ser representada por k_o em vez de k . Portanto, o cálculo da permeabilidade absoluta deve ser feito posteriormente levando-se em conta dados de permeabilidade relativa.

Um gráfico de Horner típico é apresentado na Figura 4.5, onde p^* é a chamada *pressão extrapolada*. Como se pode observar, à medida que o tempo passa (Δt crescente), a relação $(t_p + \Delta t)/\Delta t$ diminui. Os primeiros pontos do gráfico são influenciados pelos efeitos de estocagem e geralmente ficam desviados da linha reta.

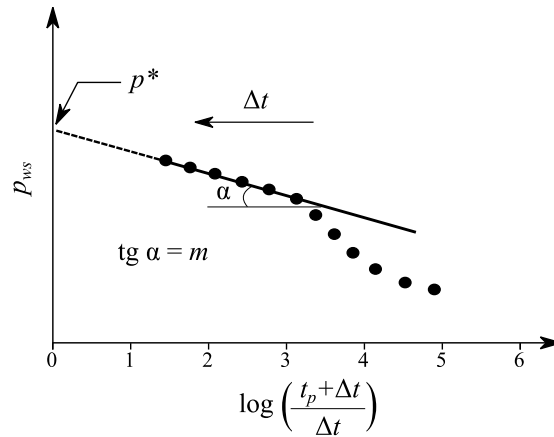


Figura 4.5 – Gráfico de Horner típico.

Para um tempo de fechamento infinito tem-se a expressão:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) = 1 \quad (4.57)$$

que aplicada à Eq. (4.53) resulta em:

$$p_{ws}(\Delta t \rightarrow \infty) = p_i. \quad (4.58)$$

Assim, a pressão extrapolada para $(t_p + \Delta t)/\Delta t = 1$, representada na Figura 4.5 por p^* , deverá ser igual à pressão inicial p_i sempre que o reservatório se comportar como infinito, isto é, quando os limites do reservatório não tiverem sido atingidos, quer durante o período de fluxo, quer durante o período de fechamento.

Quando o gráfico de Horner é aplicado para reservatórios que estejam produzindo por um tempo relativamente longo, isto é, quando os limites externos do reservatório já tiverem se manifestado, a pressão extrapolada p^* é utilizada no cálculo da pressão média na região drenada pelo poço. Para esse caso, Horner recomenda que o tempo de produção seja calculado pela expressão:

$$t_p = \frac{N_p}{q_{est}}, \quad (4.59)$$

onde N_p representa a produção acumulada do poço até o instante do fechamento e q_{est} é a vazão estabilizada imediatamente antes do fechamento, ambas medidas em condições-padrão.

O fator de película pode ser determinado a partir da pressão de fluxo no instante do fechamento, cuja equação para o caso de reservatório infinito é:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wff}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.60)$$

onde p_{wff} é a última pressão de fluxo antes do fechamento, enquanto a pressão de fundo em um instante qualquer após o fechamento é dada pela Eq. (4.52). Eliminando-se p_i das Eqs. (4.52) e (4.60) resulta em:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_{ws} - p_{wff}) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) - \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \right] + s. \quad (4.61)$$

Para efeito de simplificação toma-se $\Delta t = 1$ e o correspondente valor de pressão, denominado p_1 , sobre a linha reta do gráfico de Horner. Usando a definição de tempo adimensional, o logaritmo na base 10 em vez do logaritmo neperiano, a definição de m , de acordo com a Eq. (4.54), substituindo o valor da constante γ e explicitando o valor de s na Eq. (4.61), obtém-se:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log(C_1 \eta / r_w^2) + \log \left(\frac{t_p + 1}{t_p} \right) - 0,3514 \right], \quad (4.62)$$

onde $\eta = k / (\phi \mu c_t)$ é a constante de difusividade hidráulica. Quando $t_p \gg 1$, a Eq. (4.62) simplifica-se para:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log(C_1 \eta / r_w^2) - 0,3514 \right], \quad (4.63)$$

que é a expressão normalmente utilizada para se determinar o fator de película a partir de testes de crescimento de pressão. A queda de pressão devida ao efeito de película é calculada por:

$$\Delta p_s = 0,8686ms \quad (4.64)$$

e o raio efetivo do poço é determinado pela expressão:

$$r'_w = r_w e^{-s}. \quad (4.65)$$

Por ocasião da apresentação de seu trabalho no 3º Congresso Internacional de Petróleo em 1951, Horner incluiu uma aproximação para se corrigir a pressão extrapolada no caso de um reservatório circular limitado com poço no centro. Apenas para efeito ilustrativo as conclusões finais serão aqui apresentadas, uma vez que existem atualmente métodos mais precisos aplicáveis ao caso em questão. Horner mostrou que, para um reservatório circular limitado com poço no centro, a queda de pressão adimensional no poço durante o período de fluxo pode ser aproximada por:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[E_i \left(\frac{1}{4t_D} \right) + Y \left(\frac{r_{eD}^2}{4t_D} \right) \right], \quad (4.66)$$

onde a função Y é definida por:

$$Y(\xi) = -E_i(\xi) + \frac{1}{\xi} e^{-\xi}. \quad (4.67)$$

Assim, para o período de fechamento a aproximação da queda de pressão no poço em um instante Δt é:

$$p_{ws} = p_i - m \left\{ \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) + \frac{1}{2,303} \left\{ Y \left[\frac{r_{eD}^2}{4(t_p + \Delta t)_D} \right] - Y \left(\frac{r_{eD}^2}{4\Delta t_D} \right) \right\} \right\}, \quad (4.68)$$

que para tempos de crescimento razoavelmente pequenos simplifica-se para:

$$p_{ws} = p_i - m \left[\log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) + \frac{1}{2,303} Y \left(\frac{r_{eD}^2}{4t_{pD}} \right) \right], \quad (4.69)$$

o que demonstra que um gráfico de p_{ws} versus $\log [(t_p + \Delta t)/\Delta t]$ deverá produzir uma linha reta com inclinação $-m$. A extrapolação para $\log [(t_p + \Delta t)/\Delta t] = 0$ determina uma pressão falsa p^* e a Eq. (4.69) se torna:

$$p^* = p_i - \frac{m}{2,303} Y \left(\frac{r_{eD}^2}{4t_{pD}} \right). \quad (4.70)$$

Uma vez conhecida a pressão inicial p_i , determina-se o valor da função Y e, de um gráfico ou tabela dessa função, obtém-se o argumento da função Y , que num sistema compatível de unidades é:

$$\frac{r_{eD}^2}{4t_{pD}} = \frac{r_e^2}{4\eta t_p}. \quad (4.71)$$

A pressão média na região drenada pelo poço é determinada a partir de um balanço de materiais:

$$\bar{p} = p_i - \frac{m}{2,303} \left(\frac{4\eta t_p}{r_e^2} \right), \quad (4.72)$$

onde é utilizado também um sistema de unidades compatíveis. Portanto, o método consiste em se colocar em gráfico p_{ws} versus $\log [(t_p + \Delta t)/\Delta t]$ e determinar os valores de p^* e m . Conhecendo-se p_i encontra-se $r_{eD}^2 / 4t_{pD}$ através da Eq. (4.70) e de um gráfico da função Y . Finalmente, a pressão média na área drenada pelo poço é calculada pela Eq. (4.72).

Em dezembro de 1971, Ramey & Cobb apresentaram um trabalho sobre crescimento de pressão que resumia e colocava sob um novo enfoque as teorias utilizadas pelos técnicos até então. Nesse artigo foi mostrado que o gráfico de Horner apresenta um trecho reto maior que qualquer outro método estudado. Verificou-se também que o final da linha reta semi-log é uma função bastante acentuada do tempo de produção antes do fechamento do poço. Para o caso de um poço que produz do centro de um quadrado fechado, essas conclusões são apresentadas pela Figura 4.6.

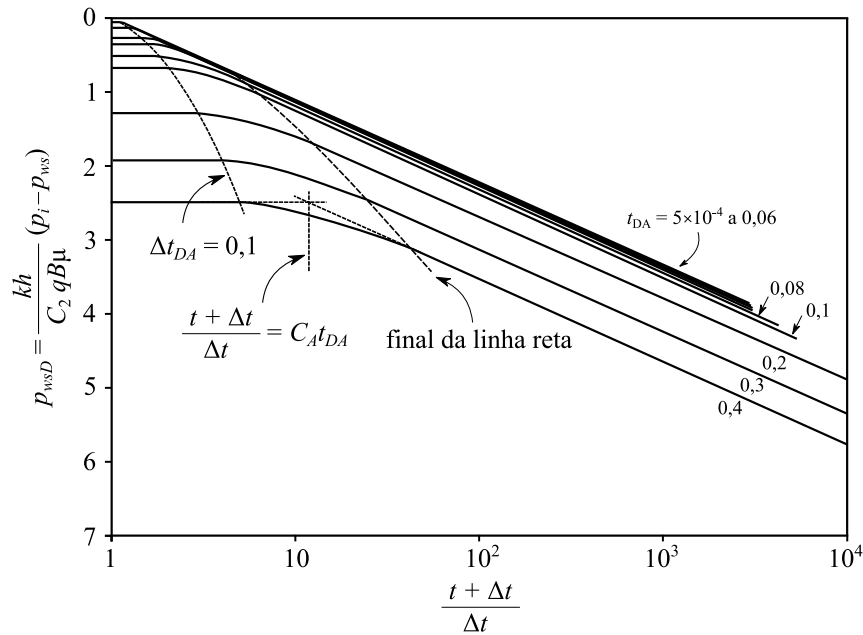


Figura 4.6 – Gráfico de Horner generalizado – Poço no centro de um quadrado fechado. Reproduzida de Ramey & Cobb (1971). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Uma análise criteriosa dessa figura indica que a pressão média na região drenada pelo poço é alcançada para um tempo de fechamento $\Delta t_{DA} = 0,1$. Note-se que para um poço no centro de um quadrado fechado o regime pseudopermanente é atingido para um tempo de produção $t_{DA} = 0,1$, fato este que associado ao princípio da superposição confirma a conclusão anterior. Para tempos de produção menores que $t_{DA} = 0,06$ o comportamento de reservatório limitado não deverá ser observado, por maior que seja o tempo de fechamento.

A Eq. (4.72) é aplicável a qualquer geometria e sua forma generalizada é:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - \bar{p}) = 2\pi t_{pDA} \quad (4.73)$$

Esta equação será a base para o cálculo da pressão média a partir da pressão extrapolada pelo método de Horner, como será visto na próxima seção.

Em 1974, Cobb & Smith apresentaram um artigo que estendia o escopo do artigo de Ramey & Cobb (1971) para várias geometrias. De uma maneira geral, as conclusões iniciais foram confirmadas, isto é, o método de Horner é o que produz o maior trecho reto na análise de crescimento de pressão e o comprimento desse trecho linear é uma função do tempo de produção.

Pelo exposto até agora, está claro que o método de Horner é uma ferramenta de importância capital na análise de testes de crescimento de pressão e, sempre que possível, deverá ser utilizado.

4.2.2. Método de MDH

O método de MDH (Miller, Dyes & Hutchinson, 1950) fornece meios de se estimar a permeabilidade, o fator de película e, ainda, a pressão média na região drenada pelo poço, através da análise de dados de crescimento de pressão. Em sua forma original, o método admitia um poço produzindo com vazão constante de um reservatório circular e mostrava que, durante o período de fechamento, um gráfico de p_{ws} versus $\log \Delta t$ deveria produzir uma linha reta com inclinação inversamente proporcional à permeabilidade da formação. Foram estudados os casos de reservatório limitado, com poço produzindo

no regime pseudopermanente, e reservatório circular com manutenção de pressão no limite externo, com poço produzindo no regime permanente antes de ser fechado.

Pode-se mostrar, de uma maneira simples, que não há necessidade de se estar produzindo em regime estabilizado (permanente ou pseudopermanente) para se aplicar o gráfico de MDH, como é chamado o gráfico p_{ws} versus $\log \Delta t$.

Durante o período de crescimento de pressão, a aplicação do princípio da superposição fornece a equação da pressão no poço:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D). \quad (4.74)$$

Quando o período de produção é muito grande em relação ao tempo de fechamento, tem-se que:

$$p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] \cong p_{wD}(t_{pD}). \quad (4.75)$$

Deste modo, para $t_p \gg \Delta t$, a Eq. (4.74) fica simplificada para:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}(\Delta t_D). \quad (4.76)$$

Para tempos de fechamento não muito longos, a aproximação logarítmica deve ser utilizada para representar o último termo do membro direito da Eq. (4.76), ou seja, o comportamento de reservatório infinito é admitido após o fechamento:

$$p_{wD}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_D}{e^\gamma} \right) + s. \quad (4.77)$$

Então, a Eq. (4.76) se transforma em:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = p_{wD}(t_{pD}) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_D}{e^\gamma} \right) - s \quad (4.78)$$

ou, substituindo a definição de tempo adimensional no termo logarítmico, usando o logaritmo na base 10 em vez do neperiano e rearranjando os termos:

$$p_{ws} = p_i - 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[0,8686 p_{wD}(t_{pD}) - \log \left(\frac{4 C_1 k}{e^\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,8686 s \right] + 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \log \Delta t. \quad (4.79)$$

Como o termo $p_{wD}(t_{pD})$ é uma constante, um gráfico de p_{ws} versus $\log \Delta t$ produzirá uma linha reta. Definindo p_1 como sendo a pressão durante o fechamento (medida sobre essa linha reta) correspondente a um tempo de fechamento unitário, ou seja, para $\Delta t = 1$, então:

$$p_1 = p_i - 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[0,8686 p_{wD}(t_{pD}) - \log \left(\frac{4 C_1 k}{e^\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,8686 s \right]. \quad (4.80)$$

Com isso, a Eq. (4.79) pode ser escrita de forma compacta como:

$$p_{ws} = p_1 + m \log \Delta t, \quad (4.81)$$

onde:

$$m = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \quad (4.82)$$

Portanto, traçando-se uma linha reta pelos dados de campo em um gráfico de p_{ws} versus $\log \Delta t$ obtém-se uma reta com coeficiente angular m , a partir do qual a permeabilidade pode ser calculada por:

$$k = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{mh} \quad (4.83)$$

Um gráfico típico de MDH é mostrado na Figura 4.7. Note-se que, conforme definido anteriormente, a pressão p_i deve ser tomada sobre o trecho reto, para $\Delta t = 1$, já que os pontos iniciais podem estar influenciados por efeitos de estocagem, não se configurando ainda a linha reta. Conclui-se também que, conforme mencionado anteriormente, uma linha reta será obtida, independentemente do regime de escoamento que ocorria no instante em que o poço foi fechado, já que o termo $p_{wD}(t_{pD})$ é uma constante, independentemente de como é calculado.

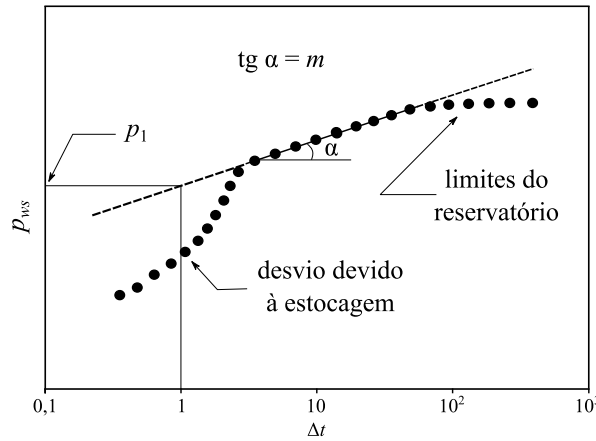


Figura 4.7 – Gráfico de MDH típico.

Para o cálculo do fator de película toma-se a equação da pressão no instante do fechamento, admitindo, para efeito de simplificação, que o reservatório se comporte como infinito:

$$p_{wD}(t_{pD}) \equiv \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wff}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.84)$$

onde p_{wff} é a última pressão de fluxo antes do fechamento. Por outro lado, durante o fechamento o comportamento da pressão é dado pela Eq. (4.78), que também pode ser escrita como:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) + s - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) - s = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) \quad (4.85)$$

ou ainda:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4C_1 \eta}{e^\gamma r_w^2} \right) - \frac{1}{2} \ln(\Delta t). \quad (4.86)$$

Substituindo $\Delta t = 1$ na equação anterior:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_1) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4C_1 \eta}{e^\gamma r_w^2} \right). \quad (4.87)$$

Finalmente, subtraindo a Eq. (4.84) da Eq. (4.87), usando o logaritmo na base 10, empregando a definição de m e explicitando s :

$$s = 1,151 \left[\frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log(C_1 \eta / r_w^2) - 0,3514 \right], \quad (4.88)$$

onde $\eta = k / (\phi \mu c_t)$ é a constante de difusividade hidráulica.

A queda de pressão devida ao efeito de película e o raio efetivo do poço são calculados pelas Eqs. (4.64) e (4.65), respectivamente.

4.2.3. Método de Agarwal

Conforme foi discutido na Seção 4.1, Agarwal (1980) apresentou um método de análise de teste de crescimento que considera os efeitos do tempo de produção. Também como foi discutido anteriormente, o método de Horner inclui na equação da pressão o valor do tempo de produção t_p , mas o de MDH não.

De acordo com o método de Agarwal, a queda de pressão adimensional no poço durante o período de crescimento de pressão, definida por:

$$p_{wDBU}(\Delta t) = \frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}], \quad (4.89)$$

onde p_{wff} é a última pressão de fluxo ou a primeira do fechamento, isto é, $p_{wff} = p_{ws}(\Delta t = 0)$, é dada pela Eq. (4.20):

$$p_{wDBU}(\Delta t_{eD}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_{eD}}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.90)$$

onde:

$$\Delta t_{eD} = \frac{t_{pD} \Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D}. \quad (4.91)$$

Em termos de variáveis reais a Eq. (4.90) passa a ser escrita na forma:

$$p_{ws}(t_p + \Delta t) = p_{ws}(\Delta t = 0) + m \left[\log \Delta t_e + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right] \quad (4.92)$$

ou, simplesmente:

$$p_{ws}(\Delta t) = p_{wff} + m \left[\log \Delta t_e + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right], \quad (4.93)$$

onde:

$$m = 1,151 C_2 \frac{q B \mu}{kh} \quad (4.94)$$

e

$$\Delta t_e = \frac{t_p \Delta t}{t_p + \Delta t} = \frac{1}{\frac{1}{t_p} + \frac{1}{\Delta t}}. \quad (4.95)$$

Portanto, um gráfico de p_{ws} versus $\log \Delta t_e$ deverá resultar em uma linha reta com inclinação m , a partir da qual se estima a permeabilidade. Da Eq. (4.93) obtém-se a seguinte expressão para calcular o fator de película:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log(C_1 \eta / r_w^2) - 0,3514 \right], \quad (4.96)$$

onde $\eta = k / (\phi \mu c_t)$ é a constante de difusividade hidráulica. O valor de p_1 deverá ser lido sobre a linha reta semi-log para $\Delta t_e = 1$.

Para um tempo de fechamento infinito, $\Delta t_e \rightarrow t_p$. Assim, a pressão extrapolada para $\Delta t_e = t_p$, sobre a linha reta semi-log, denominada p^* , será igual à pressão inicial p_i sempre que o reservatório se comportar como infinito, isto é, quando os limites do reservatório não tiverem sido atingidos, quer durante o período de fluxo, quer durante o período de fechamento.

Observe que, quando $t_p \gg \Delta t$, $\Delta t_e \approx \Delta t$. Neste sentido, pode-se entender o método de MDH como sendo um caso particular do método de Agarwal. No trabalho de Agarwal (1980) é apresentada também a extensão do método para a análise convencional de outros tipos de teste, como, por exemplo, o teste de fluxo com vazões múltiplas (veja a Seção 4.2.5 deste capítulo). Ainda segundo Agarwal, o método do ajustamento de curvas-tipo aos dados de pressão também pode ser aplicado normalmente usando-se as curvas de Agarwal *et al.* (1970), Gringarten *et al.* (1979) ou qualquer outra, desde que se utilize o tempo efetivo ou equivalente Δt_e e que os efeitos de estocagem já tenham desaparecido durante o período de fluxo, conforme já foi discutido na Seção 4.1 deste capítulo.

É possível provar que o método de Agarwal vale para qualquer tempo de produção, inclusive quando o reservatório já vinha produzindo em um regime estabilizado (pseudopermanente) antes do fechamento. Considere a equação generalizada do crescimento de pressão (*buildup*), Eq. (4.13):

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}] = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + p_{wD}(\Delta t_D) \quad (4.97)$$

ou

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + p_{wD}(\Delta t_D). \quad (4.98)$$

Admitindo comportamento de reservatório infinito para representar o termo $p_{wD}(\Delta t_D)$, empregando a aproximação logarítmica, ou seja,

$$p_{wD}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_D}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.99)$$

e substituindo na Eq. (4.98), obtém-se:

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_D}{e^\gamma} \right) + s. \quad (4.100)$$

Somando e subtraindo o termo $0,5\ln[(t_p + \Delta t)_D]$, resulta em:

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma}\right) + s + \frac{1}{2}\ln[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2}\ln[(t_p + \Delta t)_D] \quad (4.101)$$

ou

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4}{e^\gamma}\right) + \frac{1}{2}\ln(\Delta t_D) + \frac{1}{2}\ln[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2}\ln[(t_p + \Delta t)_D] + s \quad (4.102)$$

ou ainda:

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4}{e^\gamma}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\Delta t}{t_p + \Delta t}\right)_D + \frac{1}{2}\ln[(t_p + \Delta t)_D] + s. \quad (4.103)$$

Para pequenos valores de Δt podem ser efetuadas as seguintes simplificações:

$$\ln[(t_p + \Delta t)_D] \cong \ln(t_{pD}) \quad (4.104)$$

e

$$p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] \cong p_{wD}(t_{pD}) \quad (4.105)$$

que substituídas na Eq. (4.103) resultam em

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}(t_{pD}) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4}{e^\gamma}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\Delta t}{t_p + \Delta t}\right)_D + \frac{1}{2}\ln(t_{pD}) + s \quad (4.106)$$

ou

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4}{e^\gamma}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\Delta t}{t_p + \Delta t}\right)_D + \frac{1}{2}\ln(t_{pD}) + s = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4}{e^\gamma}\right) + \frac{1}{2}\ln\left[\frac{t_{pD}\Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D}\right] + s \quad (4.107)$$

e, finalmente,

$$p_{wDBU}(\Delta t_D) = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{4}{e^\gamma} \frac{t_{pD}\Delta t_D}{(t_p + \Delta t)_D}\right] + s \quad (4.108)$$

ou

$$p_{wDBU}(\Delta t_{eD}) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\Delta t_{eD}}{e^\gamma}\right) + s. \quad (4.109)$$

A Eq. (4.109) é idêntica à Eq. (4.20), desenvolvida para comportamento de reservatório infinito, o que mostra a validade do método de Agarwal para qualquer tempo de produção.

4.2.4. Método de Horner com superposição de efeitos

Quando a vazão varia durante o período de fluxo que antecede o fechamento do poço e é possível determinar o seu valor em vários instantes de tempo, o princípio da superposição de efeitos pode ser aplicado para se desenvolver um método de análise para as pressões do período de crescimento. Considere como exemplo o esquema de vazões ilustrado na Figura 4.8.

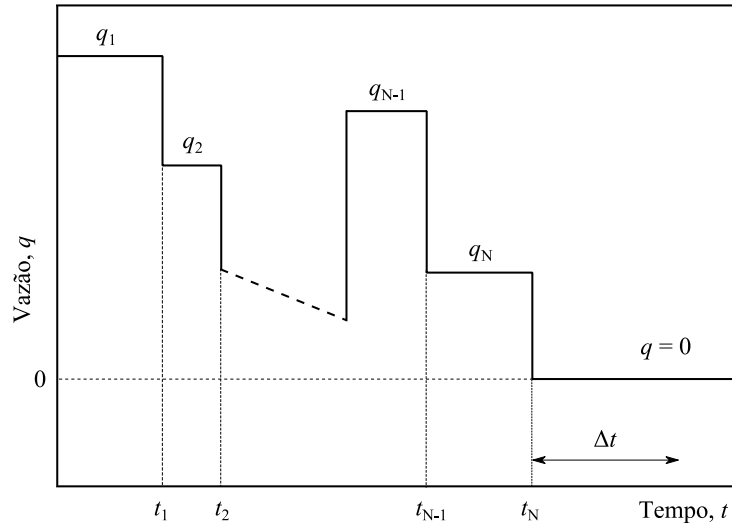


Figura 4.8 – Esquema de vazão variável antes do período de estática de um teste de pressão.

Admitindo comportamento de reservatório infinito, cuja solução para a queda de pressão adimensional é representada pela expressão:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) \right] + s, \quad (4.110)$$

a aplicação do princípio da superposição de efeitos ao esquema de vazão da Figura 4.8 resulta na seguinte equação para a pressão de fundo durante o período de fechamento do poço:

$$p_{ws}(\Delta t) = p_i - m \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{q_N} \log \left(\frac{t_N - t_{j-1} + \Delta t}{t_N - t_j + \Delta t} \right), \quad (4.111)$$

onde:

$$m = 1,151 \frac{C_2 q_N B \mu}{kh}. \quad (4.112)$$

Como $t_N = t_p$, a Eq. (4.111) pode também ser escrita como:

$$p_{ws}(\Delta t) = p_i - m \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{q_N} \log \left(\frac{t_p - t_{j-1} + \Delta t}{t_p - t_j + \Delta t} \right). \quad (4.113)$$

Portanto, um gráfico de p_{ws} versus a resulta em uma linha reta com coeficiente angular $-m$, a partir do qual se pode estimar a permeabilidade da formação:

$$k = 1,151 \frac{C_2 q_N B \mu}{mh}. \quad (4.114)$$

Em analogia ao método de Horner para teste de crescimento precedido de vazão constante, a extrapolação da linha reta para $\Sigma = 0$, denominada p^* , será igual à pressão inicial p_i apenas quando o reservatório se comportar como infinito, isto é, quando os limites do reservatório não tiverem sido atingidos, quer durante o período de fluxo, quer durante o período de fechamento.

O fator de película pode ser determinado através da equação da pressão de fluxo no instante do fechamento do poço. Nesse instante, ou seja, quando $t = t_N = t_p$, a expressão para a superposição de efeitos é dada por⁶:

$$p_{wf}(t_p) \equiv p_{wff} = p_i - m \left\{ \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{q_j - q_{j-1}}{q_N} \right) \log(t_p - t_{j-1}) \right] + \log \left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686 s \right\}, \quad (4.115)$$

onde $\eta = k / (\phi \mu c_t)$ é a constante de difusividade hidráulica. Explicitando o valor de s :

$$s = 1,151 \left\{ \frac{p_i - p_{wff}}{m} - \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{q_j - q_{j-1}}{q_N} \right) \log(t_p - t_{j-1}) \right] - \log \left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2} \right) - 0,3514 \right\}. \quad (4.116)$$

Caso os limites do reservatório tenham sido alcançados durante o teste, o cálculo do fator de película é dado por:

$$s = 1,151 \left\{ \frac{p^* - p_{wff}}{m} - \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{q_j - q_{j-1}}{q_N} \right) \log(t_p - t_{j-1}) \right] - \log \left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2} \right) - 0,3514 \right\}, \quad (4.117)$$

onde p^* é a pressão extrapolada, isto é, a pressão obtida extrapolando-se a linha reta para $\Sigma = 0$, no gráfico de p_{ws} versus Σ .

Como um exemplo de aplicação, o método de Horner com superposição de efeitos poderia ser usado na análise de um teste de formação em poço não-surgente. Nesse caso, as vazões durante o período de fluxo (*slug test*) poderiam ser calculadas, em função do crescimento de coluna, pela expressão:

$$q_j = 24 \left(\frac{\pi d_c^2 / 4}{\gamma} \right) \frac{p_{wf}(t_j) - p_{wf}(t_{j-1})}{t_j - t_{j-1}}, \quad (4.118)$$

onde q_j (m^3/d) é a vazão média no intervalo de tempo $(t_j - t_{j-1})$, d_c (m) o diâmetro interno da coluna, γ ($kgf/cm^2/m$) o gradiente do fluido produzido, p_{wf} (kgf/cm^2) a pressão de fluxo e t o tempo em horas.

4.2.5. Método de Agarwal com superposição de efeitos

Quando a vazão que antecede o fechamento do poço não é constante, o princípio da superposição de efeitos pode ser empregado para se desenvolver um método de Agarwal generalizado, o qual leva em consideração a variação das vazões de produção durante o período de fluxo. Para tanto, as vazões de produção que antecedem o período de fechamento devem ser conhecidas. Considere, por exemplo, o esquema de vazões ilustrado na Figura 4.8.

A equação da pressão de fluxo no instante do fechamento do poço, isto é, no instante $t = t_N = t_p$, é dada pela Eq. (4.115). Como já foi visto neste capítulo, a Eq. (4.113) é a equação da pressão de fundo durante o período de crescimento ($q = 0$). Subtraindo a Eq. (4.113) da Eq. (4.115) obtém-se:

⁶ Esta equação considera que o regime de escoamento é o radial transiente.

$$p_{ws} - p_{wff} = m \sum_{j=1}^N \left[\log(t_p - t_{j-1})^{[(q_j - q_{j-1})/q_N]} - \log\left(\frac{t_p - t_{j-1} + \Delta t}{t_p - t_j + \Delta t}\right)^{\frac{q_j}{q_N}} \right] + m \left[\log\left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2}\right) + 0,3514 + 0,8686 s \right] \quad (4.119)$$

onde $\eta = k/(\phi \mu c_t)$ é a constante de difusividade hidráulica e

$$m = 1,151 C_2 \frac{q_N B \mu}{kh}. \quad (4.120)$$

De forma equivalente, a Eq. (4.119) pode ser escrita como:

$$p_{ws} - p_{wff} = m \log \left[\prod_{j=1}^N (t_p - t_{j-1})^{[(q_j - q_{j-1})/q_N]} \right] / \left[\prod_{j=1}^N \left(\frac{t_p - t_{j-1} + \Delta t}{t_p - t_j + \Delta t} \right)^{\frac{q_j}{q_N}} \right] + m \left[\log\left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2}\right) + 0,3514 + 0,868 s \right] \quad (4.121)$$

ou, simplesmente:

$$p_{ws} = p_{wff} + m \left[\log t_e + \log\left(\frac{C_1 \eta}{r_w^2}\right) + 0,3514 + 0,8686 s \right], \quad (4.122)$$

onde o tempo equivalente generalizado de Agarwal é definido por:

$$t_e = \left[\prod_{j=1}^N (t_p - t_{j-1})^{[(q_j - q_{j-1})/q_N]} \right] / \left[\prod_{j=1}^N \left(\frac{t_p - t_{j-1} + \Delta t}{t_p - t_j + \Delta t} \right)^{\frac{q_j}{q_N}} \right] \quad (4.123)$$

e o símbolo grego nesta equação representa o produtório. Portanto, um gráfico de p_{ws} versus $\log t_e$ deverá resultar em uma linha reta com inclinação m , a partir da qual se estima a permeabilidade. Da Eq. (4.122) obtém-se a seguinte expressão para calcular o fator de película:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log(C_1 \eta / r_w^2) - 0,3514 \right], \quad (4.124)$$

onde o valor de p_1 deverá ser lido sobre a linha reta semi-log para $t_e = 1$.

Exemplo 4.1 – Os dados mostrados na Tabela 4.1 referem-se a um teste de crescimento de pressão realizado em um poço produtor de óleo.

Tabela 4.1 – Dados de pressão do teste de crescimento do Exemplo 4.1

Δt (h)	p_{ws} (kgf/cm ²)
0	171,90
0,05	181,72
0,10	189,39
0,15	195,50
0,20	200,42
0,25	204,42
0,50	216,17
0,75	221,32
1,00	224,00
2,00	228,18
3,50	230,51
5,00	231,78
8,00	233,26
12,00	234,38
16,00	235,07
24,00	235,92

Outros dados do sistema poço-reservatório são:

Viscosidade do óleo (μ_o).....	1 cp
Fator de volume de formação do óleo (B_o)..	1,25 m ³ / m ³ std
Porosidade (ϕ)	0,16
Compressibilidade total (c_t).....	147 × 10 ⁻⁶ cm ² /kgf
Raio do poço (r_w).....	0,1 m
Espessura da formação (h).....	9,8 m
Vazão de óleo (q_o).....	88 m ³ std/d
Tempo de produção (t_p).....	25 h
Pressão inicial do reservatório (p_i).....	238,5 kgf/cm ²

Analise o teste, obtendo o maior número possível de informações, usando os métodos de:

- a) MDH
- b) Agarwal

No caso do método de Agarwal, utilize as curvas de Gringarten para o processo de ajustamento com curvas-tipo. Comente os resultados obtidos.

Solução:

a) Método de MDH

A Figura 4.9 apresenta o gráfico de MDH, ou seja, p_{ws} contra $\log \Delta t$. Desse gráfico são lidos os valores do coeficiente angular da reta, $m = 5,57 \text{ kgf/cm}^2$, e da pressão de fechamento correspondente ao tempo de 1 hora, $p_{1h} = 228,30 \text{ kgf/cm}^2$.

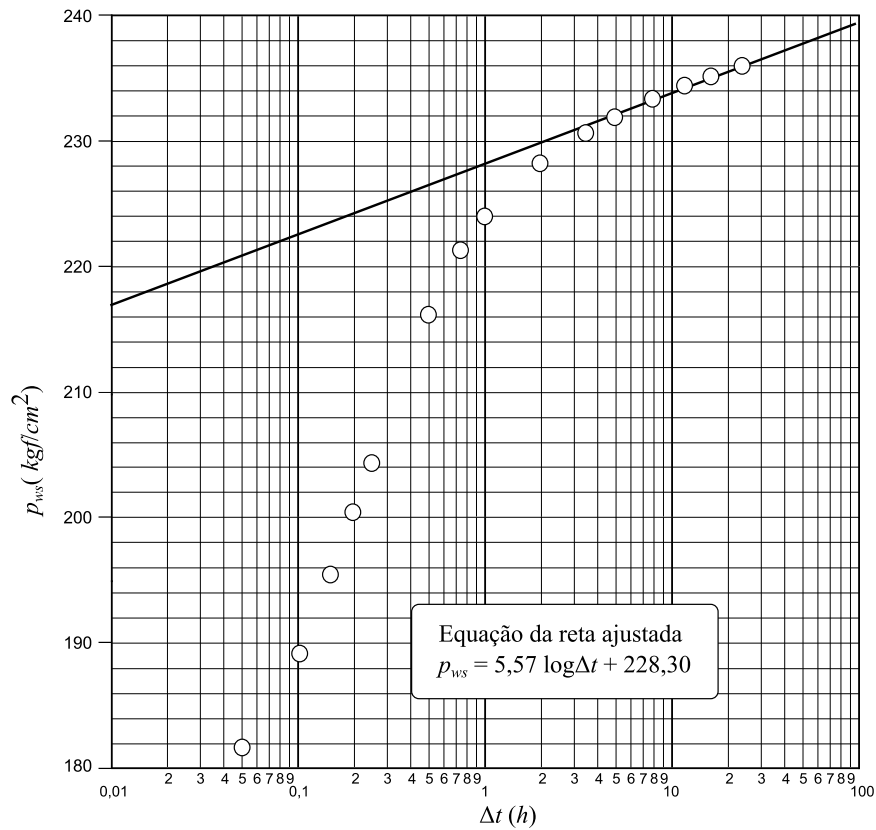


Figura 4.9 – Gráfico de MDH – Exemplo 4.1

Permeabilidade da formação:

$$k = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{mh} = 1,151 \times 19,03 \times \frac{88 \times 1,25 \times 1}{5,57 \times 9,8} = 44,1 \text{ md}$$

Fator de película do poço:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_{1h} - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \left\{ \frac{228,30 - 171,90}{5,57} - \log \left[\frac{0,0003484 \times 44,1}{0,16 \times 1 \times 147 \times 10^{-6} \times (0,1)^2} \right] - 0,3514 \right\} = 5,7$$

b) Método de Agarwal

A aplicação do ajustamento com curva-tipo, associada ao método de Agarwal, requer o cálculo dos valores de $\Delta p_{wBU} = p_{ws} - p_{wff} = p_{ws} - p_{ws}(\Delta t = 0)$ e do tempo equivalente:

$$\Delta t_e = \frac{t_p \Delta t}{t_p + \Delta t} = \frac{25 \Delta t}{25 + \Delta t}.$$

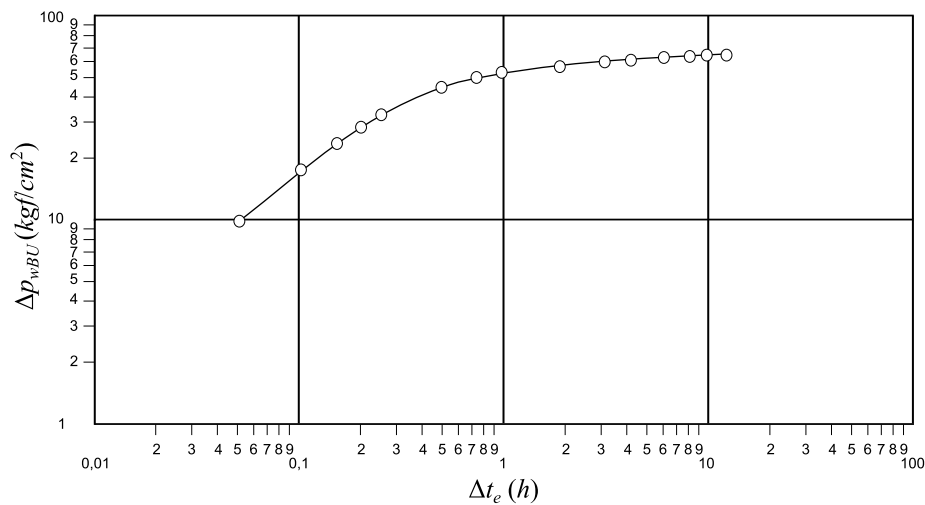
Os valores de Δp_{wBU} e de Δt_e estão apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Valores de Δp_{wBU} e Δt_e – Exemplo 4.1

Δt (h)	p_{ws} (kgf/cm ²)	Δt_e (h)	Δp_{wBU} (kgf/cm ²)
0	171,90	0	0
0,05	181,72	0,050	9,82
0,10	189,39	0,100	17,49
0,15	195,50	0,149	23,60
0,20	200,42	0,198	28,52
0,25	204,42	0,248	32,52
0,50	216,17	0,490	44,27
0,75	221,32	0,728	49,42
1,00	224,00	0,962	52,10
2,00	228,18	1,852	56,28
3,50	230,51	3,070	58,61
5,00	231,78	4,167	59,88
8,00	233,26	6,061	61,36
12,00	234,38	8,108	62,48
16,00	235,07	9,756	63,17
24,00	235,92	12,245	64,02

Análise através de ajustamento com as curvas-tipo de Gringarten

A Figura 4.10 mostra o gráfico log-log dos dados de pressão usando o tempo equivalente.

**Figura 4.10** – Curva log Δp_{wBU} versus log Δt_e .

Ajustando-se a curva da Figura 4.10 com as curvas-tipo de Gringarten obtém-se $C_{De}^{2s} = 10^6$. O tempo de início da linha reta semi-log é de $\Delta t_e \cong 8$ h. Pode-se tomar como ponto **M** de ajustamento o par:

$$(\Delta t_e)_M = 1 \text{ h} \rightarrow (t_D/C_D)_M = 37$$

$$(\Delta p_{wBU})_M = 10 \text{ kgf/cm}^2 \rightarrow (p_{wD})_M = 1,6$$

Permeabilidade:

$$k = C_2 \frac{qB\mu}{h} \left(\frac{p_{wD}}{\Delta p_{wBU}} \right)_M = 19,03 \frac{qB\mu}{h} \left(\frac{p_{wD}}{\Delta p_{wBU}} \right)_M = 19,03 \times \frac{88 \times 1,25 \times 1}{9,8} \left(\frac{1,6}{10} \right) = 34,2 \text{ md.}$$

Coeficiente de estocagem:

$$\frac{t_D}{C_D} = \frac{0,0003484kt/\phi\mu c_i r_w^2}{C/2\pi\phi h c_i r_w^2} = 0,002189 \frac{kh}{\mu} \frac{t}{C} \Rightarrow C = 0,002189 \frac{kh}{\mu} \left(\frac{\Delta t}{t_D / C_D} \right)_M$$

$$C = 0,002189 \times \frac{34,2 \times 9,8}{1} \left(\frac{1}{37} \right) = 0,0198 \frac{m^3}{kgf/cm^2}$$

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi h c_i r_w^2} = \frac{0,0198}{2\pi \times 0,16 \times 9,8 \times 147 \times 10^{-6} \times (0,10)^2} = 1.369$$

Fator de película do poço:

$$C_D e^{2s} = 10^6 \Rightarrow e^{2s} = 10/1.369 \Rightarrow s = 3,3$$

Análise pelo método convencional

A Figura 4.11 contém o gráfico semi-log utilizando o tempo equivalente Δt_e , de onde são obtidos os valores: $m = 8,99 \text{ kgf/cm}^2$ e $p_{1h} = 226,18 \text{ kgf/cm}^2$.

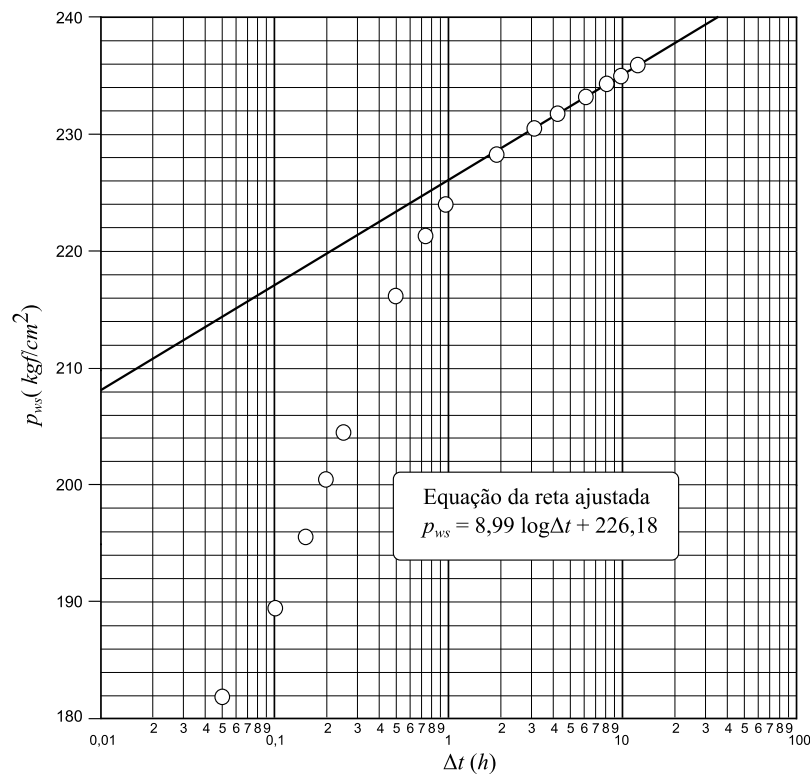


Figura 4.11 – Gráfico p_{ws} versus $\log \Delta t_e$ – Exemplo 4.1.

Permeabilidade:

$$k = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{mh} = 1,151 \times 19,03 \frac{qB\mu}{mh} = 1,151 \times 19,03 \times \frac{88 \times 1,25 \times 1}{8,99 \times 9,8} = 27,3 md$$

Fator de película do poço:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_{1h} - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \left\{ \frac{226,18 - 171,90}{8,99} - \log \left[\frac{0,0003484 \times 27,3}{0,16 \times 1 \times 147 \times 10^{-6} \times (0,1)^2} \right] - 0,3514 \right\} = 1,2$$

Comentários:

- O método de MDH produziu valores muito otimistas para a permeabilidade e pessimistas para o fator de película.
- O ajustamento com as curvas de Gringarten, por ser um método de valor muito mais qualitativo do que quantitativo, produz resultados apenas aproximados para a permeabilidade e para o fator de película.
- É importante ressaltar que os dados deste problema foram obtidos através de um simulador computacional, utilizando-se os seguintes parâmetros: $k = 30 \text{ md}$, $s = 2$ e $C_D = 1.400$. Observe, portanto, a proximidade entre os valores reais dos parâmetros e os obtidos pelo método de Agarwal. Note também que o ajustamento correto deveria ser feito com a curva de Gringarten correspondente a $C_D e^{2s} = 1.400 e^{2 \times 2} = 7,6 \times 10^4$. Como esta curva não aparece no conjunto de curvas-tipo, foi escolhida aquela correspondente a $C_D e^{2s} = 10^6$, por ter apresentado o melhor ajustamento visual. Caso tivesse sido utilizada a curva correta, certamente os valores calculados seriam mais próximos dos usados na simulação e dos obtidos no método convencional de Agarwal.

4.3. Estimativa da Pressão Média

Algumas técnicas, derivadas dos métodos apresentados na Seção 4.2, permitem a estimativa da pressão média em diversas geometrias de reservatório. Essas técnicas podem ser aplicadas em um reservatório que produz através de um único poço ou em um reservatório desenvolvido, isto é, que produz através de vários poços. Nesse último caso a pressão calculada representa a média na área de influência ou de drenagem do poço.

4.3.1. Método de Horner-MBH

Este método, baseado no método de Horner, foi proposto em 1954 por Matthews, Brons & Hazebroek. Para o seu desenvolvimento considera-se que, após o fechamento de um poço que produz com vazão constante q durante um tempo t_p , a queda de pressão adimensional pode ser calculada através do princípio da superposição:

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D) \quad (4.125)$$

Admitindo comportamento de reservatório infinito para representar o termo $p_{wD}(\Delta t_D)$, empregando a aproximação logarítmica, ou seja,

$$p_{wD}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4 \Delta t_D}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.126)$$

e substituindo na Eq. (4.125), obtém-se:

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma}\right) - s. \quad (4.127)$$

Somando e subtraindo $0,5 \ln[(t_p + \Delta t)_D]$, resulta em:

$$p_{wsD} = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma}\right) - s + \frac{1}{2} \ln[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2} \ln[(t_p + \Delta t)_D] \quad (4.128)$$

$$p_{wsD} = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2} \ln(\Delta t_D) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4}{e^\gamma}\right) + \frac{1}{2} \ln[(t_p + \Delta t)_D] - \frac{1}{2} \ln[(t_p + \Delta t)_D] - s \quad (4.129)$$

$$p_{wsD} = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)_D - \frac{1}{2} \ln\left[\frac{4}{e^\gamma}(t_p + \Delta t)_D\right] - s. \quad (4.130)$$

Para pequenos valores de Δt , quando comparados ao tempo de produção (t_p), podem ser efetuadas as seguintes simplificações:

$$\ln[(t_p + \Delta t)_D] \cong \ln(t_{pD}) \quad (4.131)$$

e

$$p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] \cong p_{wD}(t_{pD}), \quad (4.132)$$

que substituídas na Eq. (4.130) produzem:

$$p_{wsD} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right)_D + p_{wD}(t_{pD}) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma}\right) - s \quad (4.133)$$

ou:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) + p_{wD}(t_{pD}) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma}\right) - s. \quad (4.134)$$

Como o termo $p_{wD}(t_{pD}) - (1/2) \ln(4t_{pD}/e^\gamma) - s$ é uma constante, um gráfico de p_{ws} versus $\log[(t_p + \Delta t)/\Delta t]$ deve apresentar uma linha reta. Esse fato mostra que o gráfico de Horner é válido para qualquer tempo de produção. Nesse caso, porém, observe que a pressão extrapolada, p^* , não será igual à pressão inicial. A pressão extrapolada será igual à pressão inicial apenas se o reservatório se comportar como infinito, isto é, se os limites do reservatório não tiverem sido atingidos.

Quando o valor de Δt torna-se suficientemente grande, quando comparados ao tempo de produção (t_p), as aproximações dadas pelas Eqs. (4.131) e (4.132) deixam de ser válidas e a curva que representa a expressão geral da superposição, Eq. (4.125), não mais é uma reta, conforme indica a Figura 4.12.

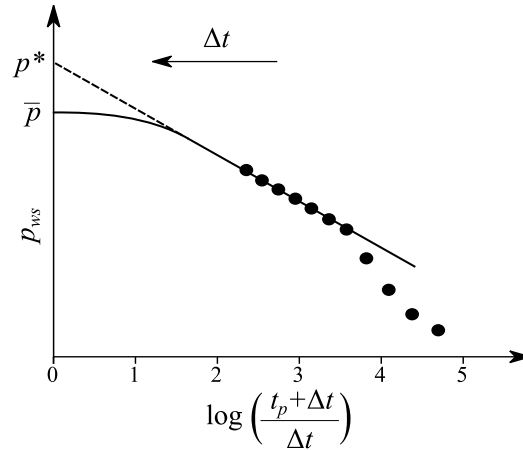


Figura 4.12 – Gráfico de Horner – Reservatório limitado.

A pressão média mostrada na Figura 4.12, que seria medida se o poço permanecesse fechado por um tempo teoricamente infinito, representa a pressão média na área de influência do poço no instante do fechamento e pode ser obtida através de um balanço de materiais, caso seja conhecida a pressão inicial do reservatório. Utilizando a definição de compressibilidade:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \quad (4.135)$$

e lembrando que no sistema rocha-fluido todos os componentes são compressíveis, pode-se usar o conceito de compressibilidade total:

$$c_t = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}. \quad (4.136)$$

Aplicando esta equação para uma variação finita de pressão, entre a pressão inicial e uma pressão média qualquer:

$$c_t = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p} = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{(p_i - \bar{p})}. \quad (4.137)$$

Nesse caso, o volume de referência que aparece no denominador deve ser o volume poroso (V_p) e a variação de volume que aparece no numerador corresponde à produção de fluido (medida em condições de reservatório), já que esta é devida aos efeitos de contração do volume poroso e de expansão dos fluidos, decorrentes da redução de pressão. Como o volume poroso é dado por $V_p = Ah\phi$ e a produção em condições de reservatório por qBt , tem-se:

$$c_t Ah\phi(p_i - \bar{p}) = qBt_p \quad (4.138)$$

ou, em variáveis adimensionais:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - \bar{p}) = 2\pi t_{pDA}, \quad (4.139)$$

onde

$$t_{pDA} = \frac{C_1 k t_p}{\phi \mu c_t A}. \quad (4.140)$$

O valor da pressão média pode também ser calculado a partir da pressão extrapolada, p^* , obtida em um teste de crescimento de pressão. Avaliando a Eq. (4.134) para $\Delta t \rightarrow \infty$:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p^*) = p_{wD}(t_{pD}) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) - s \quad (4.141)$$

e subtraindo a Eq. (4.141) da Eq. (4.139) obtém-se a expressão:

$$\frac{2kh}{C_2 q B \mu} (p^* - \bar{p}) = 4\pi t_{pDA} + \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) - 2[p_{wD}(t_{pD}) - s], \quad (4.142)$$

que também pode ser escrita como:

$$\frac{2kh}{C_2 q B \mu} (p^* - \bar{p}) = 4\pi t_{pDA} + \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} \frac{A}{r_w^2} t_{pDA} \right) - 2[p_{wD}(t_{pDA}) - s]. \quad (4.143)$$

De acordo com Earlougher (1977), página 189, podem ser obtidos valores de $p_{wD}(t_{pDA})$ para qualquer relação $A^{1/2}/r_w$, a partir da solução $p_{wD}(t_{pDA})$ para um determinado valor de $A^{1/2}/r_w$. Para isso se usa a equação proposta por Earlougher, que incluindo o fator de película é:

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) = [p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA})]_{\text{tabelado}} + \ln \left[\frac{\sqrt{A}/r_w}{(\sqrt{A}/r_w)_{\text{tabelado}}} \right] + s. \quad (4.144)$$

Substituindo a Eq. (4.144) na Eq. (4.143):

$$\frac{2kh}{C_2 q B \mu} (p^* - \bar{p}) = 4\pi t_{pDA} + \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} t_{pDA} \right) - 2 \left\{ [p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) - \ln(\sqrt{A}/r_w)]_{\text{tabelado}} - s \right\}. \quad (4.145)$$

Os valores de $[p_{wD}(A^{1/2}/r_w; t_{pDA})]_{\text{tabelado}}$ podem ser obtidos através do método das imagens⁷, para uma dada geometria:

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} E_i \left(\frac{\phi \mu c_i a_j^2}{4C_1 k t_p} \right) + s, \quad (4.146)$$

onde a_j é a distância entre o poço real e o poço imagem j , ou ainda:

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} E_i \left(\frac{a_{jD}^2}{4t_{pDA}} \right) + s, \quad (4.147)$$

onde $a_{jD} = a_j/A^{1/2}$. Para se calcular o efeito do próprio poço tem-se que $a_{1D} = r_w/A^{1/2}$. Substituindo a aproximação logarítmica para o cálculo do efeito do poço na Eq. (4.147) obtém-se:

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} E_i \left(\frac{a_{jD}^2}{4t_{pDA}} \right) + s \quad (4.148)$$

ou

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} \frac{A}{r_w^2} t_{pDA} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} E_i \left(\frac{a_{jD}^2}{4t_{pDA}} \right) + s. \quad (4.149)$$

⁷ Vide Capítulo 2.

A partir desta equação pode ser deduzida a Eq.(4.144):

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) - [p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA})]_{\text{tabelado}} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} \frac{A}{r_w^2} t_{pDA} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} E_i \left(\frac{a_{jD}^2}{4t_{pDA}} \right) + s - \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} \frac{A}{r_w^2} t_{pDA} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} E_i \left(\frac{a_{jD}^2}{4t_{pDA}} \right) \right]_{\text{tabelado}} \quad (4.150)$$

ou

$$p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA}) = [p_{wD}(\sqrt{A}/r_w; t_{pDA})]_{\text{tabelado}} + \ln \left[\frac{\sqrt{A}/r_w}{(\sqrt{A}/r_w)_{\text{tabelado}}} \right] + s, \quad (4.151)$$

que é exatamente a Eq. (4.144).

Utilizando a nomenclatura mostrada na Figura B.8, a Figura B.9 (escala log-log) e a Figura B.10 (escala cartesiana), bem como a Figura B.1, do Apêndice B, apresentam os valores de p_D para vários pontos de um quadrado com poço no centro, para a relação $A^{1/2}/r_w = 2000$.

Utilizando-se os valores de $p_{wD}(t_{pDA})$ determinados conforme descrito nos parágrafos anteriores é possível construir gráficos semelhantes ao de MBH mostrado na Figuras B.11 do Apêndice B, bastando para isso empregar a Eq. (4.145). O grupo que aparece no lado esquerdo da Eq. (4.145) é a ordenada dessas figuras, sendo denominado:

$$p_{DMBH} = \frac{2kh}{C_2 q B \mu} (p^* - \bar{p}) \quad (4.152)$$

ou

$$p_{DMBH} = 2,303(p^* - \bar{p})/m. \quad (4.153)$$

O procedimento para se determinar a pressão média consiste em:

- Obter p^* do gráfico de Horner;
- Calcular $t_{pDA} = C_1 k t_p / \phi \mu c_t A$;
- Ler nas Figuras B.10 a B.14 o valor de $p_{DMBH}(t_{pDA})$;
- Calcular a pressão média pela expressão

$$\bar{p} = p^* - \frac{m}{2,303} p_{DMBH}(t_{pDA}). \quad (4.154)$$

Earlougher (1977) apresenta gráficos semelhantes ao da Figura B.11 para outras geometrias regulares de reservatório.

Outras aplicações da equação de MBH, Eq.(4.142), (4.143) ou (4.145), podem ser citadas, tais como o cálculo do fator de geometria (C_A), também conhecido como fator de Dietz (discutido no Capítulo 2), e o cálculo da queda de pressão para um reservatório com geometria regular qualquer.

A determinação do fator de geometria (C_A) é feita através da Eq. (4.142). Para tempos de produção razoavelmente pequenos:

$$p_{wD}(t_{pD}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_{pD}}{e^\gamma} \right) + s. \quad (4.155)$$

Substituindo-se na Eq. (4.142):

$$p_{DMBH}(t_{pDA}) = 4\pi t_{pDA}. \quad (4.156)$$

Por outro lado, para grandes valores do tempo de produção t_{pD} , o regime é pseudopermanente, ou seja:

$$p_{wD}(t_{pD}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{pDA} + s. \quad (4.157)$$

Substituindo-se a Eq. (4.157) na Eq. (4.142):

$$p_{DMBH}(t_{pDA}) = \ln(C_A t_{pDA}). \quad (4.158)$$

Para $t_{pDA} = 1$ obtém-se:

$$p_{DMBH}(t_{pDA}=1) = \ln(C_A), \quad (4.159)$$

isto é,

$$C_A = e^{p_{DMBH}(t_{pDA}=1)}, \quad (4.160)$$

onde o valor de $p_{DMBH}(t_{pDA} = 1)$ deve ser lido sobre o trecho linear ou sobre a sua extrapolação linear nas Figuras B.10 a B.13. A queda de pressão adimensional para qualquer forma geométrica incluída nas Figuras B.10 a B.13 pode ser obtida manipulando-se a Eq. (4.143):

$$p_{wD}(t_{pDA}) = 2\pi t_{pDA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} \frac{A}{r_w^2} t_{pDA} \right) - \frac{1}{2} p_{DMBH}(t_{pDA}). \quad (4.161)$$

4.3.2. Método de MDH

Para se calcular a pressão média na região drenada pelo poço, usando o método de MDH, a Eq. (4.73), que representa o balanço de materiais em um reservatório fechado deve ser utilizada. Essa equação admite não ter havido alimentação através do limite externo do reservatório. Portanto, para poço que produz de um reservatório limitado a combinação das Eqs. (4.73) e (4.125) resulta em:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D) - 2\pi t_{pDA}, \quad (4.162)$$

que é a expressão generalizada para qualquer geometria ou tempo de produção. No caso específico de um poço que produz no regime pseudopermanente, como foi originalmente proposto no método de MDH, a queda de pressão adimensional no poço é dada por:

$$p_{wD}(t_D) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s. \quad (4.163)$$

Logo, o primeiro termo do lado direito da Eq. (4.162) é dado por:

$$p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] = 2\pi(t_p + \Delta t)_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s. \quad (4.164)$$

Com isso a Eq. (4.162) se transforma em:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) = 2\pi(t_p + \Delta t)_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s - p_{wD}(\Delta t_D) - 2\pi t_{pDA} \quad (4.165)$$

ou

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) = 2\pi \Delta t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s - p_{wD}(\Delta t_D). \quad (4.166)$$

Quando a aproximação logarítmica é utilizada para representar o último termo da Eq. (4.166), isto é, o termo $p_{wD}(\Delta t_D)$, então:

$$p_{wD}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) + s, \quad (4.167)$$

o que, após o uso da relação entre Δt_{DA} e Δt_D , e substituição em (4.166), resulta em:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) = 2\pi \Delta t_{DA} - \frac{1}{2} \ln(\Delta t_{DA}) - \frac{1}{2} \ln(C_A). \quad (4.168)$$

Para pequenos tempos de fechamento, o termo $2\pi \Delta t_{DA}$ pode ser desprezado. A Tabela 4.3 indica o erro cometido ao se aproximar o termo $(2\pi \Delta t_{DA} - \frac{1}{2} \ln \Delta t_{DA})$ por $(-\frac{1}{2} \ln \Delta t_{DA})$.

Tabela 4.3 – Erro na aproximação de MDH

Δt_{DA}	$2\pi \Delta t_{DA}$	$-\frac{1}{2} \ln \Delta t_{DA}$	$2\pi \Delta t_{DA} - \frac{1}{2} \ln \Delta t_{DA}$	Erro (%)
0,0001	0,0006	4,6052	4,6058	- 0,01
0,001	0,0063	3,4537	3,4602	- 0,18
0,002	0,0126	3,1073	3,1199	- 0,40
0,005	0,0314	2,6492	2,6806	- 1,20
0,01	0,0628	2,3026	2,3654	- 2,70
0,02	0,1257	1,9560	2,0817	- 6,00

Portanto, admitindo-se um erro máximo em torno de 1%, para $\Delta t_{DA} < 0,005$ a Eq. (4.168) pode ser simplificada para:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) = -\frac{1}{2} \ln(\Delta t_{DA}) - \frac{1}{2} \ln(C_A) = -\frac{1}{2} \ln(C_A \Delta t_{DA}), \quad (4.169)$$

de onde se obtém

$$p_{ws} = \bar{p} + \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{1}{2} \ln(C_A \Delta t_{DA}) = \bar{p} + \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{2,303}{2} \log(C_A \Delta t_{DA}) \quad (4.170)$$

ou

$$p_{ws} = \bar{p} + 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \log(C_A \Delta t_{DA}) = \bar{p} + 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \log \left(C_A \frac{C_1 k \Delta t}{\phi \mu c_t A} \right), \quad (4.171)$$

$$p_{ws} = \bar{p} + m \log \left(\frac{C_1 C_A \eta}{A} \right) + m \log \Delta t, \quad (4.172)$$

onde $\eta = k/(\phi \mu c_i)$ é a constante de difusividade hidráulica. Logo, um gráfico de p_{ws} versus $\log \Delta t$ deverá produzir uma linha reta com coeficiente angular m , dado pela Eq. (4.82).

A Eq. (4.172) é útil na determinação da pressão média na área drenada pelo poço. Tomando-se p_1 sobre a linha reta, ou seja, a pressão sobre a linha reta para $\Delta t = 1$, conforme ilustrado na Figura 4.7, a pressão média ou estática é calculada por:

$$\bar{p} = p_1 - m \log \left(\frac{C_1 C_A \eta}{A} \right). \quad (4.173)$$

Ramey & Cobb (1971) generalizaram o método de MDH para poços que não atingem o regime pseudopermanente antes do fechamento. Na expressão geral do método de MDH, Eq. (4.162), define-se:

$$p_{DMDH} = \frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) \quad (4.174)$$

ou

$$p_{DMDH} = \frac{1,151}{m} (\bar{p} - p_{ws}). \quad (4.175)$$

Assim,

$$p_{DMDH} = p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] - p_{wD}(\Delta t_D) - 2\pi t_{pDA}. \quad (4.176)$$

Calculando-se os valores de $p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D]$ e de $p_{wD}(\Delta t_D)$ para cada geometria, utilizando por exemplo o método das imagens, podem ser construídos gráficos generalizados de MDH a partir da Eq. (4.176), conforme ilustra a Figura 4.13 para o caso de um quadrado com poço no centro.

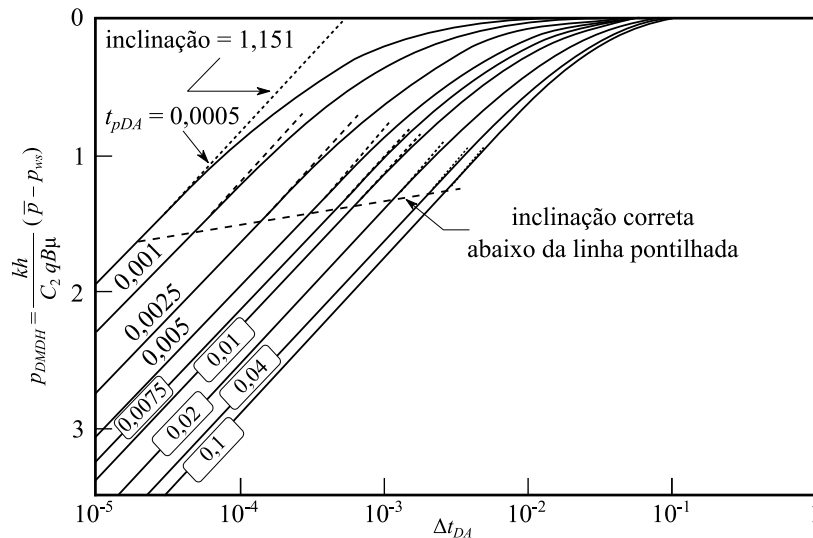


Figura 4.13 – Gráfico de MDH generalizado – Poço no centro de um quadrado. Reproduzida de Ramey & Cobb (1971). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

O procedimento para cálculo da pressão média consiste em se escolher um ponto qualquer ($\Delta t, p_{ws}$) sobre a linha reta do gráfico de p_{ws} versus $\log \Delta t$, determinar os valores de Δt_{DA} e t_{pDA} , e ler p_{DMDH} em um

gráfico semelhante ao da Figura 4.13. Finalmente, a pressão média na área drenada pelo poço é então calculada por:

$$\bar{p} = p_{ws} + \frac{m}{1,151} p_{DMDH} . \quad (4.177)$$

A Figura B.12 do Apêndice B mostra um gráfico de MDH para o caso de um poço situado no centro de um círculo ou de um quadrado, que produz no regime pseudopermanente ou permanente antes do fechamento. Esse gráfico só pode ser empregado, portanto, quando o reservatório tiver atingido um regime de escoamento estabilizado antes do fechamento do poço.

4.3.3. Método de MDH-Dietz

Dietz (1965) apresentou um método para se estimar a pressão média na região drenada pelo poço diretamente do gráfico p_{ws} versus $\log \Delta t$. O procedimento consiste em se determinar qual o valor de Δt tal que do gráfico semi-log possa ser lido diretamente o valor da pressão média $\bar{p}$.

Utilizando a equação geral de MDH, Eq. (4.162), e admitindo $(t_p + \Delta t) \cong t_p$ e

$$p_{wD}(\Delta t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) + s , \quad (4.178)$$

tem-se que:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (\bar{p} - p_{ws}) = p_{wD}(t_{pD}) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) - s - 2\pi t_{pDA} . \quad (4.179)$$

Quando o valor de p_{ws} no gráfico semi-log for igual a $\bar{p}$, a Eq. (4.179) resultará em:

$$p_{wD}(t_{pD}) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right)_{p_{ws}=\bar{p}} - s - 2\pi t_{pDA} = 0 \quad (4.180)$$

ou

$$\ln(\Delta t_D)_{p_{ws}=\bar{p}} = 2p_{wD}(t_{pD}) - 4\pi t_{pDA} - \ln(4/e^\gamma) - 2s . \quad (4.181)$$

Podem ser consideradas as duas situações seguintes:

a) O poço produzia no regime transiente antes do fechamento

Neste caso tem-se que:

$$p_{wD}(t_{pD}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4At_{pDA}}{e^\gamma r_w^2} \right) + s . \quad (4.182)$$

Substituindo a Eq. (4.182) na Eq. (4.181) obtém-se a expressão:

$$(\Delta t_D)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{A}{r_w^2} \frac{t_{pDA}}{\exp(4\pi t_{pDA})} \quad (4.183)$$

ou

$$(\Delta t)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{t_p}{\exp(4\pi t_{pDA})}. \quad (4.184)$$

b) O poço produzia no regime pseudopermanente antes do fechamento

O valor de $p_{wD}(t_{pD})$ é dado por⁸:

$$p_{wD}(t_{pD}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + 2\pi t_{pDA} + s. \quad (4.185)$$

Substituindo a Eq. (4.185) na Eq. (4.181) obtém-se:

$$(\Delta t_D)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{A}{C_A r_w^2} \quad (4.186)$$

ou

$$(\Delta t)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{\phi \mu c_t A}{C_1 k C_A}. \quad (4.187)$$

4.3.4. Método de Agarwal-Dietz

No chamado método de Agarwal-Dietz, a determinação da pressão média, utilizando o método de Agarwal e uma abordagem semelhante à do método de Dietz, pode ser feita diretamente a partir do gráfico p_{ws} versus $\log \Delta t_e$, entrando-se com o valor de Δt_e para o qual $p_{ws} = \bar{p}$. Esse valor de Δt_e é obtido combinando-se a equação de Agarwal, Eq. (4.109),

$$p_{wDBU}(\Delta t_{eD}) \equiv \frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff}] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_{eD}}{e^\gamma} \right) + s = \frac{1}{2} (\ln \Delta t_{eD} + 0,80907 + 2s) \quad (4.188)$$

com um balanço de materiais, dado pela Eq. (4.139), a qual pode ser escrita na forma:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [(p_i - p_{wff}) + (p_{wff} - \bar{p})] = 2\pi t_{pDA}. \quad (4.189)$$

A Eq. (4.5) fornece a primeira parcela do lado esquerdo da Eq. (4.189), ou seja:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wff}) = p_{wD}(t_{pD}). \quad (4.190)$$

Substituindo a Eq. (4.190) na Eq. (4.189), explicitando o valor de p_{wff} ,

$$p_{wff} = \bar{p} + \frac{C_2 q B \mu}{kh} [2\pi t_{pDA} - p_{wD}(t_{pD})] \quad (4.191)$$

e substituindo a Eq. (4.191) na Eq. (4.188), obtém-se:

$$p_{ws}(t_p + \Delta t) - \bar{p} - \frac{C_2 q B \mu}{kh} [2\pi t_{pDA} - p_{wD}(t_{pD})] = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \frac{1}{2} (\ln \Delta t_{eD} + 0,80907 + 2s). \quad (4.192)$$

⁸ Vide Capítulo 2.

Fazendo $p_{ws}(t_p + \Delta t) = \bar{p}$, resulta em

$$\ln(\Delta t_{eD})_{p_{ws}=\bar{p}} = 2p_{wD}(t_{pD}) - 4\pi t_{pDA} - 0,80907 - 2s. \quad (4.193)$$

Duas situações podem ser consideradas ao se analisar a Eq. (4.193):

a) O poço produzia no regime transiente antes do fechamento

Neste caso

$$p_{wD}(t_{pD}) = \frac{1}{2}(\ln t_{pD} + 0,80907) + s. \quad (4.194)$$

Substituindo a Eq. (4.194) na Eq. (4.193) resulta em

$$(\Delta t_{eD})_{p_{ws}=\bar{p}} = \exp[\ln(t_{pD}) - 4\pi t_{pDA}] \quad (4.195)$$

ou

$$(\Delta t_e)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{t_p}{\exp(4\pi t_{pDA})}. \quad (4.196)$$

b) O poço produzia no regime pseudopermanente antes do fechamento

Neste caso a queda de pressão no instante do fechamento era dada por⁹:

$$p_{wD}(t_{pDA}) = 2\pi t_{pDA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \frac{A}{r_w^2} \right) + s. \quad (4.197)$$

Substituindo a Eq. (4.197) na Eq. (4.193), resulta:

$$(\Delta t_e)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{\phi \mu c_t A}{C_1 k C_A}. \quad (4.198)$$

Exemplo 4.2 – Os dados seguintes foram retirados de um teste de crescimento de pressão realizado no intervalo produtor 750 – 810 m de um poço que perfurou uma formação portadora de óleo.

Tabela 4.4 – Leitura da carta de pressão do – Exemplo 4.2

Δt (in)	p_{ws} (in)	Δt (in)	p_{ws} (in)
0	0,5225	0,070	0,9590
0,002	0,5890	0,090	0,9660
0,004	0,6350	0,120	0,9730
0,006	0,6780	0,150	0,9760
0,008	0,7170	0,200	0,9810
0,010	0,7600	0,300	0,9880
0,013	0,8200	0,400	0,9910

⁹ Vide Capítulo 2.

0,016	0,8620	0,500	0,9920
0,020	0,8930	0,700	0,9945
0,024	0,9100	0,900	0,9975
0,030	0,9210	1,200	1,0005
0,036	0,9280	1,500	1,0020
0,045	0,9400	2,000	1,0030
0,055	0,9500	2,381	1,0035

Dados do registrador de pressão:

- Identificação: Amerada nº 1.856
- Profundidade: 800 *m*
- Coeficiente angular: 55,1206 *kgf/cm²/in*
- Coeficiente linear: 0,0139 *kgf/cm²*
- Temperatura de fundo: 43 °C
- Capacidade do relógio: 24 *h*
- Constante do relógio: 288 *min/in*

Dados adicionais:

Viscosidade do óleo (μ_o).....	13 <i>cp</i>
Fator de volume de formação do óleo (B_o)..	1,092 <i>m³/ m³ std</i>
Porosidade (ϕ).....	0,147
Compressibilidade total (c_t).....	165,5 $\times 10^{-6}$ <i>cm²/kgf</i>
Raio do poço (r_w).....	0,108 <i>m</i>
Espessura permeável da formação (h).....	11 <i>m</i>
Densidade do gás (d_g).....	0,862
Saturação de água (S_w).....	13%
Vazão de óleo (q_o).....	10 <i>m³ std/d</i>
Tempo de produção (t_p).....	770 <i>d</i>
Espaçamento entre poços.....	400 <i>m</i>

Pede-se interpretar o teste usando os métodos de Horner-MBH, MDH e MDH-Dietz.

Solução:

Primeiramente pode-se efetuar um ajustamento de curva-tipo aos dados, com o objetivo de se estimar o início da linha reta semi-log no gráfico convencional $(\Delta t)_{ilrsl}$. A Figura 4.14 mostra os dados de $\log \Delta p_{wBU}$ versus $\log \Delta t$. Ajustando as curvas-tipo de Agarwal a esses dados pode-se estimar o início da linha reta semi-log (gráfico convencional) como sendo $(\Delta t)_{ilrsl} \cong 2$ *h*.

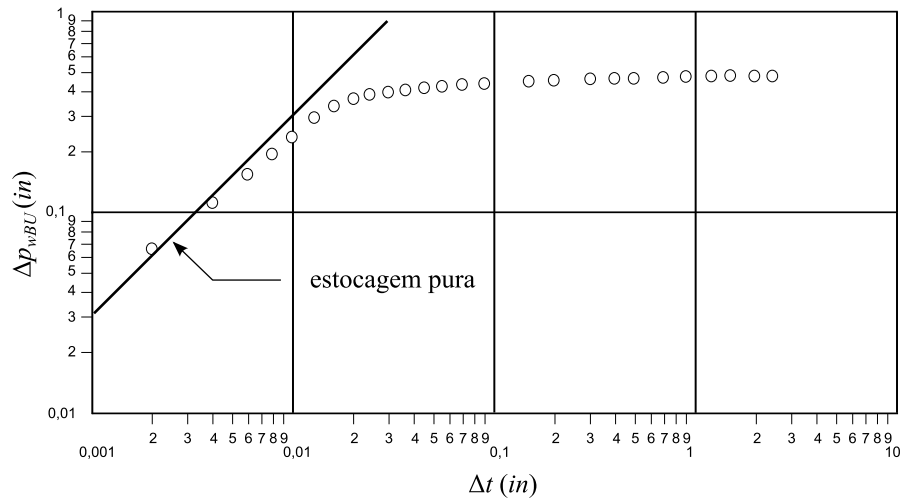


Figura 4.14 – Gráfico log-log dos dados de pressão do Exemplo 4.2

a) Método de Horner-MBH

A Tabela 4.5 apresenta os dados necessários para a construção do gráfico de Horner. Note que o tempo de produção de 770 *d* equivale a 3.850 *in*.

Tabela 4.5 – Dados para o gráfico de Horner no Exemplo 4.2

Δt (in)	p_{ws} (in)	Δp_{wBU} (in)	$\log[t_p + \Delta t]/\Delta t]$
0	0,5225	—	—
0,002	0,5890	0,0665	6,284
0,004	0,6350	0,1125	5,983
0,006	0,6780	0,1555	5,807
0,008	0,7170	0,1945	5,682
0,010	0,7600	0,2375	5,585
0,013	0,8200	0,2975	5,472
0,016	0,8620	0,3395	5,381
0,020	0,8930	0,3705	5,284
0,024	0,9100	0,3875	5,205
0,030	0,9210	0,3985	5,108
0,036	0,9280	0,4055	5,029
0,045	0,9400	0,4175	4,932
0,055	0,9500	0,4275	4,845
0,070	0,9590	0,4365	4,740
0,090	0,9660	0,4435	4,631
0,120	0,9730	0,4505	4,506
0,150	0,9760	0,4535	4,409
0,200	0,9810	0,4585	4,284
0,300	0,9880	0,4655	4,108
0,400	0,9910	0,4685	3,983
0,500	0,9920	0,4695	3,887
0,700	0,9945	0,4720	3,740
0,900	0,9975	0,4750	3,631
1,200	1,0005	0,4780	3,506
1,500	1,0020	0,4795	3,410
2,000	1,0030	0,4805	3,285
2,381	1,0035	0,4810	3,209

A Figura 4.15 apresenta o gráfico de Horner dos dados de pressão do teste. Desse gráfico são obtidos os seguintes valores: $m = 0,0202 \text{ in}$; $p_{1h} = 0,984 \text{ in}$; $p^* = 1,0702 \text{ in}$.

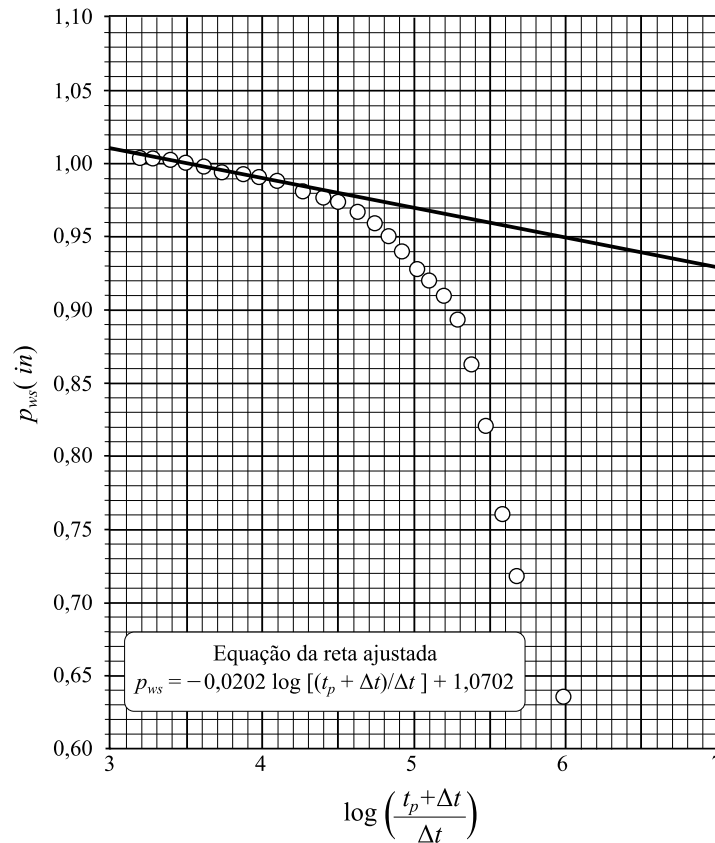


Figura 4.15 – Gráfico de Horner – Exemplo 4.2.

Permeabilidade da formação:

$$k = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{mh} = 1,151 \times 19,03 \times \frac{10 \times 1,092 \times 13}{0,0202 \times 55,12 \times 11} = 254 \text{ md}$$

Fator de película do poço:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_{1h} - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \left\{ \frac{0,984 - 0,5225}{0,0202} - \log \left[\frac{0,0003484 \times 254}{0,147 \times 13 \times 165,5 \times 10^{-6} \times (0,108)^2} \right] - 0,3514 \right\} = 20,9$$

Queda de pressão devida ao dano no poço:

$$\Delta p_s = 0,87ms = 0,87 \times 0,0202 \times 55,12 \times 20,9 = 20,25 \text{ kgf/cm}^2$$

Pressão média na área de drenagem do poço:

$$t_{pDA} = \frac{0,0003484 k t_p}{\phi \mu c_t A} = \frac{0,0003484 \times 254 \times (770 \times 24)}{0,147 \times 13 \times 165,5 \times 10^{-6} \times (400)^2} = 32,3$$

$$t_{pDA} = 32,3 \xrightarrow{\text{Gráfico de MBH}} p_{DMBH} = 6,90$$

$$\bar{p} = p^* - \frac{m}{2,303} p_{DMBH}(t_{pDA}) = (55,12 \times 1,0702 + 0,0139) - \frac{0,0202 \times 55,12}{2,303} \times 6,90 = 55,67 \text{ kgf/cm}^2$$

Razão de dano do poço:

$$RD = \frac{\bar{p} - p_{wff}}{\bar{p} - p_{wff} - \Delta p_s} = \frac{55,67 - 28,81}{55,67 - 28,81 - 20,25} = 4,1$$

b) Método de MDH

A Figura 4.16 mostra o gráfico de MDH, isto é, p_{ws} versus $\log \Delta t$, a partir do qual são obtidos os seguintes valores: $m = 0,0181 \text{ in}$; $p_{1h} = 0,986 \text{ in}$.

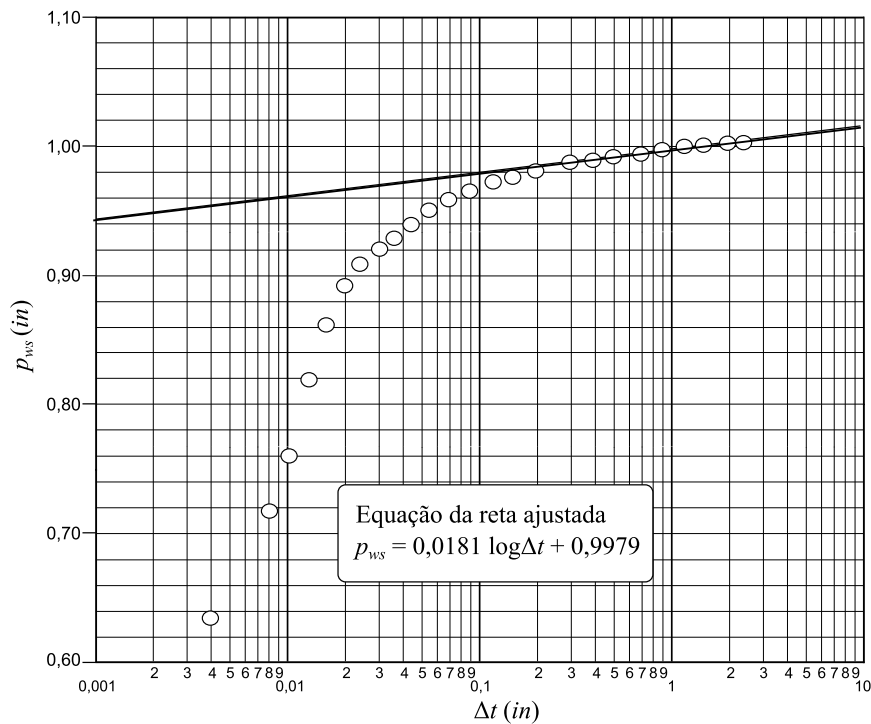


Figura 4.16 – Gráfico de MDH – Exemplo 4.2.

Permeabilidade da formação:

$$k = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{mh} = 1,151 \times 19,03 \times \frac{10 \times 1,092 \times 13}{0,0181 \times 55,12 \times 11} = 283 \text{ md}$$

Fator de película do poço:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_{1h} - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \left\{ \frac{0,986 - 0,5225}{0,0181} - \log \left[\frac{0,0003484 \times 283}{0,147 \times 13 \times 165,5 \times 10^{-6} \times (0,108)^2} \right] - 0,3514 \right\} = 24,0$$

Queda de pressão devida ao dano no poço:

$$\Delta p_s = 0,87 \text{ ms} = 0,87 \times 0,0181 \times 55,12 \times 24,0 = 20,83 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

Pressão média na área de drenagem do poço:

Toma-se um ponto sobre a reta do gráfico de MDH (Figura 4.16): $\Delta t = 1 \text{ h} = 0,208 \text{ in} \rightarrow p_{ws} = 0,986 \text{ in}$.

$$(\Delta t_{DA})_{1h} = \frac{0,0003484 k \Delta t}{\phi \mu c_t A} = \frac{0,0003484 \times 283 \times 1}{0,147 \times 13 \times 165,5 \times 10^{-6} \times (400)^2} = 1,948 \times 10^{-3}$$

$$(\Delta t_{DA})_{1h} = 1,948 \times 10^{-3} \xrightarrow{\text{Figura 4.16}} p_{DMDH} = 1,45$$

$$\bar{p} = p_{ws} + \frac{m}{1,151} p_{DMDH} = 0,986 + \frac{0,0181}{1,151} \times 1,45 = 1,0088 \text{ in}$$

$$\bar{p} = 1,0088 \text{ in} \times 55,12 \text{ kgf} / \text{cm}^2 / \text{in} + 0,0139 = 55,62 \text{ kgf} / \text{cm}^2.$$

c) Método de MDH-Dietz

Para poço no centro de um quadrado o regime pseudopermanente inicia-se aproximadamente para $t_{pDA} = 0,1$. Assim,

$$0,1 = \frac{0,0003484 k (t_p)_{pp}}{\phi \mu c_t A} = \frac{0,0003484 \times 283 \times (t_p)_{pp}}{0,147 \times 13 \times 165,5 \times 10^{-6} \times (400)^2} \Rightarrow (t_p)_{pp} \cong 51 \text{ h}$$

Como $t_p = 77 \text{ d} = 1.848 \text{ h} \gg (t_p)_{pp} = 51 \text{ h} \Rightarrow$ o poço já produzia no regime pseudopermanente antes de ser fechado para o teste de crescimento de pressão. Então,

$$(\Delta t)_{p_{ws}=\bar{p}} = \frac{\phi \mu c_t A}{C_1 k C_A} = \frac{0,147 \times 13 \times 165,5 \times 10^{-6} \times (400)^2}{0,0003484 \times 283 \times 30,88} = 16,6 \text{ h}$$

$$(\Delta t)_{p_{ws}=\bar{p}} = 16,6 \text{ h} = 3,458 \text{ in} \xrightarrow{\text{Gráfico } p_{ws} \text{ versus } \log \Delta t} p_{ws} = \bar{p} \cong 1,0077 \text{ in} = 55,56 \text{ kgf} / \text{cm}^2.$$

4.3.5. Escolha do método

Antes do aparecimento do método de Agarwal recomendava-se o uso do método de Horner-MBH dentre todos os métodos convencionais existentes para a análise de testes de crescimento. A vantagem do método de MDH residia somente na sua maior simplicidade. O método de Agarwal, no entanto, reúne a simplicidade do método de MDH e as vantagens do método de Horner, pois leva em conta o tempo de produção. Além disso, permite a análise de teste de crescimento através de ajustamento com curvas-tipo desenvolvidas para teste de fluxo.

4.3.6. Cálculo da pressão média em um reservatório desenvolvido

A Figura 4.17 mostra um exemplo de reservatório sendo drenado através de diversos poços, com diferentes vazões de produção.

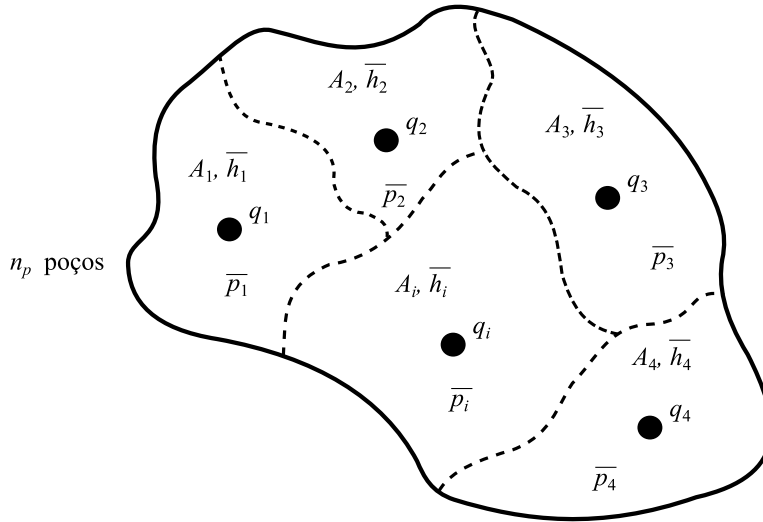


Figura 4.17 – Reservatório produzindo através de vários poços.

A área de influência do poço i , cuja vazão é q_i , é denominada A_i , onde a espessura média da formação é $\bar{h}_i$ e a pressão média $\bar{p}_i$. A espessura média da formação em cada área de drenagem pode ser estimada através de perfis e a pressão média a partir de testes de pressão nos poços.

a) Determinação das áreas de drenagem de cada poço

Matthews & Russel (1967) mostraram que no regime pseudopermanente de um escoamento monofásico os volumes drenados por cada poço são proporcionais às suas vazões, isto é:

$$V_{di} = V_d \frac{q_i}{q_t}, \quad (4.199)$$

onde V_{di} é o volume drenado pelo poço i e q_t é a vazão total do reservatório. O volume drenado por cada poço é dado por:

$$V_{di} = A_i \bar{h}_i, \quad (4.200)$$

onde $\bar{h}_i$ é a espessura média na área de drenagem do poço i .

A relação entre os volumes drenados por um poço j qualquer e cada um dos poços i é dada por:

$$\frac{V_{dj}}{V_{di}} = \frac{q_j}{q_i} \quad (4.201)$$

ou ainda:

$$\frac{A_j \bar{h}_j}{A_i \bar{h}_i} = \frac{q_j}{q_i}. \quad (4.202)$$

Tomando $j = 1$, tem-se:

$$\frac{A_1 \bar{h}_1}{A_i \bar{h}_i} = \frac{q_1}{q_i}, \quad (4.203)$$

onde $i = 2, 3, \dots, n_p$ e n_p é o número total de poços. Rearranjando os termos da Eq. (4.203), obtém-se:

$$A_1 \bar{h}_1 q_i - A_i \bar{h}_i q_1 = 0 \quad (4.204)$$

A Eq. (4.204) gera $n_p - 1$ equações. A n_p -ésima equação é dada por:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_{n_p} = A_t, \quad (4.205)$$

onde A_t é a área total do reservatório. Tem-se, portanto, um sistema de n_p equações lineares e n_p incógnitas:

$$\begin{aligned} A_1 \bar{h}_1 q_i - A_i \bar{h}_i q_1 &= 0 \quad i = 2, 3, \dots, n_p \\ \sum_{i=1}^{n_p} A_i &= A_t \end{aligned} \quad (4.206)$$

cuja solução resulta na determinação das áreas drenadas por cada poço (A_i). Os volumes drenados são calculados pela Eq. (4.200).

b) Determinação da pressão média do reservatório

A pressão média do reservatório é obtida através de uma média ponderada das pressões nos volumes de drenagem de cada poço:

$$\bar{p} = \left(\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i \bar{p}_i \div \sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i \right). \quad (4.207)$$

Usando a Eq. (4.199), a pressão média pode também ser calculada com a expressão:

$$\bar{p} = \left(\sum_{i=1}^{n_p} q_i \bar{p}_i \div \sum_{i=1}^{n_p} q_i \right). \quad (4.208)$$

Exemplo 4.3 – Um reservatório com área de $1,943 \text{ km}^2$ contém três poços produtores de óleo. Após certo período de produção os poços foram fechados e realizados testes de crescimento de pressão para se obter as pressões médias nas suas respectivas áreas de drenagem. Outros dados são:

	Poço 1	Poço 2	Poço 3
Vazão de produção de óleo, q_i ($m^3 \text{ std/d}$)	16	32	13
Espessura média da formação, $\bar{h}_i$ (m)	12	12,5	11
Pressões médias obtidas dos testes, $\bar{p}_i$ (kgf/cm^2)	160,9	155,2	167,5

Pede-se que sejam calculadas a:

- Área drenada por cada poço.
- Pressão média do reservatório.

Solução:

a) Área drenada por cada poço

As áreas drenadas são calculadas a partir do sistema de equações da Eq. (4.206). Substituindo-se os valores de q_i e $\bar{h}_i$ do problema, a Eq. (4.206) pode ser escrita como:

$$\begin{cases} 12 \times 32 A_1 - 12,5 \times 16 A_2 = 0 \\ 12 \times 13 A_1 - 11 \times 16 A_3 = 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 384 A_1 - 200 A_2 = 0 \quad (:8) \\ 156 A_1 - 176 A_3 = 0 \quad (:4) \\ A_1 + A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 48 A_1 - 25 A_2 = 0 \\ 39 A_1 - 44 A_3 = 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases}$$

Da 1ª equação do sistema de equações: $A_1 = (25/48)A_2$. Substituindo esta expressão nas demais equações, tem-se:

$$\begin{cases} \frac{39 \times 25}{48} A_2 - 44 A_3 = 0 \\ \left(\frac{25}{48} + 1 \right) A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{39 \times 25}{48 \times 44} A_2 - A_3 = 0 \\ \frac{73}{48} A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases}$$

Logo:

$$A_2 = 1,943 : \frac{1}{48} \left(\frac{39 \times 25}{44} + 73 \right) = 0,9801 \text{ km}^2$$

Substituindo-se o valor de A_2 na 1ª equação:

$$A_1 = \frac{25}{48} A_2 = \frac{25}{48} \times 0,9801 = 0,5105 \text{ km}^2$$

Finalmente, da 3ª equação:

$$A_3 = 1,943 - A_1 - A_2 = 1,943 - 0,5105 - 0,9801 = 0,4524 \text{ km}^2$$

b) Pressão média do reservatório

Da Eq. (4.208):

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} q_i \bar{p}_i}{\sum_{i=1}^{n_p} q_i} = \frac{16 \times 160,9 + 32 \times 155,2 + 13 \times 167,5}{16 + 32 + 13} = 159,3 \text{ kgf/cm}^2$$

Equivalentemente, da Eq. (4.207):

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i \bar{p}_i}{\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i} = \frac{0,5105 \times 12 \times 160,9 + 0,9801 \times 12,5 \times 155,2 + 0,4524 \times 11 \times 167,5}{0,5105 \times 16 + 0,9801 \times 12,5 + 0,4524 \times 11} = 159,3 \text{ kgf/cm}^2.$$

5. TESTE EM POÇOS DE GÁS



Neste capítulo são apresentados os testes normalmente empregados na avaliação de poços e reservatórios de gás. Além dos testes utilizados para poços produtores de líquido, outros tipos de teste, como por exemplo o de contrapressão, são aplicados na avaliação do potencial de produção de um poço de gás. Esses testes têm como objetivo principal fornecer subsídios para a previsão do comportamento do sistema poço-reservatório quando este estiver produzindo em um regime estabilizado de escoamento, seja ele permanente ou pseudopermanente.

As equações de escoamento desenvolvidas para o caso de líquidos não se aplicam diretamente à presente situação, devido à forte dependência das várias propriedades do gás em relação à pressão reinante no meio poroso. Algumas simplificações são feitas de modo a permitir soluções analíticas para a equação diferencial parcial que rege o comportamento da pressão no reservatório.

5.1. Equação da Difusividade de Fluidos Gasosos

Utilizando o mesmo procedimento empregado em capítulos anteriores para o referido escoamento de líquidos pode-se mostrar que a equação diferencial parcial para o escoamento radial horizontal de gás é dada por (*Energy Resources Conservation Board*, 1978):

$$\frac{\partial^2 \alpha(p)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha(p)}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{C_1 k} \frac{\partial \alpha(p)}{\partial t}, \quad (5.1)$$

onde μ é a viscosidade do gás, c_t a compressibilidade total do sistema, k a permeabilidade efetiva ao gás e $\alpha(p)$ uma função da pressão. O valor de c_t geralmente é aproximado pela compressibilidade do gás, devido ao fato de que esta última é muito superior às compressibilidades da água e da formação.

A função $\alpha(p)$, no caso mais geral, é representada pela *função pseudopressão do gás real*, também conhecida como *potencial do gás real*, definida pela expressão (Al-Hussainy *et al.*, 1965):

$$\alpha(p) = m(p) \equiv 2 \int_{p_b}^p \frac{p dp}{\mu Z}, \quad (5.2)$$

onde p_b é uma pressão base ou de referência arbitrária. As propriedades dos gases (μ e Z) necessárias à determinação de $m(p)$ podem ser obtidas em laboratório ou a partir de correlações encontradas na literatura. Duas aproximações são normalmente adotadas na prática em relação à função $\alpha(p)$. A primeira delas, cujo método resultante é denominado *método p^2* , refere-se ao seu comportamento para pequenos valores de pressão. Neste caso admite-se que o produto μZ seja aproximadamente constante e tomam-se para essas propriedades valores médios. Então,

$$\alpha(p) = \frac{2}{\bar{\mu} \bar{Z}} \int_{p_b}^p p dp \quad (5.3)$$

ou

$$\alpha(p) = \frac{p^2 - p_b^2}{\bar{\mu} \bar{Z}}. \quad (5.4)$$

Substituindo a Eq. (5.4) na Eq. (5.1) obtém-se:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g}{C_1 k} \frac{\partial p^2}{\partial t}, \quad (5.5)$$

onde $\bar{\mu}$ e $\bar{c}_g$ podem ser avaliados, por exemplo, à pressão $\tilde{p} = (\bar{p} + p_{wf})/2$, sendo $\bar{p}$ a pressão média do reservatório e p_{wf} a pressão de fluxo (Dake, 1978). As soluções da Eq. (5.5) são semelhantes àsquelas obtidas para o gás ideal, desde que se inclua o fator de compressibilidade (Z). A correção da vazão de gás para as condições-padrão é feita pela expressão:

$$q_0 = \frac{T_0 p_{wf}}{Z_w T p_0} q_w, \quad (5.6)$$

onde o índice 0 refere-se às condições-padrão, Z_w é o fator de compressibilidade avaliado nas condições de fluxo e q_w é a vazão de gás medida nas condições de fluxo. Resultados de simulações numéricas recomendam, no entanto, que seja utilizado um valor médio de Z , avaliado à pressão $\tilde{p} = (\bar{p} + p_{wf})/2$, em vez de Z_w (Dake, 1978).

Uma segunda aproximação muitas vezes utilizada, e que resulta no chamado *método p*, é a que considera o comportamento do gás idêntico ao de um líquido, quando as pressões no meio poroso são muito altas, maiores que 150 kgf/cm^2 . Neste caso as soluções da equação diferencial do escoamento são idênticas às do escoamento de líquidos, bastando proceder-se a correção da vazão através da Eq. (5.6).

O método que emprega a função pseudopressão definida pela Eq. (5.2) é o caso mais geral, denominado *método m(p)*. As soluções são similares às do escoamento de líquido. É importante frisar que a Eq. (5.1), mesmo que escrita em termos de $m(p)$, ainda continua não linear. A aproximação que se faz para a sua solução é tomar o valor do produto μc_i nas condições iniciais, ou seja, à pressão p_i . A teoria desenvolvida no Capítulo 2, bem como os métodos de análise do período influenciado pelos efeitos de estocagem (Capítulo 3), são aplicáveis ao escoamento de gás. Nas seções seguintes serão apresentados os diversos tipos de teste, bem como os métodos para a sua interpretação. Serão considerados os casos $\alpha(p) = m(p)$, $\alpha(p) = p^2$ e $\alpha(p) = p$.

5.1.1. Método $m(p)$

A equação de escoamento transiente, que será a base para a análise dos vários tipos de teste, é a chamada solução da linha-fonte, representada pela sua aproximação logarítmica.

Com a finalidade de se simplificar a maneira de escrever a equação diferencial do escoamento, bem como torná-la válida independentemente das propriedades do meio poroso e dos fluidos envolvidos, costuma-se utilizar as chamadas variáveis adimensionais, que no caso de escoamento radial de gás, usando o método $m(p)$, são definidas como:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (5.7)$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi(\mu c_t)_i r_w^2} \quad (5.8)$$

$$m_D = \frac{\pi k h T_0}{q_0 p_0 T} [m(p_i) - m(p)] \quad (5.9)$$

para um sistema compatível de unidades. Observa-se que a constante que aparece na adimensionalização da queda de pseudopressão do gás vale $1/\pi$, em contraposição ao valor de $C_2 = 1/2\pi$ que aparecia na definição de p_D , ou seja, na adimensionalização da queda de pressão.

No caso de poços de gás normalmente as vazões são expressas em unidades diferentes daquelas usadas para líquidos, conforme indica a tabela de variáveis e parâmetros do Apêndice I. Além disso, as condições-padrão de pressão e temperatura em geral são especificadas, para cada sistema de unidades empregado, como mostra a tabela incluída no Apêndice I para os vários sistemas de unidades. Em vista disso, a Eq. (5.9) e as demais desta seção passarão a usar uma constante de transformação que considera essas peculiaridades do caso de escoamento de gás. Essa constante englobará as transformações de unidades, os valores de p_0 e T_0 , e o fato de se usar um sistema de unidades diferente do caso de líquidos para se representar a vazão de gás. Com isso a Eq. (5.9) passa a ser definida como:

$$m_D = \frac{kh}{C_4 q_0 T} [m(p_i) - m(p)], \quad (5.10)$$

onde a constante C_4 está definida no Apêndice I para vários sistemas de unidade. Nesses sistemas a adimensionalização do tempo é feita por:

$$t_D = \frac{C_1 kt}{\phi(\mu c_t)_i r_w^2}, \quad (5.11)$$

onde o subscrito i denota as condições iniciais de pressão e temperatura do reservatório.

Usando-se as definições das Eqs. (5.7) a (5.9), a equação diferencial do escoamento, Eq. (5.1), transforma-se em:

$$\frac{\partial^2 m_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial m_D}{\partial r_D} = \frac{\partial m_D}{\partial t_D}. \quad (5.12)$$

Adotando-se o modelo da linha-fonte, a solução da Eq. (5.12) é dada por:

$$m_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (5.13)$$

ou ainda, empregando-se a aproximação logarítmica:

$$m_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{\gamma r_D^2} \right). \quad (5.14)$$

Em termos de variáveis reais, essa solução pode ser escrita como:

$$m(p) = m(p_i) - \frac{C_4 q_0 T}{kh} \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4C_1 kt}{\gamma \phi(\mu c_t)_i r^2} \right]. \quad (5.15)$$

Para cálculo da pseudopressão no poço, a Eq. (5.15) pode ser expressa por:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \frac{C_4 q_0 T}{kh} \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{4C_1 kt}{\gamma \phi(\mu c_t)_i r_w^2} \right] + 2s_t \right\} \quad (5.16)$$

ou ainda,

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - 1,151 \frac{C_4 q_0 T}{kh} \left\{ \log \left[\frac{C_1 kt}{\gamma \phi(\mu c_t)_i r_w^2} \right] + 0,3514 + 0,8686s_t \right\}, \quad (5.17)$$

onde s_t é o fator de película total, definido por Dake (1978) como

$$s_t = s + Dq_0, \quad (5.18)$$

sendo s o fator de película e D o *coeficiente de turbulência*. A análise pelo método convencional consiste em construir um gráfico $m(p_{wf})$ versus $\log t$, o qual deve resultar em uma linha reta com inclinação m_g , conforme mostra a Figura 5.1, onde:

$$m_g = 1,151 \frac{C_4 q_0 T}{kh}. \quad (5.19)$$

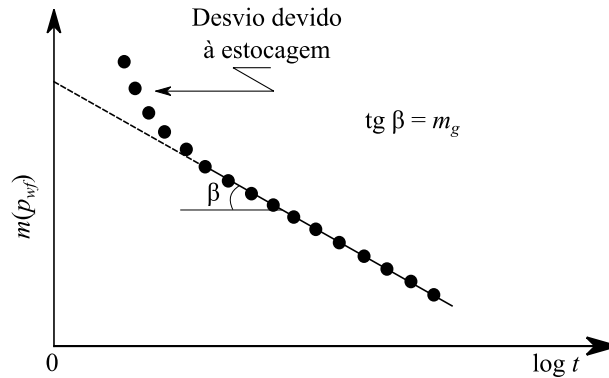


Figura 5.1 – Teste de fluxo em poço de gás – Método convencional de análise.

Da inclinação da reta obtém-se a permeabilidade:

$$k = 1,151 \frac{C_4 q_0 T}{hm_g}. \quad (5.20)$$

O fator de película total é dado por:

$$s_t = 1,151 \left\{ \frac{m(p_i) - m(p_1)}{m_g} - \log \left[\frac{C_1 k}{\phi(\mu c_t)_i r_w^2} \right] - 0,3514 \right\}, \quad (5.21)$$

onde $m(p_1)$ é a pseudopressão lida sobre a reta semilog para $t = 1$. A variação da pseudopressão devida ao efeito de película é dada por:

$$[\Delta m(p)]_s = 0,8686 m_g s_t. \quad (5.22)$$

Conhecendo $[\Delta m(p)]_s$, pode-se determinar o valor de Δp_s , percorrendo-se o caminho inverso daquele utilizado no cálculo de $m(p)$ a partir da pressão e das propriedades μ e Z do gás. A determinação dos fatores s e D exige a realização de dois testes de fluxo, com diferentes vazões. Com isso a Eq. (5.18) permite a obtenção de um sistema linear de duas equações com duas incógnitas, que pode ser facilmente resolvido. Outros parâmetros, tais como a razão de dano e o índice de produtividade, podem ser determinados de maneira semelhante àquela utilizada no caso de escoamento de líquidos.

5.1.2. Método p^2

Neste caso o escoamento é governado pela Eq. (5.5):

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g}{C_1 k} \frac{\partial p^2}{\partial t}, \quad (5.23)$$

pela condição inicial:

$$p^2(r, t = 0) = p_i^2 \quad (5.24)$$

e pelas condições de contorno:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p^2(r, t) = p_i^2 \quad (5.25)$$

e

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = 2 \frac{C_2 q_w \bar{\mu}}{kh} p_{wf}, \quad (5.26)$$

onde a Eq. (5.26) é obtida a partir da lei de Darcy para o caso de um poço que produz com vazão de fundo q_w constante, isto é,

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{C_2 q_w \bar{\mu}}{kh} \Rightarrow \lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(2 p r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 2 \frac{C_2 q_w \bar{\mu}}{kh} p_{wf}. \quad (5.27)$$

Comparando-se com o problema do escoamento de líquido pode-se escrever a solução final como sendo:

$$p^2(r, t) = p_i^2 - \frac{C_2 q_w \bar{\mu}}{kh} p_{wf} E_i \left(\frac{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r^2}{4 C_1 k t} \right) \quad (5.28)$$

ou, usando a Eq. (5.26) para eliminar q_w com $Z_w = \bar{Z}$ (conforme discussão anterior):

$$p^2(r, t) = p_i^2 - \frac{C_2 q_0 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh T_0} E_i \left(\frac{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r^2}{4 C_1 k t} \right), \quad (5.29)$$

onde as unidades de vazão de gás são as mesmas empregadas para escoamento de líquido, o índice 0 refere-se às condições-padrão, Z_w é o fator de compressibilidade avaliado nas condições de fluxo, q_w é a vazão de gás medida nas condições de fluxo e os valores médios das propriedades do gás (μ , Z e c_g) devem ser avaliados à pressão $\bar{p} = (\bar{p} + p_{wf})/2$, conforme mencionado anteriormente. Empregando-se a aproximação logarítmica:

$$p^2(r, t) = p_i^2 - \frac{C_2 q_0 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh T_0} \ln \left(\frac{4 C_1 k t}{\gamma \phi \bar{\mu} \bar{c}_g r^2} \right). \quad (5.30)$$

Para o cálculo da pressão no poço tem-se que:

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - \frac{C_2 q_0 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh T_0} \left[\ln \left(\frac{4 C_1 k t}{\gamma \phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) + 2 s_t \right] \quad (5.31)$$

ou

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - 2,303 \frac{C_2 q_0 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh T_0} \left[\log \left(\frac{C_1 kt}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686 s_t \right] \quad (5.32)$$

ou ainda

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - 1,151 \frac{2C_2 q_0 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh T_0} \left[\log \left(\frac{C_1 kt}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686 s_t \right], \quad (5.33)$$

onde $\bar{\mu}$, $\bar{Z}$ e $\bar{c}_g$ podem ser, alternativamente, avaliados à pressão $\tilde{p} = (p_i + \bar{p}_{wf})/2$, tomando-se para $\bar{p}_{wf}$ a média das pressões de fluxo durante o teste. Utilizando-se as unidades empregadas para o caso de gás (Apêndice I) e englobando-se as condições-padrão na constante de transformação, essa equação pode ser expressa por:

$$p_{wf}^2 = p_i^2 - 1,151 \frac{C_4 q_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} \left[\log \left(\frac{C_1 kt}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686 s_t \right]. \quad (5.34)$$

Um gráfico de p_{wf}^2 versus $\log t$ produzirá uma linha reta com inclinação m'_g , a partir da qual se calcula a permeabilidade:

$$k = 1,151 \frac{C_4 q_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{hm'_g}. \quad (5.35)$$

O valor de s_t obtém-se de:

$$s_t = 1,151 \left[\frac{p_i^2 - p_1^2}{m'_g} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) - 0,3514 \right]. \quad (5.36)$$

A queda do quadrado da pressão devida ao efeito de película é dada por:

$$(\Delta p^2)_s = 0,8686 m'_g s_t. \quad (5.37)$$

Mas, por definição:

$$(\Delta p^2)_s = (p_{wf})_{teórica}^2 - (p_{wf})_{real}^2, \quad (5.38)$$

de onde se escreve que:

$$(p_{wf})_{teórica} = \sqrt{(\Delta p^2)_s + (p_{wf})_{real}^2}. \quad (5.39)$$

Como:

$$(\Delta p)_s = (p_{wf})_{teórica} - (p_{wf})_{real}, \quad (5.40)$$

então:

$$(\Delta p)_s = \sqrt{(\Delta p^2)_s + (p_{wf})_{real}^2} - (p_{wf})_{real}, \quad (5.41)$$

onde para o valor de $(p_{wf})_{real}$ pode ser usada a última pressão de fluxo medida no teste.

5.1.3. Método p

Neste caso a solução é semelhante à obtida para o caso de escoamento de líquido:

$$p_{wf} = p_i - 1,151 \frac{C_2 q_0 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh T_0 \tilde{p}} \left[\log \left(\frac{C_1 kt}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686 s_t \right] \quad (5.42)$$

ou, utilizando-se as unidades empregadas para o caso de gás (Apêndice I) e englobando-se as condições-padrão:

$$p_{wf} = p_i - 1,151 \frac{C_4}{2} \frac{q_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh \tilde{p}} \left[\log \left(\frac{C_1 kt}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686 s_t \right]. \quad (5.43)$$

Então, um gráfico da pressão de fluxo contra o $\log t$ deve resultar em uma reta, de cuja inclinação m_g'' estima-se a permeabilidade:

$$k = 1,151 \frac{C_4 q_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{2 h \tilde{p} m_g''}, \quad (5.44)$$

onde os valores de $\bar{\mu}$, $\bar{Z}$ e $\bar{c}_g$ podem ser avaliados à pressão $\tilde{p} = (p_i + p_{wf})/2$, a exemplo do método p^2 . O fator de película total é estimado pela equação:

$$s_t = 1,151 \left[\frac{p_i - p_1}{m_g''} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \bar{\mu} \bar{c}_g r_w^2} \right) - 0,3514 \right] \quad (5.45)$$

e a queda de pressão devida ao dano ou estímulo por:

$$(\Delta p)_s = 0,8686 m_g'' s_t. \quad (5.46)$$

Antes do estudo de outros tipos de teste em poços de gás será apresentado o princípio da superposição de efeitos aplicado às equações de escoamento de gás. Como será visto, existe uma diferença fundamental em relação ao escoamento de líquido, devida à presença do efeito de turbulência, o qual depende da vazão do poço.

5.1.4. Princípio da superposição de efeitos

Considera-se a equação de escoamento escrita em forma adimensional, o que permite maior compactação e simplicidade:

$$\frac{kh}{C_4 q_0 T} [m(p_i) - m(p_{wf})] = m_{wD} + s_t, \quad (5.47)$$

onde m_{wD} é a função pseudopressão do gás real avaliada nas condições de fluxo do poço.

A Eq. (5.47) é aplicável a qualquer regime de escoamento, desde que a função m_{wD} seja adequada. Com o intuito de se estudar o princípio da superposição de efeitos para os casos de vazão variável, essa equação pode ser escrita como:

$$\frac{kh}{C_4 T} [m(p_i) - m(p_{wf})] = q_0 m_{wD} + q_0 s_t. \quad (5.48)$$

Se em um histórico de produção houver diferentes vazões, a aplicação do princípio da superposição de efeitos à Eq. (5.48) resultará em:

$$\frac{kh}{C_4 T} [m(p_i) - m(p_{wf})_n] = \sum_{j=1}^n (\Delta q_0)_j m_{wD}(t_{Dn} - t_{Dj-1}) + q_{0n} s_{t_n}, \quad (5.49)$$

onde p_{wfn} é a pressão de fluxo no instante $t = t_n$, $(\Delta q_0)_j = q_{0j} - q_{0j-1}$ e $s_m = s + Dq_{0n}$. A Eq. (5.49) é análoga àquela usada no escoamento de líquidos. No entanto, é importante notar que somente o termo $s_m = s + Dq_{0n}$ influencia no valor da pressão de fluxo p_{wf} . Os termos Dq_0 não se cancelariam algebricamente se fosse aplicado o princípio da superposição de maneira convencional, como ocorre com o fator de película mecânica s . Fisicamente, é possível entender porque isso acontece. O fator de película total s_t , embora dependente da vazão, não é uma solução da equação da difusividade que depende do tempo, mas simplesmente atua como uma perturbação que influencia somente a última pressão de fluxo quando a vazão varia, ajustando-se instantaneamente como uma função da última vazão. Quando a vazão varia de q_{0j-1} para q_{0n} o valor de p_{wfn} é influenciado somente por Dq_{0n} . Os componentes $Dq_{0n-1}, Dq_{0n-2}, \dots, Dq_{01}$ não têm efeito transiente e desaparecem imediatamente. Deve-se lembrar também que o princípio da superposição somente é matematicamente correto quando aplicado às soluções de equações diferenciais lineares. Este não é o caso no estudo do escoamento de gases, de modo que algum erro está sendo introduzido quando do seu emprego para essa situação. A literatura (Dake, 1978) cita que, se o teste for conduzido com uma sequência crescente de vazões, o erro devido à aplicação do princípio da superposição fica minimizado.

5.1.5. Outros tipos de teste de pressão

A partir do desenvolvimento mostrado para o teste de fluxo, pode-se concluir que os demais tipos de teste apresentados em outros capítulos deste texto para análise de poços de óleo são interpretados de maneira semelhante no caso de poços de gás. A única diferença consiste na adaptação das equações em função do tipo de fluido considerado, o que modifica ligeiramente o grupo de parâmetros que aparece nas equações de escoamento. Como exemplo, pode ser citada a analogia entre o método de interpretação de um teste em um poço de líquido com aquele usado em um poço de gás quando se emprega a pseudopressão $m(p)$. No caso do escoamento de líquidos a queda de pressão adimensional, sem efeito de película, é definida por:

$$p_D = \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_w). \quad (5.50)$$

No método $\alpha(p) = m(p)$ a queda adimensional da função $m(p)$ será:

$$m_D = \frac{kh}{C_4 q_0 T} [m(p_i) - m(p_w)]. \quad (5.51)$$

Portanto, o grupo $kh/(C_2 q B \mu)$, que normalmente aparece nas equações de líquido, deve ser substituído por $kh/(C_4 q_0 T)$ no método $\alpha(p) = m(p)$. Adaptações semelhantes devem ser feitas em outras situações, mas a teoria básica e os métodos de interpretação de outros testes, tais como o teste de crescimento e o de fluxo com vazão variável são aplicáveis ao escoamento de gás. Na seção seguinte serão apresentados alguns tipos de teste que normalmente são aplicados especificamente em reservatórios de gás.

5.2. Teste de Capacidade de Entrega

Os *testes de capacidade de entrega* de gás têm sido denominados na literatura de *testes de contrapressão*, pois permitem a previsão da vazão do poço quando submetido a uma contrapressão oferecida pelas instalações de produção localizadas na superfície.

O objetivo principal de um teste de capacidade de entrega é a obtenção de informações que permitam uma previsão de produção do poço quando ele atingir um regime estabilizado de escoamento. Essa previsão da capacidade de produção dos poços de gás é necessária por várias razões. Primeiramente, dela dependem os estudos de viabilidade econômica dos investimentos a serem realizados em uma área onde a presença do hidrocarboneto tenha sido eventualmente descoberta. Como exemplo, podem ser citados o número de poços a serem perfurados e a instalação de compressores e outras facilidades necessárias à produção e à entrega do gás ao mercado consumidor.

Em segundo lugar, a previsão do comportamento do sistema poço-reservatório é importante para se conhecerem a disponibilidade e a capacidade de produção de gás da empresa, a fim de se definirem contratos de venda do produto. Esses contratos normalmente preveem um valor mínimo de fornecimento de gás, que pode ser tomado como uma percentagem anual da reserva inicial do(s) campo(s) (5% ao ano é um número frequentemente usado) ou uma fração (por exemplo 1/3) da capacidade máxima de produção demonstrada no teste.

Os testes de contrapressão são executados em poços novos e, periodicamente, em poços que já produzem há algum tempo. Como os testes são em geral de curta duração, o comportamento do sistema poço-reservatório ocorre frequentemente no regime transiente. As características a serem usadas para uma previsão de longo tempo (alguns anos) são essencialmente não transientes, o que significa que os testes executados devem possibilitar uma extrapolação para o regime de escoamento estabilizado.

Os primeiros testes realizados em poços de gás, por volta de 1920, eram feitos colocando-se o poço em produção para a atmosfera, afim de se determinar a sua capacidade máxima de produção, denominada na literatura de AOF (*Absolute Open Flow*). Posteriormente, no intuito de se reduzir o desperdício de gás e se evitar dano ao reservatório devido às altas vazões de escoamento, surgiu a prática de se restringir a vazão de teste. A capacidade máxima de produção do poço passava então a ser estimada a partir dos dados do teste.

Três tipos de teste de contrapressão serão discutidos nesta seção: convencional, isócrono e isócrono modificado. Dois métodos de análise serão considerados: o método simplificado e a análise de escoamento LIT (Laminar – Inercial – Turbulento).

5.3. Teste de Contrapressão Convencional

Pierce & Rawlins (1929) foram provavelmente os primeiros a proporem um método para testar poços de gás, verificando suas capacidades de produzirem contra uma pressão imposta na superfície. Esse tipo de teste, denominado *teste de contrapressão convencional*, consiste em se produzir o poço com diferentes vazões (três ou quatro), conforme ilustra a Figura 5.2, onde p_f é a pressão de fluxo estabilizada.

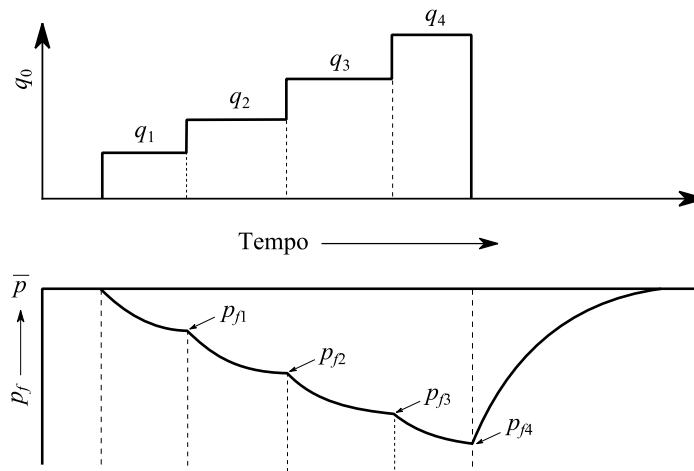


Figura 5.2 – Teste de contrapressão convencional. Reproduzida de Energy Resources Conservation Board (1978).
Copyright ©, com permissão de Energy Resources Conservation Board.

As vazões constantes são obtidas através de um medidor de fluxo crítico, mantendo-se a pressão a montante maior que 1,8 vezes a pressão a jusante. As pressões ao final de cada período de vazão constante devem estar estabilizadas. Como regra prática, pode ser considerada estabilizada a pressão quando leituras feitas na superfície, espaçadas de 15 minutos, concordam em 0,1 psi (0,007 kgf/cm²).

5.3.1. Método simplificado de análise

A análise dos dados de pressão é feita através de uma equação empírica, proposta por Rawlins & Schellhardt (1936), denominada *equação de capacidade de entrega estabilizada*:

$$q_0 = C(\bar{p}^2 - p_f^2)^n, \quad (5.52)$$

onde q_0 é a vazão de gás medida em condições-padrão, $\bar{p}$ a pressão estática do reservatório, p_f a pressão de fluxo estabilizada, C o coeficiente que descreve a posição da *linha de contrapressão estabilizada* e n o expoente que corresponde ao inverso da inclinação da linha de contrapressão estabilizada. Tomando o logaritmo decimal da Eq. (5.52) resulta na expressão:

$$\log q_0 = \log C + n \log(\bar{p}^2 - p_f^2), \quad (5.53)$$

que pode também ser escrita na forma:

$$\log(\bar{p}^2 - p_f^2) = -\frac{1}{n} \log C + \frac{1}{n} \log q_0. \quad (5.54)$$

Assim, a linha de contrapressão estabilizada é obtida em um gráfico $\log(\bar{p}^2 - p_f^2)$ versus $\log q_0$, construído a partir de uma tabela com o seguinte formato:

Tabela 5.1 – Vazões versus diferenças dos quadrados das pressões

q_0	$\bar{p}^2 - p_f^2$
q_1	$\bar{p}^2 - p_{f1}^2$
q_2	$\bar{p}^2 - p_{f2}^2$
q_3	$\bar{p}^2 - p_{f3}^2$

$$q_4 \quad \bar{p}^2 - p_f^2$$

A Figura 5.3 mostra o gráfico log-log para um exemplo de análise de um teste de contrapressão convencional.

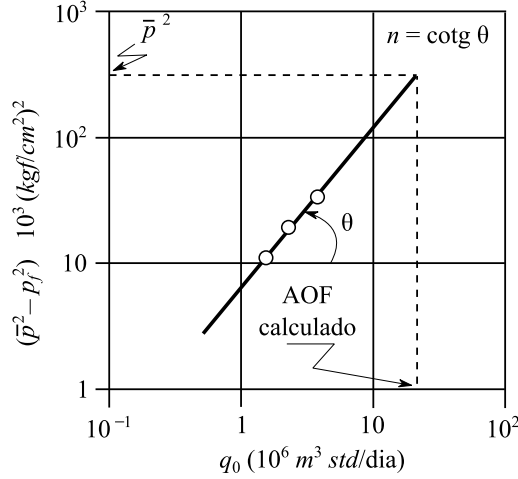


Figura 5.3 – Exemplo de análise de teste de contrapressão convencional pelo método simplificado.

Do ponto de vista teórico, a linha de contrapressão deveria ser uma curva com inclinação variável, conforme será discutido nas próximas seções. Para um intervalo limitado de vazões, no entanto, C e n podem ser considerados constantes. Neste caso, o valor de n é obtido do fato de que a inclinação da linha reta é igual a $1/n$. O valor de n deverá situar-se entre 1 (para escoamento totalmente laminar) e 0,5 (para escoamento totalmente turbulento). O valor de C é estimado utilizando-se dois pontos do gráfico e a Eq. (5.52).

É importante frisar que o uso da linha reta para extrapolar o desempenho do poço quando sujeito a vazões fora do intervalo testado poderá provocar consideráveis erros nos resultados. Admitindo-se a validade do segmento de reta traçado, no entanto, o AOF do poço pode ser estimado extrapolando-o para uma pressão de fluxo nula, conforme indicado na Figura 5.3. Deve-se observar que, rigorosamente, o AOF corresponde à vazão do poço quando este produz para a atmosfera, ou seja, quando a pressão de fluxo é aproximadamente igual à pressão atmosférica. Na prática, no entanto, costuma-se estimar o AOF admitindo uma pressão de fluxo nula.

5.3.2. Análise do escoamento LIT

Enquanto o método simplificado utiliza como base uma equação empírica, Eq. (5.52), a análise através do escoamento LIT (*Energy Resources Conservation Board*, 1978) faz uso das soluções analíticas da equação diferencial do escoamento. Utilizando a solução aproximada, escrita em termos dos quadrados das pressões, o período estabilizado de fluxo pode ser representado pela equação:

$$\Delta p^2 \equiv \bar{p}^2 - p_f^2 = a'q_0 + b'q_0^2. \quad (5.55)$$

Esta equação é similar àquelas utilizadas no método p^2 de análise de testes de fluxo. A diferença reside no fato de que a Eq. (5.55) se aplica ao fluxo estabilizado, sendo escrita em função da pressão estática $\bar{p}$ em vez da pressão inicial p_i . O termo $a'q_0$ corresponde à queda de quadrados de pressão devida ao escoamento laminar e aos efeitos de película no poço. A parcela $b'q_0^2$ introduz os efeitos inerciais e os turbulentos.

Na sequência, será mostrado como determinar os coeficientes a' e b' , a partir de testes de contrapressão. No entanto, conhecendo-se as propriedades do sistema poço-reservatório, obtidas através de outros tipos de teste, é possível a determinação direta desses parâmetros. Para isto, basta que se compare a Eq. (5.55) com a solução da equação diferencial do escoamento. Em uma geometria qualquer a equação do regime pseudopermanente é dada por:

$$\bar{p}^2 - p_f^2 = \frac{C_4 q_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s + Dq_0 \right] \quad (5.56)$$

ou

$$\bar{p}^2 - p_f^2 = 1,151 \frac{C_4 q_0 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} \left[\log \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 0,8686(s + Dq_0) \right] \quad (5.57)$$

ou ainda:

$$\bar{p}^2 - p_f^2 = 1,151 \frac{C_4 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} \left[\log \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 0,8686s \right] q_0 + \frac{C_4 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} Dq_0^2, \quad (5.58)$$

onde C_A é o coeficiente de geometria (coeficiente de Dietz), A a área (em planta) do reservatório e D o chamado *coeficiente de turbulência*. Comparando a Eq. (5.58) com a Eq. (5.55) pode-se concluir que:

$$a' = 1,151 \frac{C_4 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} \left[\log \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 0,8686s \right] \quad (5.59)$$

e

$$b' = \frac{C_4 \bar{\mu} \bar{Z} T}{kh} D. \quad (5.60)$$

Se for utilizada a pseudopressão do gás real, o que representa um tratamento mais rigoroso para o problema do escoamento de gás, a Eq. (5.55) passa a ser:

$$\Delta m(p) \equiv m(\bar{p}) - m(p_f) = aq_0 + bq_0^2, \quad (5.61)$$

onde aq_0 é a queda de pseudopressão devida ao efeito do escoamento laminar e bq_0^2 é a queda de pseudopressão devida aos efeitos inerciais e aos turbulentos. As expressões analíticas para a e b podem ser obtidas comparando-se a Eq. (5.61) com a solução da equação diferencial do escoamento em termos de $m(p)$, para escoamento pseudopermanente:

$$m(\bar{p}) - m(p_f) = \frac{C_4 q_0 T}{kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s + Dq_0 \right] \quad (5.62)$$

ou

$$m(\bar{p}) - m(p_f) = 1,151 \frac{C_4 T}{kh} \left[\log \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 0,8686s \right] q_0 + 1,151 \frac{C_4 T}{kh} (0,8686D) q_0^2 \quad (5.63)$$

ou ainda

$$m(\bar{p}) - m(p_f) = 1,151 \frac{C_4 T}{kh} \left[\log \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 0,8686s \right] q_0 + \frac{C_4 T}{kh} Dq_0^2. \quad (5.64)$$

Assim:

$$a = 1,151 \frac{C_4 T}{kh} \left[\log \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + 0,8686s \right] \quad (5.65)$$

e

$$b = \frac{C_4 T}{kh} D. \quad (5.66)$$

Considerando-se os efeitos de turbulência e inerciais, é fácil verificar através das Eqs. (5.55) ou (5.61) que o gráfico log-log mostrado na Figura 5.3 é na realidade uma curva, e não uma reta. Para baixas vazões, o termo bq_0^2 pode ser desprezado, de modo que a Eq. (5.61) simplifica-se para:

$$\Delta m(p) = a q_0. \quad (5.67)$$

Tomando-se o logaritmo dessa equação:

$$\log \Delta m(p) = \log a + \log q_0. \quad (5.68)$$

Portanto, para pequenas vazões o gráfico log-log será uma reta com inclinação unitária. Isto equivale a considerar, na equação empírica, Eq. (5.52), $n = 1$, correspondendo a um escoamento essencialmente laminar. Para altas vazões o termo devido à inércia-turbulência (bq_0^2) é predominante, isto é:

$$\Delta m(p) = b q_0^2. \quad (5.69)$$

Esta equação, em uma escala log-log, se transforma em:

$$\log \Delta m(p) = \log b + 2 \log q_0 \quad (5.70)$$

e, assim, em um gráfico log-log produz uma reta com inclinação igual a 2, ou seja, $n = \frac{1}{2}$ na equação empírica, Eq. (5.52). Esta situação corresponde a um escoamento turbulento. A Figura 5.4 resume as considerações anteriores quanto ao comportamento da curva de contrapressão utilizando-se a pseudopressão do gás real. A observação dessa figura comprova a afirmação anteriormente feita de que extrapolações do valor do AOF podem levar a erros consideráveis.

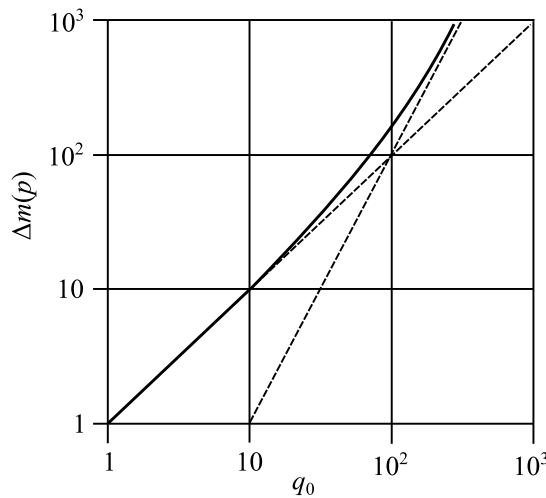


Figura 5.4 – Exemplo de curva de contrapressão.

A análise pelo método do escoamento LIT, utilizando-se a pseudopressão do gás real $m(p)$, requer inicialmente a construção de uma tabela de valores de $m(p)$ versus p , através da definição da Eq. (5.2).

Essa tabela deverá refletir as condições do reservatório, isto é, as propriedades do gás e a temperatura, e será usada para converter $m(p)$ para p e vice-versa.

Quando $m(p_f)$ reflete a pressão estabilizada devida à produção a uma vazão constante q_0 , o valor de a não mais aumenta com a duração do fluxo, mas permanece constante em um valor estabilizado. Assim, com o intuito de se obter um gráfico semelhante ao da Figura 5.3, isto é, que resulte em uma linha reta, costuma-se colocar em gráfico $[\Delta m(p) - bq_0^2]$ versus q_0 , conforme mostrado na Figura 5.5.

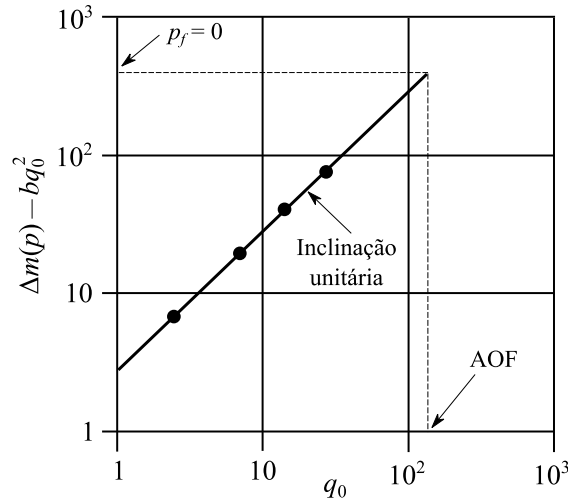


Figura 5.5 – Exemplo de teste de contrapressão convencional – Análise de escoamento LIT – Método $m(p)$.

A reta da Figura 5.5 deverá ter inclinação unitária, de acordo com a Eq. (5.61), já que:

$$\Delta m(p) - bq_0^2 = aq_0 \quad (5.71)$$

ou seja,

$$\log[\Delta m(p) - bq_0^2] = \log a + \log q_0. \quad (5.72)$$

A construção da curva de contrapressão (Figura 5.5), a qual poderá ser utilizada para prever o comportamento futuro do reservatório, requer no entanto que previamente sejam determinadas as constantes a e b , ou pelo menos a constante b , já que a pode ser obtida do coeficiente linear da reta ajustada aos dados do teste, como ilustrado na Figura 5.5. Conhecidas essas constantes, a estimativa de vazões poderá ser feita, alternativamente ao uso da Figura 5.5, através da Eq. (5.71), explicitando-se o valor de q_0 para um determinado valor de $\Delta m(p)$:

$$q_0 = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4b\Delta m(p)}}{2b}. \quad (5.73)$$

Os valores de a e b dependem das mesmas propriedades do gás e do reservatório de que dependem as constantes C e n no método simplificado de análise, exceto a viscosidade e a compressibilidade do gás, que estão incluídas no valor de $m(p)$. A determinação das constantes a e b pode ser feita empregando-se o método dos mínimos quadrados para ajustamento da equação teórica, Eq. (5.61), aos dados do teste de contrapressão. Da aplicação desse método resultam (*Energy Resources Conservation Board*, 1978):

$$a = \frac{\sum_{j=1}^N \left[\frac{\Delta m(p)}{q_0} \right]_j \sum_{j=1}^N (q_0^2)_j - \sum_{j=1}^N (q_0)_j \sum_{j=1}^N [\Delta m(p)]_j}{N \sum_{j=1}^N (q_0^2)_j - \left[\sum_{j=1}^N (q_0)_j \right]^2} \quad (5.74)$$

e

$$b = \frac{N \sum_{j=1}^N [\Delta m(p)]_j - \sum_{j=1}^N \left[\frac{\Delta m(p)}{q_0} \right]_j \sum_{j=1}^N (q_0)_j}{N \sum_{j=1}^N (q_0^2)_j - \left[\sum_{j=1}^N (q_0)_j \right]^2}, \quad (5.75)$$

onde N é o número de pontos do teste.

Embora o cálculo de a e b possa ser feito de maneira computadorizada, é sempre conveniente que a Eq. (5.61) obtida e os dados do teste sejam colocados em um gráfico log-log. Pontos que contenham erros significativos devem ser descartados e os valores de a e b recalculados.

A grande desvantagem do teste convencional ocorre quando o reservatório possui baixa permeabilidade. Nesse caso, o tempo necessário para a estabilização da vazão e das pressões é excessivamente longo. Assim, outros tipos de teste devem ser usados para superar essa dificuldade.

5.4. Teste de Contrapressão Isócrono

Cullender (1955) sugeriu que o teste de contrapressão fosse realizado com uma sequência isócrona de fluxos, os quais teriam duração bem menor que a necessária para a estabilização da pressão de fluxo, intercalados por fechamentos onde fosse alcançada uma pressão próxima da estática do reservatório. Somente o último fluxo seria suficientemente longo para se obter um regime de escoamento estabilizado. A Figura 5.6 mostra o esquema de um teste de contrapressão isócrono.

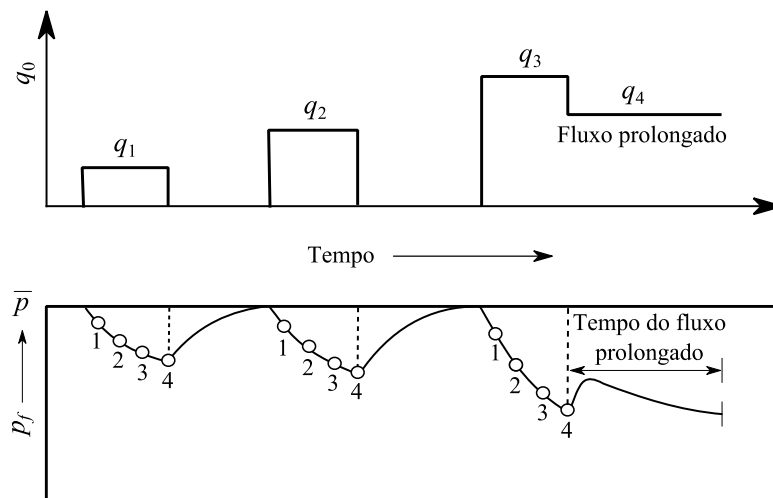


Figura 5.6 – Teste de contrapressão isócrono. Reproduzida de Energy Resources Conservation Board (1978).
Copyright ©, com permissão de **Energy Resources Conservation Board**.

O teste isócrono é baseado no princípio de que a região de influência de um poço depende do tempo de fluxo, mas não da vazão, conforme já discutido nos Capítulos 2 e 3 quando foram abordados os conceitos de raio de investigação e de raio de drenagem. Portanto, uma série de testes de fluxo com diferentes vazões e intervalos de tempo iguais resultariam em linhas retas no gráfico log-log. Isso pode ser confirmado observando-se a equação empírica, Eq. (5.52), ou a sua forma logarítmica, Eq. (5.54). Assim, admitindo como válida a equação empírica, um gráfico log-log terá sempre inclinação $1/n$ mas o coeficiente linear dependerá do valor de C , que por sua vez é função da área investigada pelo teste. O valor de C correspondente a um fluxo estabilizado representará a área efetivamente drenada pelo poço.

Utilizando-se a análise de escoamento LIT chega-se à mesma conclusão, através da Eq. (5.61), que pode ser escrita como:

$$\Delta m(p) - bq_0^2 = aq_0. \quad (5.76)$$

A constante b independe do tempo, conforme mostra a Eq. (5.66). Somente após a estabilização do regime de escoamento é que o valor de a passa a ser constante, sendo função da área do reservatório.

Na análise dos dados de um teste de contrapressão isócrono são tomadas pressões em intervalos regulares após o início de cada fluxo (pontos 1, 2, 3 e 4 da Figura 5.6). Para períodos de 2 horas, por exemplo, o intervalo entre dois pontos consecutivos seria de 30 minutos. O teste isócrono também pode ser interpretado pelos métodos simplificado e de escoamento LIT.

5.4.1. Método simplificado de análise

Os dados de pressão obtidos da forma anteriormente descrita são colocados em um gráfico log-log, onde se procura traçar pelos pontos retas paralelas, as quais representam as curvas de contrapressão transientes. A curva estabilizada deverá passar pelo ponto 5, que corresponde ao fluxo estabilizado mostrado na Figura 5.6. A Figura 5.7 ilustra a aplicação do método simplificado de análise.

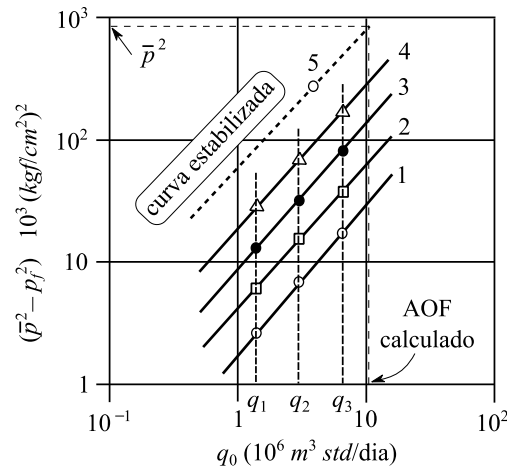


Figura 5.7 – Exemplo de teste de contrapressão isócrono – Método simplificado.

A curva de contrapressão estabilizada permite a estimativa do AOF ou da vazão para qualquer pressão de fluxo pré-fixada. Quando não se consegue a estabilização da pressão durante o fluxo prolongado, determina-se o valor estabilizado de C a partir de um gráfico como o apresentado na Figura 5.8.

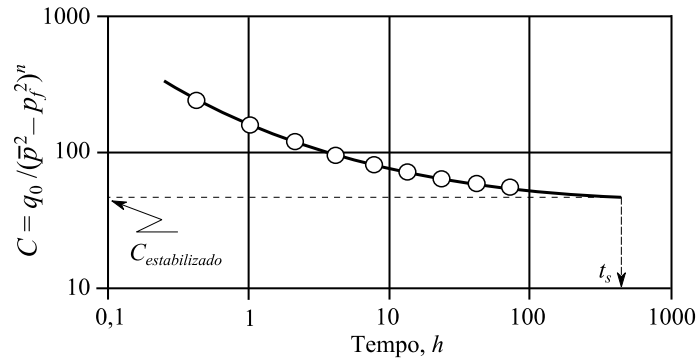


Figura 5.8 – Exemplo de estimativa gráfica do valor estabilizado da constante C .

Nessa figura são colocados os valores de C obtidos das várias retas da Figura 5.7, gerando uma curva que fornece a sua variação com o tempo. O valor estabilizado pode ser obtido a partir do tempo necessário para se atingir o regime pseudopermanente, denominado *tempo de estabilização* (t_s). Evidentemente que o tempo de estabilização depende da área do reservatório drenada pelo poço, que em princípio não é conhecida. A estimativa de $C_{\text{estabilizado}}$ pode ser gráfica, observando-se na Figura 5.8 para que valor a curva tende a horizontalizar-se. O tempo de estabilização pode ser usado como um parâmetro de verificação, sendo dado por:

$$t_s \cong \frac{\phi \mu \bar{c}_g A}{C_1 k} t_{ppDA}, \quad (5.77)$$

onde t_{ppDA} é o tempo adimensional necessário para se alcançar o regime pseudopermanente, podendo ser obtido na Tabela B.2 do Apêndice B. Outra forma de se obter o valor estabilizado de C é construir um gráfico de $1/C$ versus $\log t$. Esse tipo de curva geralmente resulta em uma linha reta, o que permite estimar o valor de C estabilizado com maior facilidade, a partir de uma estimativa do tempo de estabilização.

5.4.2. Análise do escoamento LIT

Através dos dados do teste isócrono podem ser obtidos os valores das constantes $a(t)$ e b usando as Eqs. (5.74) e (5.75), respectivamente. O termo $a(t)$ refere-se ao valor de a para um tempo de fluxo genérico t , já que, como foi visto anteriormente, esse parâmetro varia durante o regime transiente. Em seguida deve ser feito um gráfico log-log de $[\Delta m(p) - bq_0^2]$ versus q_0 para a identificação de pontos que estejam fora da tendência dominante dos dados, sendo então $a(t)$ e b recalculados, se necessário. Finalmente, utilizando-se os dados do ponto 5 (regime de escoamento estabilizado) da Figura 5.6, determina-se o valor estabilizado de a , através da Eq. (5.61), isto é,

$$a = \frac{\Delta m(p) - bq_0^2}{q_0}. \quad (5.78)$$

Conhecendo-se a e b , a curva de contrapressão estabilizada pode ser avaliada, através da Eq.(5.78) e eventualmente colocada em um gráfico log-log.

5.5. Teste de Contrapressão Isócrono Modificado

Em reservatórios de baixíssima permeabilidade, é impraticável se esperar durante os períodos de fechamento que a pressão se aproxime da pressão estática do reservatório. Nesses casos deve ser usado o chamado *teste de contrapressão isócrono modificado*, apresentado por Katz *et al.* (1959), em que todos

os períodos de fluxo e de fechamento possuem a mesma duração. Nesse teste os períodos, tanto de fluxo como de fechamento, são insuficientes para se obter pressões estabilizadas, conforme ilustra a Figura 5.9.

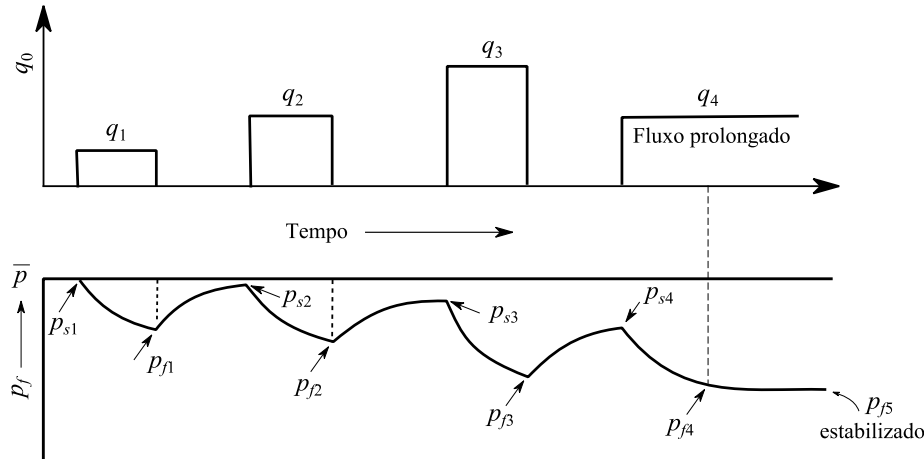


Figura 5.9 – Teste de contrapressão isócrono modificado. Reproduzida de Energy Resources Conservation Board (1978). Copyright ©, com permissão de Energy Resources Conservation Board.

Como a pressão estática do reservatório não é atingida durante os períodos de crescimento, são usadas em seu lugar as pressões finais de cada fechamento ($p_{s1}, p_{s2}, \dots$).

5.5.1. Método simplificado de análise

Tomando-se os valores das pressões finais de fechamento (p_s) e de fluxo (p_f), constrói-se um gráfico $\log[(p_s^2)_j - (p_f^2)_j]$ versus $\log q_j$, devendo ser obtida uma reta cuja inclinação é $1/n$. A curva de contrapressão estabilizada é encontrada traçando-se uma paralela a essa reta de inclinação $1/n$ através do ponto representativo da condição de fluxo estabilizado, ou seja, $[q_5, (\bar{p}^2 - p_{f5}^2)]$. Esse procedimento pode ser visualizado na Figura 5.10.

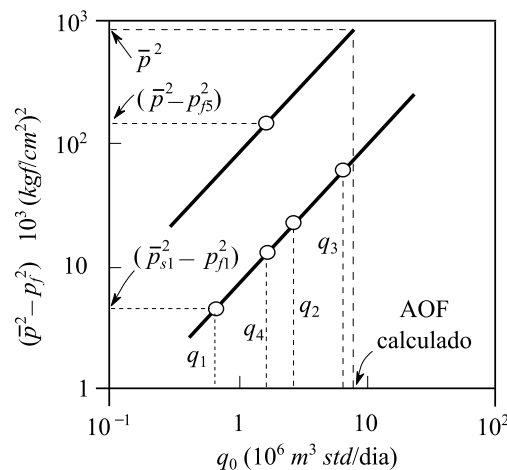


Figura 5.10 – Exemplo de teste de contrapressão isócrono modificado – Método simplificado.

5.5.2. Método do escoamento LIT

O procedimento de análise por este método é similar ao empregado no teste isócrono, substituindo-se $\bar{p}$ por p_s no cálculo da queda de pseudopressão $\Delta m(p)$.

5.6. Considerações Operacionais

O valor aproximado do tempo de estabilização é um parâmetro importante para a escolha do tipo de teste a ser utilizado. Se esse tempo for da ordem de algumas horas, um teste convencional poderá ser usado, já que ele fornece maior precisão nos resultados, devido ao fato de que são analisados os períodos de fluxo estabilizado. Caso contrário, ou também quando o gás produzido não for aproveitado devido à inexistência de instalações de produção na área, poderão ser empregados os testes isócronos.

5.6.1. Sequência de vazões

A prática usual na condução de testes de capacidade de entrega é o emprego, sempre que possível, de uma sequência crescente de vazões. Em um teste convencional, se houver possibilidade de formação de hidratos, uma sequência decrescente é recomendável, já que isso resulta em temperaturas mais altas no poço. Para o teste isócrono modificado é recomendada na literatura uma sequência crescente, pois caso contrário haverá perda de precisão nos resultados obtidos.

5.6.2. Escolha das vazões de fluxo

As vazões devem ser suficientes para carrear eventuais quantidades de líquido produzidas pelo reservatório. Devem também manter as instalações de superfície a uma temperatura acima do ponto de formação de hidrato.

Não havendo restrições como as descritas acima, as vazões (mínima e máxima) podem ser escolhidas de tal modo que as quedas de pressão provocadas sejam de aproximadamente 5% e 25%, respectivamente, da pressão estática do reservatório. Devem ser evitadas vazões exageradamente altas, reduzindo assim os riscos de danificação da formação produtora, seja por algum efeito mecânico ou por condensação retrógrada, devida ao abaixamento de pressão nas imediações do poço, quando o reservatório estiver sujeito a um ou mais desses fenômenos. Além disso, quando o gás estiver sendo queimado, vazões menores implicarão em menor desperdício.

5.6.3. Duração dos períodos

Os períodos de fluxo estabilizado podem ser estimados a partir do tempo de estabilização, Eq. (5.77). É necessário, portanto, que se tenha pelo menos uma ideia das dimensões da região drenada pelo poço, com o que pode ser inferido o valor da área A que aparece na expressão do tempo de estabilização.

A duração dos períodos isócronos, em que o escoamento se processa no regime transiente, deve levar em conta dois fatores: o tempo de duração dos efeitos de estocagem e o raio de investigação do teste. O tempo necessário para que desapareçam os efeitos de estocagem pode ser estimado utilizando-se a teoria já apresentada nos Capítulos 2 e 3. O tempo de fluxo deverá ainda ser suficiente para que sejam obtidos dados representativos da formação. Como em geral a região danificada ou estimulada do reservatório não ultrapassa uma distância de 50 m ao redor do poço, o tempo mínimo poderá ser estimado através da equação do raio de investigação de van Poollen:

$$r_i = 2 \sqrt{\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t}} \quad (5.79)$$

Fixando-se o raio de investigação em 50 m obtém-se o mínimo tempo requerido. A duração mínima de cada período de fluxo deverá ser igual ao maior valor obtido através desses dois critérios. Na prática recomenda-se que a duração dos períodos de fluxo seja aproximadamente quatro vezes o valor mínimo calculado.

5.6.4. Equipamentos

Um exemplo de esquema de instalação de superfície necessária para a realização de um teste de contrapressão é apresentado na Figura 5.11, e se refere ao caso de um poço produtor de gás úmido, isto é, onde há formação de condensado nas instalações de superfície.

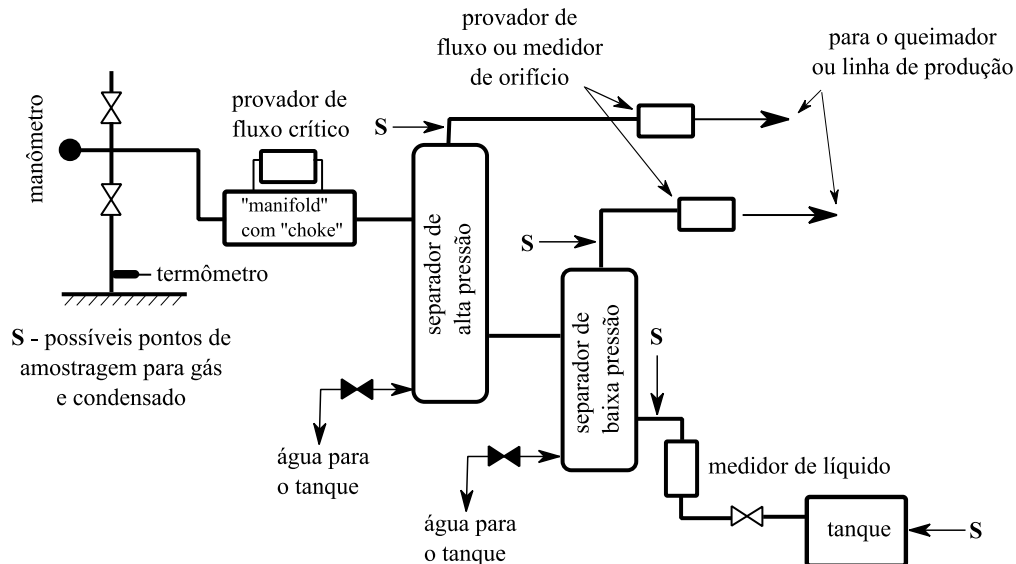


Figura 5.11 – Instalações de superfície para teste de contrapressão em um poço de gás úmido. Reproduzida de Energy Resources Conservation Board (1978). Copyright ©, com permissão de **Energy Resources Conservation Board**.

Dentre os equipamentos usados podem ser incluídos: termômetro, manômetro, provador de fluxo crítico, *manifold* com *choke*, separadores de alta e de baixa pressão, medidores de vazão de gás e de líquido, tanque de armazenamento de condensado e queimador. No caso de gás seco é dispensado o uso de separadores.

A medição das pressões de fluxo ou de crescimento pode ser feita na superfície e posteriormente convertida para condições de fundo de poço. No entanto, sempre que possível a medição de pressão deve ser feita através de registradores de fundo, o que aumenta a precisão dos resultados. A medição de vazão de gás pode ser feita através de medidores de orifício convencionais, que se baseiam no efeito Venturi, ou de medidores que utilizam o princípio do fluxo crítico, tais como o provador de fluxo crítico e o *choke nipple*, mostrados na Figura 5.12.

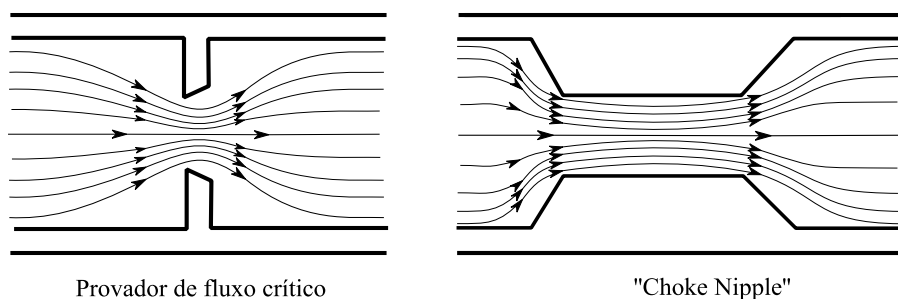


Figura 5.12 – Medidores de fluxo crítico.

Em testes de poços o medidor de gás mais usado é o provador de fluxo crítico, desde que seja obedecida a condição de fluxo crítico, ou seja, a pressão a montante seja maior ou igual a duas vezes a pressão a jusante do orifício. A vazão de gás pode ser calculada pela equação:

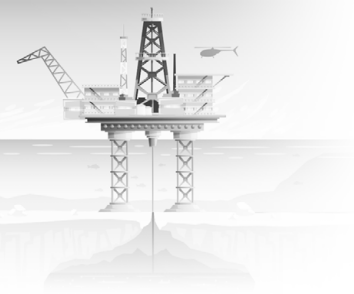
$$q_0 = 0,3 \frac{C' p_M}{\sqrt{d_g T}}, \quad (5.80)$$

onde q_0 é a vazão de gás ($1.000 \text{ m}^3 \text{ std/d}$), p_M a pressão a montante (kgf/cm^2), d_g a densidade do gás ($d_{ar}=1$), T a temperatura absoluta (K) e C' um coeficiente, obtido da Tabela 9.1.

Tabela 9.1 – Coeficiente C' para o cálculo da vazão de gás

Orifício (<i>pol</i>)	Provador de Fluxo Crítico		<i>Choke Nipple</i>
	2 <i>pol</i>	4 <i>pol</i>	
1/16	1,524		
3/32	3,355		
1/8	6,301		6,25
3/16	14,470		14,44
7/32	19,970		
¼	25,860	24,920	26,51
5/16	39,770		43,64
3/8	56,580	56,010	61,21
7/16	81,090		85,13
½	101,800	100,200	112,72
5/8	154,000	156,100	179,74
¾	224,900	223,700	260,99
7/8	309,300	304,200	
1	406,700	396,300	
1 1/8	520,800	499,200	
1 ¼	657,500	616,400	
1 3/8	807,800	742,100	
1 ½	1.002,000	884,300	
1 ¾		1.208,000	
2		1.596,000	
2 ¼		2.046,000	
2 ½		2.566,000	
2 ¾		3.177,000	
3		3.904,000	

6. EFEITOS DE LIMITES NOS TESTES DE PRESSÃO



Neste capítulo são discutidos os efeitos sobre o comportamento da pressão de poços devido aos vários tipos de limites externos encontrados nos reservatórios de petróleo. Além disso, são apresentados os métodos de análise para as diferentes geometrias de reservatórios.

Entre os diversos tipos de limites podem ser citadas as discontinuidades, como falhas e *pinchouts*, as variações de espessura, a presença de aquífero e/ou capa de gás e os limites virtuais determinados pela existência de diversos poços em um reservatório desenvolvido. Além desses limites, um reservatório isolado, ou seja, de pequena dimensão, normalmente explorado por um único poço, pode apresentar diferentes geometrias externas. Diferentes sistemas deposicionais também resultam em diferentes geometrias externas dos reservatórios, como, por exemplo, reservatórios em forma de canal, onde muitas vezes predomina a geometria de escoamento linear.

6.1. Descontinuidades Lineares – Falhas e Barreiras

As *descontinuidades* provocadas por falhas ou barreiras de permeabilidade são muito comuns em reservatórios de petróleo. Particularmente, as *falhas planas selantes*, que impedem totalmente o escoamento de fluidos e, como o próprio nome indica, apresentam-se em uma forma geométrica simples (um plano), possibilitam um tratamento analítico do problema e o desenvolvimento de métodos de análise de testes de pressão bastante simplificados. Ainda visando facilitar a obtenção de soluções analíticas, admite-se também que essas falhas, além de planas, sejam verticais.

Imagine o caso de um poço produtor **A** situado a uma distância L de uma falha plana vertical selante, conforme ilustra a Figura 6.1. A extensão da falha é considerada infinita. Nesse caso o reservatório é limitado em uma das direções pela presença da falha plana vertical selante, que define uma fronteira situada a uma distância L do poço. Por outro lado, admite-se que o reservatório seja infinitamente extenso nas demais direções, ou seja, que nenhum outro limite do reservatório seja observado durante o teste de pressão no poço **A**. Isso significa que o teste deverá ser suficientemente curto para que o reservatório se comporte como infinito (ou "semi-infinito", neste caso), já que na realidade todos os reservatórios são limitados.

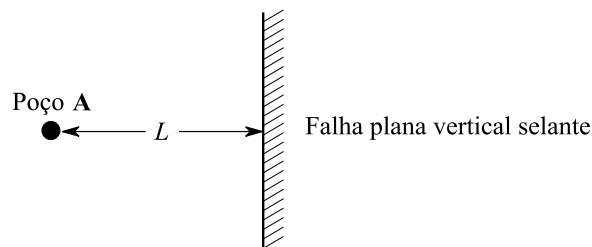


Figura 6.1 – Falha plana vertical selante próxima a um poço produtor.

Nos parágrafos seguintes é apresentado o desenvolvimento dos métodos de interpretação de testes de fluxo e de crescimento no poço **A** conforme apresentado na Figura 6.1. Esses métodos basear-se-ão na solução mais simples até agora apresentada neste texto, ou seja, na solução da linha-fonte para um poço que produz com vazão constante de um reservatório infinito. O sistema mostrado na Figura 6.1 não é infinitamente extenso em todos os sentidos, não permitindo, portanto, a aplicação direta da solução da

fonte-linear. Porém, é fácil verificar que as linhas de corrente no reservatório da Figura 6.1 deverão apresentar a conformação da Figura 6.2 caso o poço seja colocado em produção com vazão constante q .

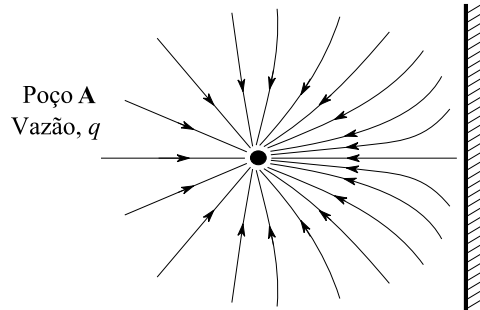


Figura 6.2 – Linhas de corrente em um sistema com falha plana vertical selante.

O sistema "semi-infinito" da Figura 6.2 pode ser substituído por um sistema infinito, utilizando-se do método das imagens. Conforme discutido no Capítulo 2, esta técnica consiste em se colocar tantos poços quantos forem necessários em um sistema infinito, de tal modo que a configuração das linhas de corrente seja idêntica à configuração real. No caso considerado, basta inserir um poço imagem (A') a uma distância L da falha plana selante, o qual também estará produzindo com vazão q . Isso gera o sistema de linhas de corrente ilustrado na Figura 6.3. Esse sistema representa exatamente o reservatório real, e o comportamento da pressão em qualquer ponto pode ser previsto aplicando-se o princípio da superposição de efeitos, considerando-se dois poços produzindo de um sistema infinito.

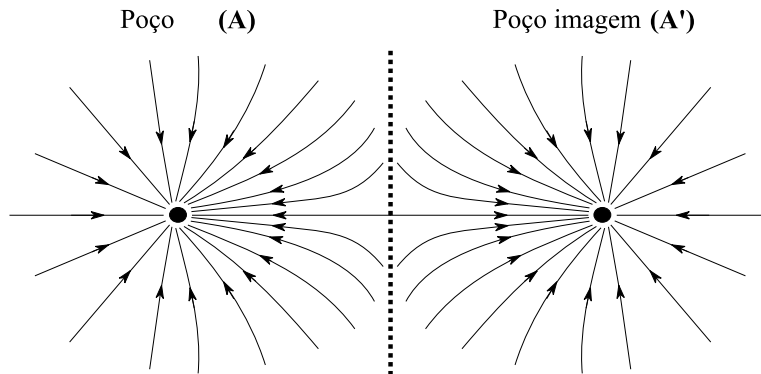


Figura 6.3 – Aplicação do método das imagens para uma falha plana vertical selante.

6.1.1. Teste de fluxo

Aplicando-se o princípio da superposição de efeitos, a queda de pressão adimensional no poço **A** é dada por

$$p_{wD}(t_D) = p_{DA}(r_D = 1, t_D) + p_{DA'}(r_D = 2L/r_w, t_D), \quad (6.1)$$

onde as quedas de pressão p_{DA} e $p_{DA'}$ são devidas, respectivamente, às produções dos poços **A** e **A'**, isto é, do poço **A** e da sua imagem, conforme mostrado na Figura 6.3.

Admitindo-se que seja válida a aproximação logarítmica da solução do modelo da linha-fonte, a queda de pressão adimensional em um ponto qualquer de um reservatório infinito, devida à produção de um poço com vazão constante, é dada pela expressão

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma r_D^2} \right). \quad (6.2)$$

Deve-se observar que a Eq. (6.2) é válida, com erro aceitável (máximo de 2%), quando $t_D/r_D^2 \geq 50$, conforme discutido no Capítulo 2. Além disso, caso a pressão esteja sendo avaliada no poço, deve-se incluir o efeito de um fator de película não nulo eventualmente presente.

Para um tempo curto, o efeito do poço imagem sobre o comportamento da pressão no poço A é desprezível. Portanto, a resposta da pressão é decorrente da produção de um poço com vazão constante (medida em condições-padrão) em um sistema infinito. Havendo efeitos de estocagem e de película, o comportamento da pressão no poço será influenciado da maneira descrita nos Capítulos 2 e 3. A curva-tipo, durante esse período de tempo, foi apresentada e discutida nesses dois capítulos.

Quando o tempo de produção for suficientemente longo para que os efeitos de estocagem já tenham desaparecido, a solução de curto tempo para a queda de pressão no poço A é obtida através da aplicação da Eq. (6.1), desprezando-se o efeito do poço imagem (segundo termo do lado direito da equação), e a queda de pressão devida à produção de um poço em um reservatório infinito é determinada pela Eq. (6.2) avaliada em $r_D = 1$, ou seja,

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + 2s \right], \quad (6.3)$$

onde s é o fator de película eventualmente existente no poço A. Em variáveis reais, a Eq. (6.3) transforma-se em

$$p_{wf}(t) = p_i - m \left[\log t + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right], \quad (6.4)$$

onde

$$m = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{kh}. \quad (6.5)$$

Para um tempo longo, embora o efeito de estocagem no poço não esteja mais presente, haverá a influência da produção do poço imagem sobre a pressão do poço real (poço A). Aplicando a Eq. (6.1), admitindo que o tempo seja suficientemente longo para que a Eq. (6.2) seja válida para representar a queda de pressão devida à produção do poço imagem (A'), e considerando que o fator de película não influi na parcela correspondente ao efeito do poço imagem, tem-se que

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + 2s \right] + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4t_D}{e^\gamma (2L/r_w)^2} \right] \quad (6.6)$$

ou

$$p_{wD}(t_D) = \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) - \ln(2L/r_w) + s \quad (6.7)$$

ou ainda, em variáveis reais

$$p_{wf}(t) = p_i - 2m \left[\log t + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - \log(2L/r_w) + 0,4343s + 0,3514 \right]. \quad (6.8)$$

As soluções de curto e de longo tempo, Eqs. (6.4) e (6.8), indicam que os dados de um teste de fluxo resultam em um gráfico semelhante ao da Figura 6.4. Os primeiros pontos são influenciados pelos efeitos de estocagem, em seguida é obtida uma primeira linha reta com módulo da inclinação igual a m , cuja equação é dada pela Eq. (6.4), depois um período de transição e, finalmente, é obtida uma segunda linha reta com inclinação dobrada, isto é, módulo igual a $2m$, cuja equação é dada pela Eq. (6.8). O tempo t_x corresponde ao ponto de interseção dessas duas retas.

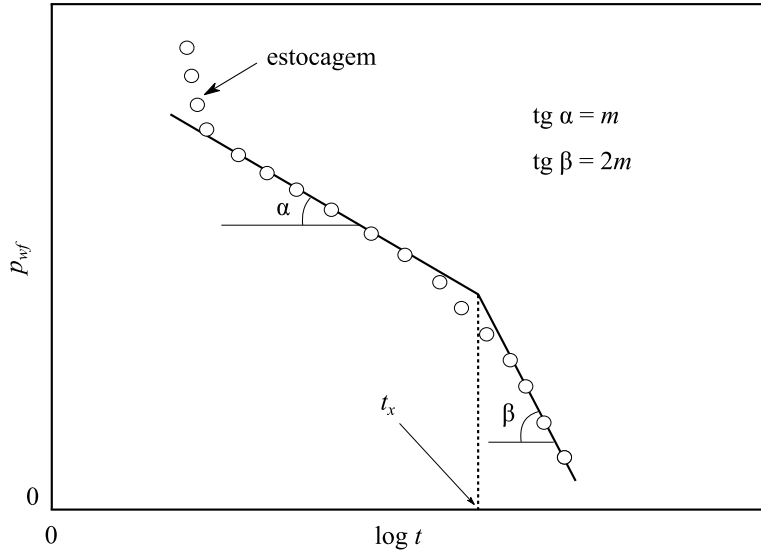


Figura 6.4 – Teste de fluxo em um sistema infinito com falha plana vertical selante.

A análise da reta de inclinação m da Figura 6.4 permite a estimativa da permeabilidade e do fator de película, usando-se as equações do método convencional de análise de teste de fluxo (Capítulo 3), ou seja,

$$k = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{mh} \quad (6.9)$$

e

$$s = 1,151 \left[\left(\frac{p_i - p_{wf}}{m} \right) - \log t - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right], \quad (6.10)$$

onde o par (t, p_{wf}) corresponde a um ponto qualquer sobre a linha reta semi-log de inclinação m (ou sobre o seu prolongamento) da Figura 6.4. Pode-se, para efeito de simplificação, escolher um ponto sobre a reta correspondente ao tempo $t = 1$, resultando

$$s = 1,151 \left[\left(\frac{p_i - p_1}{m} \right) - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right], \quad (6.11)$$

onde p_1 é, portanto, um ponto sobre a linha reta semi-log de inclinação m ou sobre o seu prolongamento, correspondente a $t = 1$.

A distância do poço até a falha (L) pode ser determinada em função do tempo de interseção das duas retas (t_x), mostrado na Figura 6.4. Definindo-se t_{xD} como sendo o tempo adimensional correspondente a t_x e igualando-se as Eqs. (6.3) e (6.7), resulta

$$\frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_{xD}}{e^\gamma} \right) + 2s \right] = \ln \left(\frac{4t_{xD}}{e^\gamma} \right) - \ln(2L/r_w) + s, \quad (6.12)$$

de onde se obtém

$$L = 0,75 \sqrt{r_w^2 t_{xD}} \quad (6.13)$$

ou, em variáveis reais

$$L = 0,75 \sqrt{\frac{C_1 k t_x}{\phi \mu c_t}}. \quad (6.14)$$

É importante ressaltar que a ocorrência de uma reta com inclinação dobrada em relação a uma reta anterior, conforme mostrado na Figura 6.4, não é garantia da existência de uma falha plana selante. Pressões tomadas durante o período de estocagem podem levar o analista a interpretar erroneamente como sendo a primeira das duas retas semi-log da Figura 6.4. Isso indica a importância de, antes do emprego do método convencional, realizar o ajustamento das curvas-tipo aos dados de pressão para estimar o final dos efeitos de estocagem, ou seja, para verificar se é possível a aplicação do método convencional de análise, bem como para se obter uma estimativa inicial dos parâmetros de reservatório.

Na Figura 6.5 são apresentadas as *curvas características* ou *típicas* (daí a origem da denominação do método de *ajuste* ou *ajustamento com curvas-tipo*, discutido nos Capítulos 2 e 3) para o escoamento em um sistema infinito com uma falha plana vertical selante, onde $\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf}$ e t é o tempo de fluxo. Uma curva-tipo tradicional, ou seja, em variáveis adimensionais, tem o mesmo formato dessa figura, como é mostrado a seguir. Portanto, enquanto as curvas-tipo são apresentadas com variáveis adimensionais, as chamadas curvas características são as curvas equivalentes, mas em variáveis reais. Ambas são apresentadas em escala log-log.

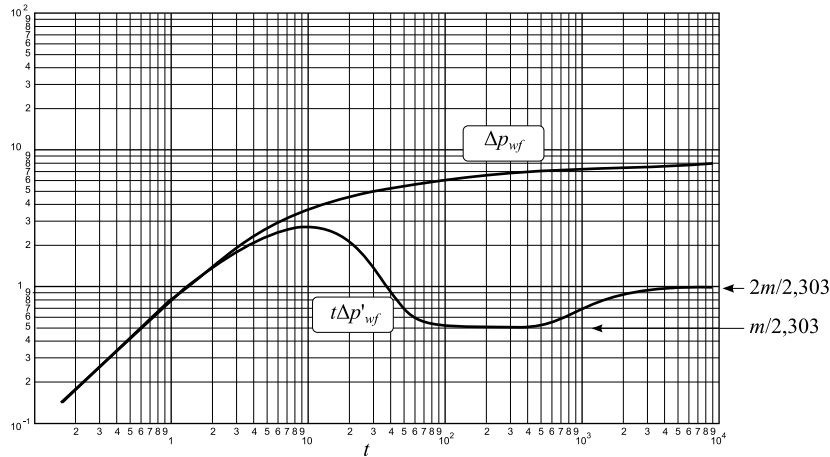


Figura 6.5 – Curvas características log-log para um sistema infinito com falha plana vertical selante.

Conforme foi discutido anteriormente, no início do teste prevalece o comportamento de um poço com efeito de estocagem em um reservatório infinito. Após o desaparecimento dos efeitos de estocagem obtém-se o regime de escoamento radial infinito, quando a pressão é determinada pela Eq. (6.4). Assim, na curva-tipo o chamado *grupo-derivada* seria igual a $1/2$, conforme demonstrado no Capítulo 3, ou seja,

$$(t_D / C_D) p'_{wD} = \frac{1}{2} \quad (6.15)$$

onde $p'_{wD} \equiv dp_{wD}/d(t_D/C_D)$. Por outro lado, substituindo as definições das variáveis adimensionais na Eq. (6.15) obtém-se

$$t\Delta p'_{wf} = C_2 \frac{qB\mu}{kh} \times \frac{1}{2} \quad (6.16)$$

onde $\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf}$ e $\Delta p'_{wf} = d\Delta p_{wf}/dt$. De acordo com o que foi apresentado no Capítulo 3, define-se

$$m = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{kh}. \quad (6.17)$$

Multiplicando e dividindo a Eq. (6.16) por 1,151 resulta:

$$t\Delta p'_{wf} = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{kh} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1,151} = 1,151 C_2 \frac{qB\mu}{kh} \times \frac{1}{2,303} = \frac{m}{2,303}. \quad (6.18)$$

Portanto, na curva dimensional da Figura 6.5, o produto entre o tempo e a derivada da queda de pressão em relação ao tempo é igual a $m/2,303$.

Para um tempo longo, usando o mesmo raciocínio e considerando que a equação que define o comportamento da pressão adimensional no poço é a Eq. (6.7), conclui-se que o *grupo-derivada* é igual a 1 na curva-tipo adimensional, isto é,

$$(t_D / C_D) p'_{wD} = 1 \quad (6.19)$$

e na curva real (dimensional) esse valor é $2m/2,303$.

Conclui-se então que o modelo de reservatório com poço próximo de uma falha plana vertical selante pode ser identificado ao se observar na curva característica, ou seja, no gráfico log-log do *grupo-derivada versus tempo*, dois patamares horizontais, sendo o valor da ordenada correspondente ao segundo patamar igual ao dobro do valor da ordenada correspondente ao primeiro patamar. Além disso, os valores dos patamares observados podem ser usados para se estimar o valor de m e, conseqüentemente, a permeabilidade, usando-se a Eq. (6.17).

Considere-se agora a situação mostrada na Figura 6.6, onde um poço encontra-se próximo a duas falhas planas selantes verticais e ortogonais entre si. Seguindo um desenvolvimento similar ao caso anterior, pode-se demonstrar que as curvas-tipo terão o formato da Figura 6.7.

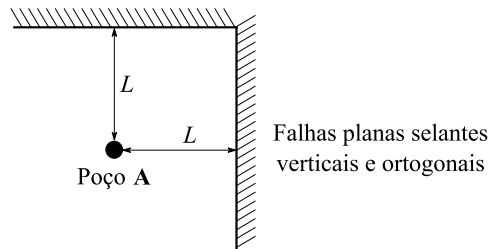


Figura 6.6 – Poço próximo a duas falhas planas selantes verticais e ortogonais.

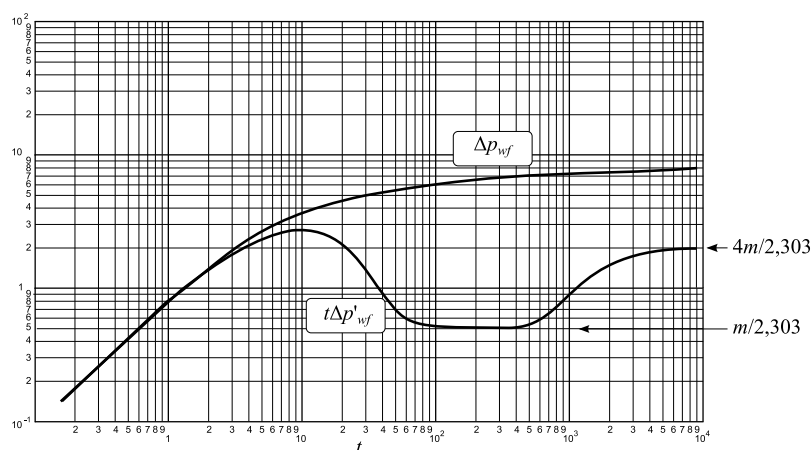


Figura 6.7 – Curvas características para um sistema infinito com um poço equidistante de duas falhas selantes verticais e ortogonais entre si.

Usando esse procedimento é possível construir as curvas-tipo e os gráficos convencionais de análise para os casos em que as falhas formam um ângulo qualquer entre si (ver Figura 2.8).

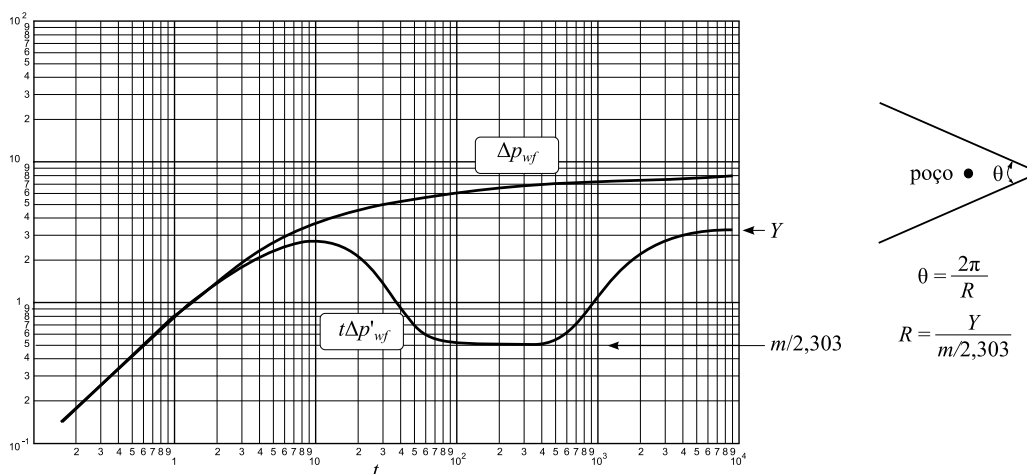


Figura 6.8 – Curvas características para um sistema infinito com um poço equidistante de duas falhas verticais selantes formando um ângulo θ entre si.

6.1.2. Teste de crescimento de pressão

Para este tipo de teste aplica-se, além da superposição de efeitos no espaço, devida à presença dos dois poços, também a superposição no tempo, que representa o fechamento do poço real e do poço imagem, conforme exemplificado na Figura 6.9.

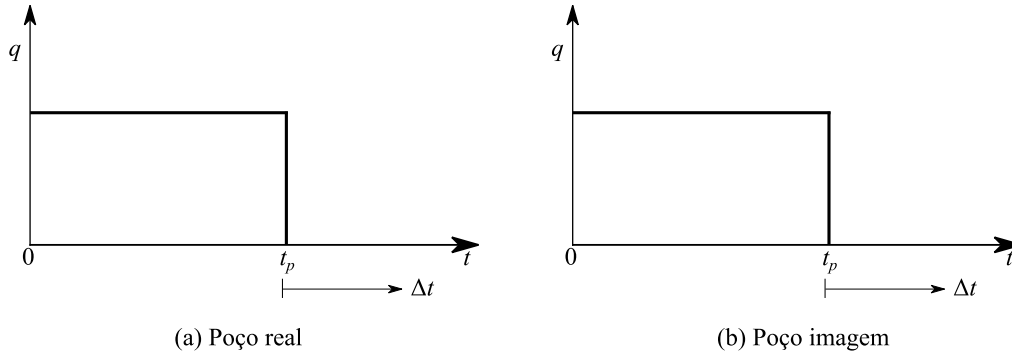


Figura 6.9 – Esquemas de vazão durante um teste de crescimento de pressão – Falha plana vertical selante.

A análise dos dados de pressão através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita usando-se a curva-tipo desenvolvida para o teste de fluxo, cujo formato é o das curvas características mostradas na Figura 6.5, substituindo-se o tempo de fluxo t pelo tempo de fechamento equivalente de Agarwal (Δt_e), conforme definido no Capítulo 4, e a queda de pressão no poço durante o fluxo (Δp_{wf}) pela chamada queda de pressão no poço durante o fechamento (*buildup*), denominada Δp_{wBU} , calculada através da expressão

$$\Delta p_{wBU}(t_p + \Delta t) = p_{ws}(t_p + \Delta t) - (p_{ws})_{\Delta t=0} = p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{wff} \quad (6.20)$$

ou, simplesmente

$$\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wff}, \quad (6.21)$$

onde p_{ws} é a pressão no poço durante o período de estática (fechamento) e p_{wff} a pressão de fluxo final ou última pressão de fluxo ou, ainda, a primeira pressão do período de fechamento.

Conforme discutido no Capítulo 4, o ajustamento com curvas-tipo de fluxo usando a queda de pressão dada pela Eq. (6.21) e o tempo equivalente de Agarwal (Δt_e) apresenta o inconveniente de reduzir o valor de tempo medido durante o teste, já que Δt_e , dado pela expressão

$$\Delta t_e = \frac{t_p \Delta t}{t_p + \Delta t}, \quad (6.22)$$

é sempre menor que o valor real medido (Δt). Isso faz com que a duração equivalente do teste seja reduzida, dificultando o ajuste.

Também de acordo com o que foi apresentado no Capítulo 4, a análise da derivada da pressão através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita ajustando-se as curvas-tipo desenvolvidas para o fluxo aos pontos de um gráfico log-log de $[(t_p + \Delta t)/t_p] \Delta t p'_{ws}(\Delta t)$ versus Δt_e , onde $p'_{ws}(\Delta t) = dp_{ws}(\Delta t)/d(\Delta t)$.

Para o desenvolvimento do método convencional de análise, considere-se a queda de pressão adimensional no poço real **A**, durante o período de fechamento, dada pela expressão:

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = \overbrace{p_D[r_D = 1, (t_p + \Delta t)_D] + s - [p_D(r_D = 1, \Delta t_D) + s]}^{\text{poço real}} + \overbrace{p_D[r_D = 2L/r_w, (t_p + \Delta t)_D] - p_D(r_D = 2L/r_w, \Delta t_D)}^{\text{poço imagem}} \quad (6.23)$$

onde os quatro primeiros termos do lado direito da equação, incluindo o fator de película s , referem-se ao efeito do poço real e os dois últimos ao efeito do poço imagem. A queda de pressão adimensional, p_{wsD} , é definida da maneira convencional, isto é, em relação à pressão inicial, ou seja,

$$p_{wsD} = \frac{kh(p_i - p_{ws})}{C_2 q B \mu}. \quad (6.24)$$

A Eq. (6.23) pode ser simplificada para:

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = p_D[r_D = 1, (t_p + \Delta t)_D] - p_D(r_D = 1, \Delta t_D) + p_D[r_D = 2L/r_w, (t_p + \Delta t)_D] - p_D(r_D = 2L/r_w, \Delta t_D) \quad (6.25)$$

já que a influência do fator de película desaparece na equação da superposição durante um teste de crescimento.

Após o fim dos efeitos de estocagem ou quando esses não estão presentes, a função que representa aproximadamente a queda de pressão adimensional devida à produção de um poço com vazão constante de um reservatório infinito é dada por

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma r_D^2} \right) \quad (6.26)$$

para $t_D / r_D^2 \geq 50$ com erro máximo de 2%, e

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (6.27)$$

para $t_D / r_D^2 \geq 50$ com erro máximo de 1%.

Para um tempo de fechamento (Δt) muito pequeno, o efeito do último termo da Eq. (6.25) é desprezível. Além disso, para o cálculo da queda de pressão no próprio poço pode-se usar quase sempre a Eq. (6.26), já que $r_D = 1$ implica que a condição $t_D / r_D^2 \geq 50$ é satisfeita para um pequeno valor de tempo. Portanto, usando a Eq. (6.26) para representar a queda de pressão no poço devida à sua própria produção, ou seja, o primeiro e o segundo termos do lado direito da Eq. (6.25), e a Eq. (6.27) para representar a queda de pressão no poço devida ao efeito do poço imagem, ou seja, o terceiro termo do lado direito da Eq. (6.25), esta simplifica-se para

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4(t_p + \Delta t)_D}{e^\gamma} \right] - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) - \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4(t_p + \Delta t)_D} \right] \quad (6.28)$$

ou

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{(t_p + \Delta t)_D}{\Delta t_D} \right] - \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4(t_p + \Delta t)_D} \right] \quad (6.29)$$

ou ainda

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_D - \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4(t_p + \Delta t)_D} \right]. \quad (6.30)$$

Admitindo-se ainda a simplificação adicional de que $(t_p + \Delta t) \cong t_p$ no último termo do lado direito da Eq. (6.30), resulta:

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_D - \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_{pD}} \right]. \quad (6.31)$$

Observa-se que no primeiro termo envolvendo $(t_p + \Delta t)$ não foi feita a simplificação $(t_p + \Delta t) \cong t_p$, para que pudesse ser obtida a equação de Horner, como será visto a seguir. Transformando os primeiros dois termos da Eq. (6.31) em variáveis reais pode-se escrever que

$$p_{ws} = p_i - m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) + \frac{m}{2,303} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_{pD}} \right] \quad (6.32)$$

ou ainda

$$p_{ws} = p_i + \frac{m}{2,303} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_{pD}} \right] - m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right), \quad (6.33)$$

onde os dois primeiros termos do lado direito da equação são constantes e somente o último varia com o tempo de fechamento Δt .

Quando o tempo de fechamento for suficientemente longo, os efeitos do poço imagem também poderão ser avaliados pela aproximação logarítmica. Assim, a Eq. (6.25) torna-se

$$\begin{aligned} p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] &= \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4(t_p + \Delta t)_D}{e^\gamma} \right] - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4(t_p + \Delta t)_D}{e^\gamma (2L/r_w)^2} \right] - \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4\Delta t_D}{e^\gamma (2L/r_w)^2} \right] \end{aligned} \quad (6.34)$$

cuja simplificação resulta em

$$p_{wsD}[(t_p + \Delta t)_D] = \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_D \quad (6.35)$$

ou, em variáveis reais,

$$p_{ws} = p_i - 2m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right). \quad (6.36)$$

De acordo com as Eqs. (6.33) e (6.36), os dados de um teste de crescimento de pressão em um sistema infinito com falha plana vertical selante devem resultar, em um gráfico semi-log, em duas retas com inclinações m e $2m$, respectivamente. A Figura 6.10 ilustra as inclinações das retas.

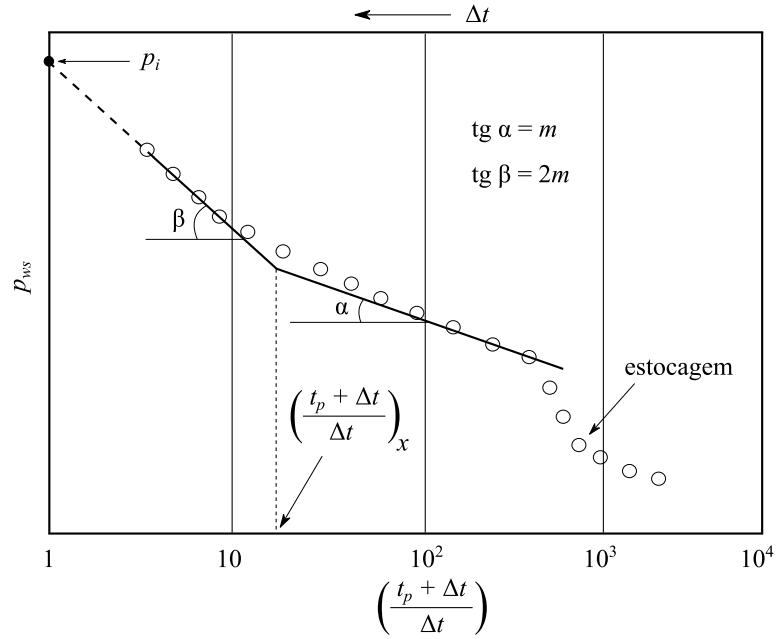


Figura 6.10 – Exemplo de gráfico de Horner – Teste de crescimento de pressão em um sistema infinito com falha plana vertical selante.

A permeabilidade pode ser estimada da maneira usual, através da inclinação m e da Eq.(6.5), ou seja,

$$k = 1,151C_2 \frac{qB\mu}{mh}, \quad (6.37)$$

enquanto a distância à falha é estimada a partir do ponto de interseção das duas retas. Assim, igualando-se as Eqs. (6.31) e (6.35) obtém-se

$$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_{xD} - \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_{pD}} \right] = \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_x \quad (6.38)$$

ou

$$-\frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_{pD}} \right] = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_x. \quad (6.39)$$

O lado esquerdo da Eq. (6.39) é exatamente a solução da integral exponencial para $t_D = t_{pD}$ e $r_D = 2L/r_w$, ou seja

$$p_D(r_D = 2L/r_w, t_D = t_{pD}) = -\frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_{pD}} \right]. \quad (6.40)$$

Portanto, consultado o gráfico da solução da integral exponencial (Figura B.2 do Apêndice B) com valor de $p_D = 0,5 \ln[(t_p + \Delta t)/\Delta t]_x$, obtém-se o seguinte argumento da função integral exponencial:

$$\left(\frac{t_{pD}}{r_D^2} \right) = \left[\frac{t_{pD}}{(2L/r_w)^2} \right]. \quad (6.41)$$

Da definição de t_D tem-se

$$\left(\frac{t_{pD}}{r_D^2} \right) = \frac{C_1 k t_p}{\phi \mu c_i r^2} \quad (6.42)$$

ou

$$\left(\frac{t_{pD}}{r_D^2} \right) = \frac{C_1 k t_p}{\phi \mu c_i (2L)^2}. \quad (6.43)$$

Desta igualdade, isola-se o valor de L :

$$L = \sqrt{\frac{C_1 k t_p}{4 \phi \mu c_i (t_{pD} / r_D^2)}}. \quad (6.44)$$

O cálculo do fator de película é feito através de uma expressão obtida pela combinação das equações do fluxo e do fechamento. Para o período de fluxo usa-se a Eq. (6.1), admitindo-se que seja válida a aproximação logarítmica para a queda de pressão devida ao poço real, e para o poço imagem considera-se a integral exponencial. Então, tem-se que

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4t_D}{e^\gamma} \right) + 2s \right] - \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{(2L/r_w)^2}{4t_D} \right] \quad (6.45)$$

ou, em variáveis reais

$$p_{wf}(t) = p_i - m \left[\log t + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_i r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right] + \frac{m}{2,303} E_i \left(-\frac{\phi \mu c_i L^2}{C_1 k t} \right). \quad (6.46)$$

Para o período de crescimento de pressão utiliza-se a equação da reta de inclinação $2m$, ou seja,

$$p_{ws} = p_i - 2m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right). \quad (6.47)$$

Avaliando a Eq. (6.46) no instante do fechamento ($t=t_p$) obtém-se

$$p_{wff} = p_i - m \left[\log t_p + \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_i r_w^2} \right) + 0,3514 + 0,8686s \right] + \frac{m}{2,303} E_i \left(-\frac{\phi \mu c_i L^2}{C_1 k t_p} \right), \quad (6.48)$$

onde p_{wff} é a última pressão de fluxo, isto é, a pressão de fluxo no instante de fechamento. Por outro lado, a Eq. (6.47) para $\Delta t=1$ fornece

$$p_1 = p_i - 2m \log(t_p + 1), \quad (6.49)$$

onde p_1 é a pressão, lida sobre a segunda reta semi-log (reta de inclinação $2m$), ou sobre a sua extrapolação, para $\Delta t=1$. Combinando-se as Eqs.(6.48) e (6.49) resulta

$$s = 1,151 \left\{ \frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_i r_w^2} \right) + \log \left[\frac{(t_p + 1)^2}{t_p} \right] + \frac{1}{2,303} E_i \left(-\frac{\phi \mu c_i L^2}{C_1 k t_p} \right) - 0,3514 \right\}, \quad (6.50)$$

onde p_1 é o valor lido sobre a reta de inclinação $2m$ para $\Delta t=1$ e p_{wff} é a última pressão de fluxo ou a primeira do crescimento, ou seja, $p_{wff}=p_{ws}(\Delta t=0)$.

Exemplo 6.1 – Um teste de crescimento de pressão, cujos dados estão apresentados na Tabela 6.1, foi realizado em um poço supostamente localizado nas proximidades de uma falha. Caso essa hipótese se confirme após a análise do teste, calcule a distância aproximada até a falha. Indique ainda que outras informações você pode obter do teste.

Outros dados do poço e do reservatório são:

Porosidade (ϕ)	0,21
Viscosidade do óleo (μ_o).....	1,0 <i>cp</i>
Compressibilidade total (c_t).....	$2 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$
Espessura da formação (h).....	10 <i>ft</i>
Vazão de óleo (q_o).....	80 <i>STB/d</i>
Fator de volume de formação do óleo (B_o)....	1,23 <i>bbl/STB</i>
Raio do poço (r_w).....	0,33 <i>ft</i>
Tempo de produção (t_p).....	200 <i>h</i>

Tabela 6.1 – Dados do teste de crescimento de pressão do poço do Exemplo 6.1

Δt (h)	p_{ws} (psi)	$(t_p + \Delta t)/\Delta t$
0,00	2.803	—
0,25	3.135	801,00
0,50	3.156	401,00
0,75	3.169	267,67
1,00	3.177	201,00
1,50	3.191	134,37
2,00	3.198	101,00
2,50	3.207	81,00
3,00	3.214	67,67
3,50	3.218	58,14
4,00	3.224	51,00
4,50	3.227	45,44
5,00	3.232	41,00
5,50	3.235	37,36
6,00	3.240	34,33
6,00	3.245	29,57
8,00	3.252	26,00
10,00	3.264	21,00
12,00	3.272	17,67
15,00	3.285	14,33
20,00	3.300	11,00
25,00	3.312	9,00
50,00	3.346	5,00
100,00	3.378	3,00

Solução:

Inicialmente constrói-se o gráfico de Horner, conforme mostrado na Figura 6.11, de onde se obtém $p^* = 3.442,5 \text{ psi}$, $m_1 = m = 70,9 \text{ psi}$, $m_2 = 2m = 136,7 \text{ psi}$ e $[(t_p + \Delta t)/\Delta t]_x = 35,2$. A relação $m_2 \cong 2m_1$ indica que de fato deve existir uma falha nas proximidades do poço. O valor de p_{1h} é obtido sobre a linha reta de inclinação $2m$ para $\Delta t = 1h$, ou seja,

$$p_{1h} = -136,7 \log\left(\frac{t_p + 1}{1}\right) + 3442,5 = -136,7 \log\left(\frac{200 + 1}{1}\right) + 3442,5 = 3.127,65 \text{ psi}.$$

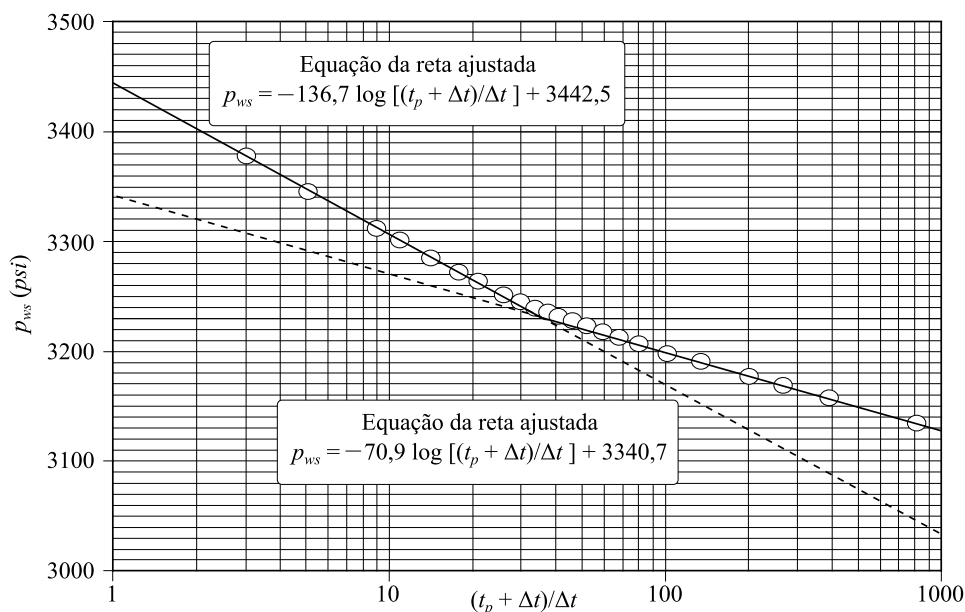


Figura 6.11 – Gráfico de Horner – Exemplo 6.1.

a) Cálculo da permeabilidade média efetiva ao óleo (k_o)

$$k_o = 1,151C_2 \frac{q_o B_o \mu_o}{m_1 h} = 1,151 \times 141,2 \times \frac{80 \times 1,23 \times 1,0}{70,9 \times 10} = 22,6 \text{ md}.$$

b) Cálculo da distância do poço à falha (L)

De acordo com a teoria apresentada, o valor de L é dado pela expressão

$$L = \sqrt{\frac{C_1 k t_p}{4\phi\mu c_i(t_{pD}/r_D^2)}} = \sqrt{\frac{0,0002637 k t_p}{4\phi\mu c_i(t_{pD}/r_D^2)}},$$

onde

$$\left(\frac{t_{pD}}{r_D^2}\right) = \left[\frac{t_{pD}}{(2L/r_w)^2}\right]$$

é o valor obtido de um gráfico da função integral exponencial (Figura B.2 do Apêndice B) com o valor de

$$p_D \left[\frac{t_{pD}}{(2L/r_w)^2}\right] = \frac{1}{2} \ln[(t_p + \Delta t)/\Delta t]_x.$$

Assim, tem-se que:

$$p_D \left[\frac{t_{pD}}{(2L/r_w)^2}\right] = \frac{1}{2} \ln[(t_p + \Delta t)/\Delta t]_x = \frac{1}{2} \ln(35,2) = 1,78 \longrightarrow \frac{t_{pD}}{(2L/r_w)^2} = 16$$

$$L = \sqrt{\frac{0,0002637 \times 22,6 \times 200}{4 \times 0,21 \times 1,0 \times 2 \times 10^{-5} \times 16}} = 66,6 \text{ ft}.$$

c) Cálculo do fator de película do poço (s)

$$\begin{aligned}
 s &= 1,151 \left\{ \frac{p_1 - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + \log \left[\frac{(t_p + 1)^2}{t_p} \right] + \frac{1}{2,303} E_i \left(-\frac{\phi \mu c_t L^2}{C_1 k t_p} \right) - 0,3514 \right\} \\
 s &= 1,151 \left\{ \frac{p_{1h} - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{0,0002637k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + \log \left[\frac{(t_p + 1)^2}{t_p} \right] + \frac{1}{2,303} E_i \left(-\frac{\phi \mu c_t L^2}{0,0002637k t_p} \right) - 0,3514 \right\} \\
 s &= 1,151 \left\{ \frac{3.127,65 - 2.803}{70,9} - \log \left[\frac{0,0002637 \times 22,6}{0,21 \times 1,0 \times 2 \times 10^{-5} \times (0,33)^2} \right] + \log \left[\frac{(200 + 1)^2}{200} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2,303} E_i \left[-\frac{0,21 \times 1,0 \times 2 \times 10^{-5} \times (66,6)^2}{0,0002637 \times 22,6 \times 200} \right] - 0,3514 \right\} \\
 s &= 1,151 \left[4,579 - \log(13.030) + \log(202) + \frac{1}{2,303} E_i(-0,01563) - 0,3514 \right] \\
 s &= 1,151 \left[4,579 - 4,115 + 2,305 + \frac{1}{2,303} \times (-3,61) - 0,3514 \right] = 0,98
 \end{aligned}$$

6.2. Reservatórios Limitados com Diferentes Geometrias

Várias são as geometrias de reservatórios limitados para as quais podem ser obtidas soluções analíticas e, conseqüentemente, desenvolvidos métodos para a análise de testes de poços situados nesses reservatórios. Dentre essas geometrias simples podem ser citados os reservatórios circulares, quadrados, retangulares, em forma de canal etc. Nesta seção são apresentados os comportamentos da pressão e da sua derivada, bem como os métodos de análise, para diversas geometrias de reservatórios limitados.

6.2.1. Teste de fluxo

Conforme discutido no Capítulo 2, mesmo em um reservatório limitado, com as fronteiras externas seladas, no início da produção o regime de escoamento é transiente, influenciado pelos eventuais efeitos de estocagem e de película no poço. Portanto, o comportamento da pressão é o mesmo observado em um reservatório infinito. No longo tempo, ou seja, após algum tempo de produção, suficiente para que todas as fronteiras externas passem a influenciar o comportamento da pressão no poço, é atingido o regime de escoamento pseudopermanente, durante o qual a pressão declina linearmente com o tempo. Neste caso a equação para a queda de pressão adimensional no poço é dada por

$$p_{wD}(t_{DA}) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^{\gamma} C_A r_w^2} \right) + s, \quad (6.51)$$

onde C_A é o coeficiente de forma ou de geometria. Como

$$t_{DA} = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t A} = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} (r_w^2 / A) = (r_w^2 / A) t_D, \quad (6.52)$$

então

$$p_{wD}(t_D) = 2\pi(r_w^2 / A) t_D + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{e^\gamma C_A r_w^2} \right) + s. \quad (6.53)$$

Quando o tempo for suficientemente longo, os últimos dois termos do lado direito da Eq. (6.53) serão desprezíveis se comparados com o primeiro. Com isso, a queda de pressão adimensional é aproximada por

$$p_{wD}(t_D) \cong 2\pi(r_w^2 / A) t_D. \quad (6.54)$$

Tomando o logaritmo da Eq. (6.54) obtém-se

$$\log[p_{wD}(t_D)] \cong \log[2\pi(r_w^2 / A)] + \log t_D \quad (6.55)$$

ou

$$\log[p_{wD}(t_D)] \cong \log[2\pi(r_w^2 / A)] + \log \left(C_D \frac{t_D}{C_D} \right), \quad (6.56)$$

que resulta em

$$\log[p_{wD}(t_D)] \cong \log[2\pi(r_w^2 / A)] + \log C_D + \log(t_D / C_D). \quad (6.57)$$

Portanto, um gráfico de $\log[p_{wD}(t_D)]$ versus $\log(t_D / C_D)$ deve resultar uma linha reta de inclinação unitária. Esse comportamento, no entanto, raramente é observado, pois o tempo necessário para ser válida a aproximação da Eq. (6.54) seria muito grande. No entanto, em reservatórios de pequenas dimensões ou durante os chamados TLDs (testes de longa duração), em que os períodos de fluxo normalmente são de alguns meses, a reta de inclinação unitária pode ser observada.

Derivando a Eq. (6.53) com relação a (t_D / C_D) , tem-se

$$\frac{dp_{wD}(t_D)}{d(t_D / C_D)} \equiv p'_{wD}(t_D) = 2\pi(r_w^2 / A) C_D, \quad (6.58)$$

e multiplicando o resultado por (t_D / C_D) , obtém-se

$$(t_D / C_D) p'_{wD}(t_D) = 2\pi(r_w^2 / A) t_D. \quad (6.59)$$

Tomando o logaritmo da Eq. (6.59) obtém-se

$$\log[(t_D / C_D) p'_{wD}(t_D)] = \log[2\pi(r_w^2 / A) t_D] \quad (6.60)$$

ou

$$\log[(t_D / C_D) p'_{wD}(t_D)] = \log[2\pi(r_w^2 / A)] + \log t_D \quad (6.61)$$

ou ainda

$$\log[(t_D / C_D) p'_{wD}(t_D)] = \log \left[2\pi \left(\frac{r_w^2}{A} \right) \right] + \log \left(C_D \frac{t_D}{C_D} \right), \quad (6.62)$$

que, finalmente, resulta em:

$$\log[(t_D / C_D) p'_{wD}(t_D)] = \log \left[2\pi \left(\frac{r_w^2}{A} \right) \right] + \log C_D + \log \left(\frac{t_D}{C_D} \right). \quad (6.63)$$

Logo, o gráfico do grupo-derivada em uma curva-tipo, isto é, $\log[(t_D / C_D) p'_{wD}(t_D)]$ versus $\log(t_D / C_D)$, resultará em uma reta com coeficiente angular unitário após atingir o regime de escoamento pseudopermanente.

No curto tempo as curvas-tipo da queda de pressão adimensional e do grupo-derivada mostrarão efeitos de estocagem e de película, seguidos de um comportamento de reservatório infinito, isto é, do regime de escoamento radial transiente. Entre os vários regimes de escoamento haverá sempre períodos de transição.

Similarmente às curvas adimensionais, as curvas dos dados reais de um teste de fluxo, a queda de pressão (Δp_{wf}) e o grupo-derivada ($t\Delta p'_{wf}$) versus t , onde $\Delta p'_{wf}$ é a derivada da queda de pressão em relação ao tempo, apresentarão em um gráfico log-log também o comportamento descrito anteriormente, conforme ilustrado na Figura 6.12. O número 1 mostrado na reta da curva da derivada no período final do teste indica que a inclinação é unitária.

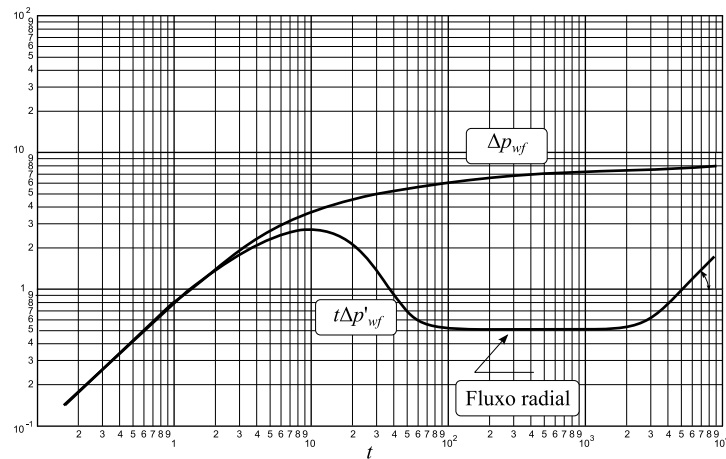


Figura 6.12 – Gráfico log-log da queda de pressão e do grupo-derivada (curvas características) durante um teste de fluxo em um reservatório limitado sem alimentação na fronteira externa.

Em alguns casos outras características particulares podem ser observadas nas curvas-tipo, além das que aparecem na Figura 6.12. Por exemplo, no caso de um poço no centro de um retângulo, em que a relação entre as dimensões dos lados seja significativamente maior que 1, o comportamento da derivada é mostrado na Figura 6.13. Além do comportamento devido à estocagem e do valor constante no início do teste, representativo do escoamento radial transiente, e da inclinação unitária no longo tempo, devida ao escoamento pseudopermanente, nota-se um período intermediário com inclinação igual a 1/2. Esse regime de escoamento intermediário corresponde ao chamado fluxo canal, que é discutido em detalhes na Seção 6.4. Nesse regime o escoamento é linear transiente ou, mais precisamente, pseudolinear transiente. Isso decorre do fato de que, em um tempo intermediário, não há ainda efeitos dos limites mais distantes do reservatório (no caso em questão, dos lados verticais do retângulo, que estão muito mais distantes do poço que os lados horizontais), de modo que as linhas de corrente são lineares (exceto nas imediações do poço), em função da forma alongada do reservatório. Os números 1/2 e 1 mostrados nas duas retas da curva da derivada indicam que as inclinações são iguais a 1/2 e 1, indicando, respectivamente, os regimes de escoamento em canal e pseudopermanente, respectivamente.

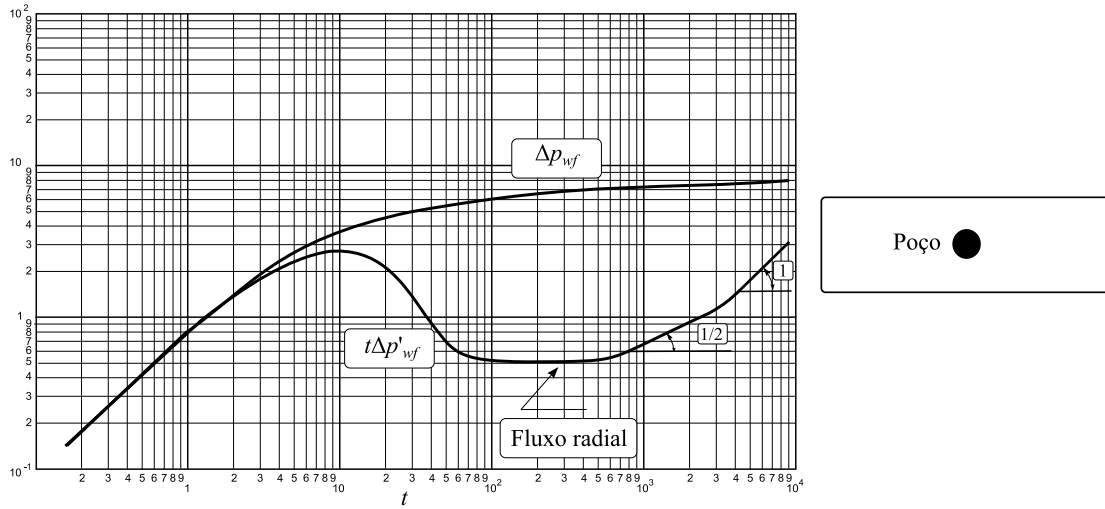


Figura 6.13 – Gráfico log-log da queda de pressão e do grupo-derivada em um reservatório retangular alongado com um poço no centro.

A análise do período de escoamento radial transiente, tanto pelo método de ajustamento com curva-tipo como pelo método convencional, foi discutida no Capítulo 3, bem como do período de escoamento pseudopermanente, que corresponde ao chamado teste de limite de reservatório. Em termos de variáveis reais, a Eq. (6.51) pode ser escrita como

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{wf}) = 2\pi \left(\frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t A} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right) + s, \quad (6.64)$$

que é a equação básica para a análise do teste de limite de reservatório pelo método convencional.

6.2.2. Teste de crescimento de pressão

Similarmente às outras geometrias, a análise através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita usando-se a curva-tipo desenvolvida para teste de fluxo, substituindo-se o tempo de fluxo t pelo tempo de fechamento equivalente de Agarwal (Δt_e), conforme definido no Capítulo 4 como

$$\Delta t_e = \frac{t_p \Delta t}{t_p + \Delta t}, \quad (6.65)$$

e a queda de pressão no poço durante o fluxo (Δp_{wf}) pela chamada queda de pressão no poço durante o fechamento (*buildup*), denominada Δp_{wBU} , calculada através da expressão

$$\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wff}, \quad (6.66)$$

onde p_{ws} é a pressão no poço durante o período de estática (fechamento) e p_{wff} a última pressão de fluxo. Por sua vez, também de acordo com o que foi apresentado no Capítulo 4 e apresentado em seções anteriores neste capítulo para outras geometrias, a análise dos dados da derivada da pressão através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita ajustando-se as curvas-tipo desenvolvidas para fluxo aos dados do teste colocados em um gráfico log-log de $[(t_p + \Delta t)/t_p] \Delta t p'_{ws}(\Delta t)$, onde $p'_{ws}(\Delta t) = dp_{ws}(\Delta t)/d(\Delta t)$. O comportamento da pressão e a análise de um teste de crescimento pelo método convencional, tanto em reservatórios grandes, isto é, que se comportam durante o fluxo e/ou durante o crescimento como reservatórios infinitos, como também em reservatórios limitados, já foram abordados no Capítulo 2 e também no Capítulo 3, já que, conforme mencionado anteriormente, normalmente um teste de crescimento é analisado como um teste de fluxo usando o tempo equivalente de Agarwal.

6.3. Reservatório com Aquífero e/ou Capa de Gás

Conforme foi visto no Capítulo 2, um reservatório de óleo homogêneo e isotrópico, que possua um sistema de manutenção de pressão constante em seus limites externos, quando produzido com vazão constante atinge no longo tempo o regime de escoamento permanente. Essa manutenção de pressão poderia ser proporcionada pela presença de uma linha periférica de poços injetores com pressão constante ou de um aquífero lateral muito grande ou também realimentado, capaz de manter a pressão no contato óleo/água aproximadamente constante.

A partir do instante em que é atingido o regime permanente, a pressão no sistema não sofre mais nenhuma variação. Por exemplo, para um reservatório cilíndrico que produz através de um poço vertical localizado no seu centro, a queda de pressão adimensional no poço durante o regime permanente é dada por

$$p_{wD} = \ln r_{eD} + s, \quad (6.67)$$

onde $r_{eD} = r_e/r_w$, r_e é o raio do reservatório, r_w o raio do poço e s o fator de película.

No longo tempo, a curva-tipo da queda de pressão adimensional (gráfico log-log de p_{wD} versus t_D/C_D) tenderá para uma constante igual a $\log[\ln(r_{eD}) + s]$. Por outro lado, como a derivada de uma constante é igual a zero, o gráfico log-log de $(t_D/C_D)p'_{wD}$ versus t_D/C_D tenderá para $-\infty$. Nos tempos curto e médio serão observados o período de estocagem e o regime de escoamento transiente (radial infinito). Os mesmos comportamentos são seguidos pelas variáveis reais, conforme exemplificado na Figura 6.14. Portanto, uma queda acentuada do valor do grupo-derivada em um gráfico log-log pode ser indicativa da presença de uma fronteira com pressão constante.

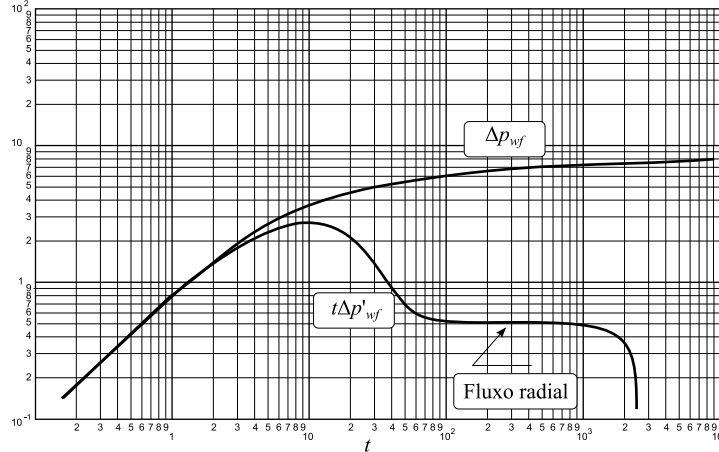


Figura 6.14 – Gráfico log-log da queda de pressão e do grupo-derivada (curvas características) em um reservatório limitado com manutenção de pressão nos limites externos.

Os dados de longo tempo não permitem uma análise pelo método convencional, pois a pressão tende para uma constante. Os dados de curto tempo (período influenciado pelos efeitos de estocagem) e de tempo intermediário (radial infinito) são analisados de acordo com os métodos apresentados no Capítulo 3.

Além da situação mencionada nos parágrafos anteriores, outra causa para a manutenção de pressão pode ser a presença de capa de gás e/ou aquífero de fundo. A maioria dos modelos utilizados na análise de testes de pressão admite que o reservatório seja limitado no seu topo e na sua base por camadas impermeáveis. Essa hipótese, porém, não é válida quando há uma capa de gás e/ou um aquífero de fundo. No caso de um reservatório com uma grande capa de gás, em que somente o óleo esteja sendo produzido, o contato gás/óleo pode ser considerado como um limite de pressão aproximadamente constante, o que

provoca um componente vertical para o escoamento de óleo. O efeito da capa de gás depende do nível de comunicação vertical e a hipótese de manutenção de pressão deve-se à grande compressibilidade do gás.

Embora com a continuação da produção, o contato gás/óleo tenda a descer, para efeito de análise de testes, pode-se admitir que seja estacionário (já que a duração de um teste geralmente é pequena), representando então um limite com manutenção de pressão. Assim, a produção é devida a dois efeitos: a expansão do óleo e o influxo proveniente da capa de gás. Este último efeito causa o escoamento vertical do óleo.

No caso de um aquífero de fundo, o mesmo processo ocorreria, embora em muitos casos a comunicação vertical não seja tão boa, em função de efeitos de diagênese, que tendem a reduzir a permeabilidade da rocha no aquífero.

Quando há a presença de uma capa de gás ou de um aquífero de fundo, é prática comum se canhonear o poço somente em uma parte do intervalo produtor, de modo a evitar a formação prematura de cone e a produção prematura de gás e/ou água. Logo, nessas situações haverá a chamada *completação parcial* ou *entrada restrita* (ver Capítulo 6). Streltsova-Adams (1979) estudou o comportamento do escoamento em um poço com entrada restrita e limite superior (ou inferior) com pressão constante (p_i), conforme ilustrado na Figura 6.15. Nesse exemplo, no limite superior (topo do reservatório) a pressão é mantida constante e o limite inferior (base do reservatório) é impermeável. A permeabilidade horizontal (radial) é k_r .

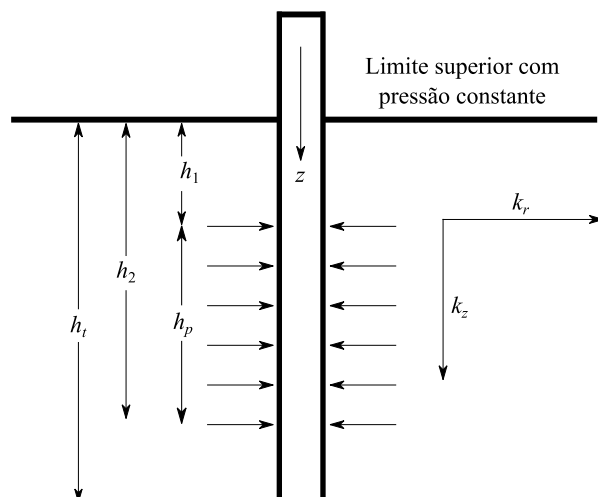


Figura 6.15 – Poço vertical com completção parcial em um reservatório com pressão constante no limite superior. Reproduzida de Welltest Analysis in Complex Reservoirs. Copyright ©, com permissão de **Edinburgh Petroleum Services Limited**.

Admitindo-se que a vazão de escoamento seja uniforme no intervalo canhoneado, ou seja, que a vazão por unidade de comprimento do canhoneado (qB/h_p) seja uniforme ao longo do intervalo, onde q é a vazão na superfície e h_p o intervalo canhoneado, e que o poço tenha raio infinitesimalmente pequeno (modelo da fonte-linear ou linha-fonte), a condição de contorno interna é dada, em um sistema compatível de unidades, pelas equações

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = \frac{qB\mu}{2\pi k_r h_p}, \quad h_1 < z < h_2 \quad (6.68)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0, \begin{cases} 0 < z < h_1 \\ h_2 < z < h_t \end{cases} \quad (6.69)$$

onde z é o eixo vertical do sistema de coordenadas cartesianas, com crescimento no sentido de cima para baixo e $z=0$ no topo do reservatório, e r é a coordenada horizontal (radial).

No limite superior admite-se que a pressão seja constante em função da presença da capa de gás, ou seja,

$$p(r, z=0, t) = p_i, \quad (6.70)$$

e no limite inferior não há escoamento (camada inferior é impermeável), resultando na seguinte condição:

$$\left[\frac{dp(r, z, t)}{dz} \right]_{z=h_t} = 0 \quad (6.71)$$

Streltsova-Adams obteve uma solução analítica da equação da difusividade, sujeita às condições de contorno dadas pelas Eqs. (6.68) a (6.71), para um reservatório lateralmente infinito, sem efeito de estocagem e sem efeito de película no poço. Para essa solução foram definidas as seguintes variáveis adimensionais, válidas para um sistema qualquer de unidades:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{k_r h_t [p_i - p(r, z, t)]}{C_2 q B \mu}, \quad (6.72)$$

$$t_D = \frac{C_1 k_r t}{\phi \mu c_t r^2} \quad (6.73)$$

e

$$r_D = \frac{r}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}. \quad (6.74)$$

Observa-se que a distância adimensional utilizada por Streltsova-Adams é o inverso da espessura adimensional, definida normalmente como

$$h_D = \frac{h_t}{r} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}. \quad (6.75)$$

Note-se também que a queda de pressão adimensional depende somente da distância radial e do tempo, e não depende de z , embora a pressão real (p) dependa. Portanto, o valor de p_D apresentado por Streltsova-Adams representa uma média das pressões ao longo da dimensão z . Particularmente, no poço representa uma média das pressões ao longo do trecho perfurado h_p . Alternativamente, a pressão pode ser avaliada em um determinado ponto da espessura do reservatório, isto é, para um determinado valor de z , como no exemplo comentado a seguir.

Streltsova-Adams apresentou os resultados em forma de tabelas de p_D versus t_D e r_D para várias razões de completção parcial (h_p/h_t). Deve-se ressaltar que, para o cálculo da pressão no poço, é necessário considerar $r=r_w$. Portanto, de acordo com a definição da Eq. (6.74), a distância adimensional, para o caso em que se analisa o comportamento da pressão no poço, é dada pela expressão

$$r_{wD} = \frac{r_w}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}. \quad (6.76)$$

Além disso, a definição do tempo adimensional passa a ser

$$t_{Dw} = \frac{C_1 k_r t}{\phi \mu c_t r_w^2}, \quad (6.77)$$

que é a forma tradicional de se definir o tempo adimensional, e a queda adimensional de pressão no poço é denominada $p_{wD}(r_{wD}, t_{Dw})$ ou, simplesmente, p_{wD} .

A Figura 6.16 mostra exemplos desses resultados (curvas-tipo) para o caso em que todo o intervalo produtor é canhoneado (completado), ou seja, em que $h_p = h_i$. As pressões mostradas na figura foram avaliadas, usando a solução analítica, na metade do intervalo produtor, isto é, para $z = h_p/2 = h_i/2$. A curva superior corresponde à solução do modelo da fonte-linear para escoamento radial transiente (solução da integral exponencial).

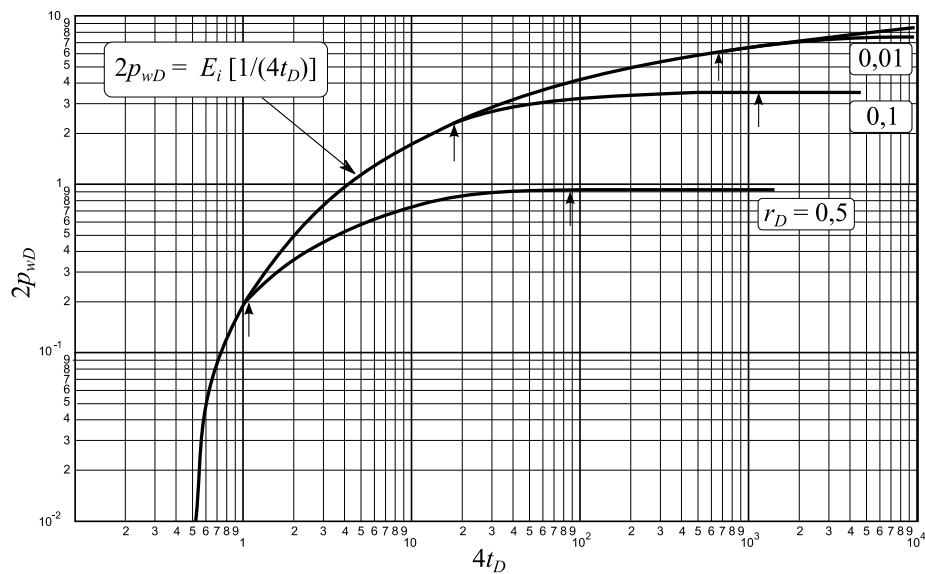


Figura 6.16 – Curvas-tipo para a queda de pressão adimensional em um poço vertical com completção total em um reservatório com pressão constante no limite superior (Streltsova-Adams, 1979). Reproduzida de Welltest Analysis in Complex Reservoirs. Copyright ©, com permissão de **Edinburgh Petroleum Services Limited**.

Observe-se na Figura 6.16 que, para tempos curtos, o comportamento da pressão no caso de limite superior com pressão constante é idêntico ao caso em que o limite superior é impermeável, isto é, o comportamento é de escoamento radial transiente. Após algum tempo, porém, a curva de p_{wD} desvia-se da curva do caso com limites impermeáveis, atingindo menores valores para a queda de pressão, devido ao suporte fornecido pela capa de gás. No longo tempo a queda de pressão tende para uma constante, conforme esperado. Novamente, a exemplo do que ocorre no caso de pressão constante no limite externo, no longo tempo é alcançado o regime permanente de escoamento. Em termos de pressões reais, um gráfico da pressão de fluxo em função do logaritmo do tempo ($\ln t$) apresentaria os seguintes comportamentos (em ordem sequencial), conforme discutido no Capítulo 2: curva influenciada por efeitos de estocagem e película, reta (regime radial transiente), curva influenciada pelos efeitos do limite superior de pressão constante e, finalmente, reta horizontal (regime permanente, pressão constante). Portanto, dados reais mostrando esse comportamento podem ser a indicação da presença de uma capa de gás e/ou de um aquífero de fundo que fornece adequado suporte de pressão para o reservatório de óleo. Eventualmente a reta semi-log pode ainda estar mascarada pelos efeitos de estocagem.

Para efeito de análise pelos métodos convencionais, é importante estimar a duração do período em que as soluções dos modelos com manutenção de pressão no limite superior (ou inferior) e com limites impermeáveis são idênticas, bem como o tempo em que o regime permanente é alcançado. Note-se na

Figura 6.16 que aproximadamente $1\frac{1}{2}$ ciclos logarítmicos separam o fim do escoamento radial transiente (ponto onde uma determinada curva-tipo deixa de coincidir com a solução do escoamento transiente representada pela curva superior – solução da fonte-linear) do início do escoamento permanente (ponto onde a pressão passa a ser constante), conforme indicação das setas verticais. Um exame da Figura 6.16 e da tabela apresentada por Streltsova-Adams mostra que esses dois eventos correspondem, aproximadamente, a um determinado valor do produto r_D^2/t_D . Denominando esse produto de t_D^* , tem-se que

$$r_D^2/t_D = \frac{r^2 k_z C_1 k_r t}{h_i^2 k_r \phi \mu c_t r^2} = \frac{C_1 k_z t}{\phi \mu c_t h_i^2} \equiv t_D^* . \quad (6.78)$$

Inspecionando a solução analítica apresentada por Streltsova-Adams, observa-se que o tempo adimensional para o final do escoamento radial transiente (t_{Dffr}^*) é de 0,05, ou seja,

$$t_{Dffr}^* = \frac{C_1 k_z t_{ffr}}{\phi \mu c_t h_i^2} = 0,05 \quad (6.79)$$

onde t_{ffr} é o tempo (real) para o final do escoamento radial (transiente). Portanto, a duração do escoamento radial depende, além da porosidade, da viscosidade e da compressibilidade, como sempre, também da permeabilidade vertical e da espessura da formação. Por sua vez, o tempo adimensional para o início do escoamento radial permanente (t_{Difp}^*) é aproximadamente igual a 1:

$$t_{Difp}^* = \frac{C_1 k_z t_{ifp}}{\phi \mu c_t h_i^2} = 1 \quad (6.80)$$

onde t_{ifp} é o tempo (real) para o início do escoamento radial permanente. Nesse instante, a pressão atinge um valor estabilizado porque o influxo através do limite (contato gás/óleo) é igual à produção de óleo no poço.

Os critérios mencionados são importantes, tanto para o projeto como para a análise de um teste. Se possível o período de fluxo deve ser longo o suficiente para se atingir o regime permanente. O tempo para o início do escoamento permanente (t_{ifp}) pode ser estimado usando-se a resposta de pressão do teste, verificando-se quando a pressão deixa de variar. Com isso determina-se, aproximadamente, o final do escoamento radial transiente. Por outro lado, a regra dos $1\frac{1}{2}$ ciclos logarítmicos mencionada anteriormente pode ser empregada para se estimar o final do escoamento radial transiente. Com isso pode-se estimar o período em que ocorreu o escoamento radial transiente e traçar a reta semi-log que representa esse regime de escoamento. A partir da inclinação da reta semi-log, pode ser feita a estimativa do produto $k_r h_i / \mu$ na análise pelo método convencional, conforme o procedimento discutido no Capítulo 3. Conhecendo-se a espessura e a viscosidade do fluido, pode-se determinar a permeabilidade horizontal k_r .

Conclui-se que a análise de dados de pressão para curto tempo (mas após o desaparecimento dos efeitos de estocagem) é essencial nos casos de limites com pressão constante. Se o escoamento radial transiente for mascarado por efeitos de estocagem, a análise só poderá ser feita com o uso de curvas-tipo que incorporem esse efeito ou com dados de vazão medidos no fundo do poço, que consideram, portanto, somente a contribuição do reservatório para a produção total do poço, excluindo-se a contribuição devida à descompressão do fluido do interior do poço (efeito de estocagem).

6.3.1. Teste de fluxo

Quando há suspeita da presença de um limite superior ou inferior com pressão constante, a produção do poço deve ser, sempre que possível, mantida com vazão constante até que seja atingido o escoamento permanente. A análise do teste pode ser feita com curvas-tipo, como as da Figura 6.16, e com os métodos

convencionais, colocando-se os dados em gráfico cartesiano e em gráfico semi-log. A evidência da manutenção de pressão será dada pela presença de uma reta no gráfico semi-log, representando o escoamento radial transiente, seguida por um valor constante (em ambos os gráficos), representando o escoamento permanente. A análise do escoamento radial transiente através do gráfico semi-log (método convencional) permite estimar a permeabilidade e o fator de película, usando as equações apresentadas no Capítulo 3 para teste de fluxo em reservatório infinito e considerando como espessura somente o intervalo canhoneado (completado) h_p . Com o prosseguimento do teste, ainda no regime transiente, o escoamento poderá ter a aparência de um escoamento pseudoradial, em que as linhas de corrente são radiais horizontais em todo o reservatório, exceto nas imediações do poço, em função da completação parcial. Nesse caso o fator de película calculado poderá incluir o dano (ou estímulo) real do poço e um dano aparente devido à geometria das linhas de corrente (restrição do fluxo nas imediações do poço). Os métodos descritos na seção referente à completação parcial poderão ser utilizados, se for o caso.

A expressão para a queda de pressão adimensional durante o período de escoamento radial permanente (p_{Dp}), para o caso em que a razão de completação seja igual a 1, ou seja, $h_p/h_t=1$, e para $r_D < 0,1$ (o que sempre será obedecido quando se trata de analisar a pressão no poço, onde $r=r_w$) é definida por Streltsova-Adams como:

$$p_{Dp}(r_D, t_D) \equiv p_{Dp}(r_D) = -2,34 \log r_D - 0,49 \quad r_D < 0,1 \quad (6.81)$$

Esta equação, aplicada no poço ($r=r_w$), resulta em

$$p_{wDp} = -2,34 \log r_{wD} - 0,49 \quad r_{wD} < 0,1 \quad (6.82)$$

onde p_{wDp} é a queda de pressão adimensional no poço durante o regime de escoamento radial permanente. Em variáveis reais, tem-se que:

$$\frac{k_r h_t (p_i - p_{wfp})}{C_2 q B \mu} = -2,34 \log \left(\frac{r_w}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \right) - 0,49 \quad e \quad r_{wD} = \frac{r_w}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} < 0,1 \quad (6.83)$$

onde p_{wfp} é a pressão de fluxo no poço durante o regime radial permanente. Esta equação pode ser usada para se estimar k_r a partir da medição da pressão durante o regime permanente, já que k_z pode ser estimada a partir do tempo (observado durante o teste) para atingir esse regime com a Eq. (6.80). Incluindo-se o efeito de película, a Eq. (6.83) passa a ser expressa como:

$$\frac{k_r h_t (p_i - p_{wfp})}{C_2 q B \mu} = -2,34 \log \left(\frac{r_w}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \right) + s - 0,49 \quad r_{wD} = \frac{r_w}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} < 0,1 \quad (6.84)$$

Note-se que a Eq. (6.84), válida para o caso de uma capa de gás que mantenha a pressão constante no limite superior, e a Eq. (6.67), válida para o caso de manutenção de pressão no limite externo, são muito diferentes. A Eq. (6.84) aplica-se quando há um limite superior ou inferior com pressão constante, acima ou abaixo da zona de óleo. O índice de produtividade do poço durante o regime estabilizado de escoamento permanente (IP_p), ao menos no início, quando o contato gás/óleo ou óleo/água encontra-se ainda próximo da sua posição original, pode ser previsto com a seguinte equação:

$$IP_p = \frac{q}{p_i - p_{wfp}} = \frac{k_r h_t}{C_2 B \mu \left[-2,34 \log \left(\frac{r_w}{h_t} \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \right) + s - 0,49 \right]} \quad (6.85)$$

6.3.2. Raio de investigação de um teste de fluxo

Conforme foi apresentado no Capítulo 3, para o escoamento radial horizontal transiente, quando o reservatório apresenta camadas impermeáveis nos limites inferior e superior, o raio de investigação de van Poolen (1964) durante um teste de fluxo pode ser definido por

$$r_i = \sqrt{\frac{4C_1 k t}{\phi \mu c_t}}, \quad (6.86)$$

o que indica que o raio de investigação cresce indefinidamente com a raiz quadrada do tempo. Essa definição é obtida admitindo-se uma distribuição de pressão pseudopermanente em um sistema circular de raio igual ao raio de investigação, mas em geral corresponde também ao raio a partir do qual a queda de pressão adimensional é menor que 0,1. No caso em que há um limite (superior ou inferior) com pressão constante, o distúrbio de pressão não se propaga indefinidamente no interior do reservatório. Uma vez que o regime de escoamento permanente tenha sido atingido, a produção do poço é mantida pelo influxo através do limite de pressão constante, o campo de pressões não mais se altera e é impossível investigar mais no interior do reservatório. A solução analítica obtida por Streltsova-Adams mostra que a queda de pressão adimensional (p_{Dp}) é aproximadamente igual a 0,1 para $r_D = 1,25$. Logo, para $r_D > 1,25$ não é possível que a queda de pressão adimensional, independentemente da duração do teste, seja maior que 0,1. Com isso pode-se também definir um raio de investigação adimensional para o caso de limite superior ou inferior com pressão constante (escoamento permanente), ou seja,

$$r_{ipD} = 1,25 \quad (6.87)$$

Usando a definição de r_D dada pela Eq. (6.74) resulta na seguinte expressão para o raio de investigação no escoamento permanente:

$$r_{ip} = 1,25 h_t \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}. \quad (6.88)$$

Observe-se que o raio de investigação depende da espessura da formação e da anisotropia de permeabilidade, mas não depende do tempo nem da constante de difusividade hidráulica, como no caso da Eq. (6.86).

Outra maneira de se definir o raio de investigação é utilizar o tempo para o início do regime permanente, dado pela Eq. (6.80), na definição convencional do raio de investigação, Eq. (6.86). Com isso obtém-se um valor ligeiramente superior ao da definição anterior, ou seja,

$$r_{ip} = 2 h_t \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}. \quad (6.89)$$

Uma terceira definição pode ser obtida considerando-se que o raio de investigação é controlado pelo tempo durante o qual o regime é radial horizontal transiente, dado pela Eq. (6.79). Substituindo esse tempo na Eq. (6.86), resulta em um valor mais conservador para o raio investigado

$$r_{ip} = 0,45 h_t \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}. \quad (6.90)$$

6.3.3. Teste de crescimento de pressão

A análise de um teste de crescimento de pressão nesse tipo de reservatório é feita usando-se os métodos apresentados no Capítulo 4, tais como os métodos de Horner, Agarwal e MDH. Particularmente, o método de MDH é preferível nesse caso em comparação com o método de Horner. Isso ocorre porque, conforme foi apresentado no Capítulo 4, no desenvolvimento do método de MDH admite-se que

$p_D(t_p + \Delta t)_D$ seja aproximadamente constante. Isso só é válido quando $\Delta t \ll t_p$. No entanto, no caso em que durante o período de fluxo o poço tenha atingido o regime permanente, como se admite no modelo em questão, $p_D(t_p + \Delta t)_D$ é de fato constante, independentemente do valor de Δt . Portanto, as condições são adequadas para o uso do método de MDH.

6.4. Reservatório em Forma de Canal

Um reservatório em forma de canal é aquele com dois limites laterais impermeáveis paralelos. Nesse tipo de geometria o escoamento normalmente é chamado de *fluxo canal*. Esse tipo de geometria de reservatório pode ocorrer em sistemas deposicionais canalizados, resultando em reservatórios alongados, isto é, em que o comprimento é relativamente grande quando comparado com a largura (reservatórios relativamente estreitos).

O modelo mais simples a ser considerado admite a existência de um poço localizado à meia-distância entre os limites, conforme ilustrado na Figura 6.17, onde L é a distância entre o poço e a borda do canal, ou seja, a metade da largura do canal, sendo esta então a dimensão característica do sistema.

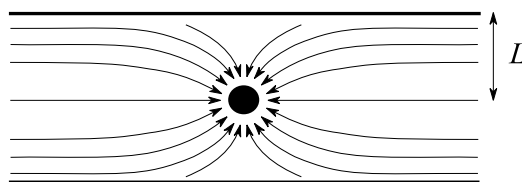


Figura 6.17 – Linhas de corrente em um reservatório em forma de canal com poço no centro (tempo longo).

Os limites externos são considerados impermeáveis, como se fossem duas falhas planas verticais, paralelas e selantes. A largura do canal é definida como $W = 2L$. Pode-se definir a distância adimensional característica como

$$L_D = L / r_w. \quad (6.91)$$

Nessa geometria, inicialmente as linhas de corrente são radiais, convergindo para o poço, enquanto não houver efeito dos limites do reservatório (canal) sobre o comportamento da pressão. Portanto, inicialmente o regime de escoamento é radial transiente. A duração desse regime dependerá das características do sistema-rocha fluido, como em qualquer outra geometria, e da largura do canal. Quanto menor for a largura do canal, menor será a duração do regime radial transiente.

No longo tempo as linhas de corrente serão paralelas, exceto nas imediações do poço, onde haverá uma convergência para este, conforme mostrado na Figura 6.17. Logo, para tempos longos o regime de escoamento será similar ao escoamento linear transiente, exceto pela presença da distorção das linhas de corrente nas imediações do poço. Este efeito pode ser representado por um pseudodano e o regime de escoamento pode ser chamado de *pseudolinear transiente*. Eventualmente, entre esses dois regimes de escoamento poderia ocorrer uma transição em que haveria efeitos dos limites ainda sobre o escoamento radial, antes que o escoamento pseudolinear fosse estabelecido. Em outras situações o regime radial poderia ser mascarado por efeitos de estocagem ou não ser observado se a largura do canal fosse muito pequena. De qualquer modo este último caso é equivalente ao anterior, pois o não aparecimento do escoamento radial é também decorrente dos efeitos de estocagem. Caso esse efeito não existisse, o escoamento radial seria sempre observado, por menor que fosse a sua duração.

Pode-se definir como tempo adimensional

$$t_{DL} = \frac{t_D}{L_D^2} = \frac{t_D}{(L/r_w)^2} = \frac{t_D}{(W/2/r_w)^2} = \frac{4t_D r_w^2}{W^2}, \quad (6.92)$$

onde t_D é definido da maneira convencional, ou seja,

$$t_D = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2}. \quad (6.93)$$

A queda de pressão também pode ser definida da maneira convencional, utilizada para os casos de escoamento radial:

$$p_D = \frac{kh(p_i - p)}{C_2 q B \mu}, \quad (6.94)$$

sendo no poço expressa como

$$p_{wD} = \frac{kh(p_i - p_{wf})}{C_2 q B \mu}, \quad (6.95)$$

onde p_{wf} é a pressão de no poço. Empregando essas definições, a queda de pressão adimensional no poço para escoamento linear transiente é dada por (Earlougher, 1977):

$$p_{wD} = \sqrt{\pi t_{DL}} = \sqrt{\pi \frac{4t_D r_w^2}{W^2}} = 2\sqrt{\pi \frac{t_D r_w^2}{W^2}}. \quad (6.96)$$

Substituindo a definição de t_D , Eq. (6.93), na Eq. (6.96), resulta em:

$$p_{wD} = 2\sqrt{\pi \frac{C_1 k t r_w^2}{\phi \mu c_t r_w^2 W^2}} = 2\sqrt{\pi \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t W^2}}. \quad (6.97)$$

Definindo-se um novo tempo adimensional como

$$t_{DW} = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t W^2} \quad (6.98)$$

a Eq. (6.97) passa a ser dada por

$$p_{wD} = 2\sqrt{\pi t_{DW}}. \quad (6.99)$$

Incluindo o efeito do dano aparente (pseudodano) causado pela confluência de linhas de corrente na direção do poço, e a presença de um eventual dano mecânico, a Eq. (6.99) pode ser escrita como

$$p_{wD} = 2\sqrt{\pi t_{DW}} + s_W + s \quad (6.100)$$

ou ainda

$$p_{wD} = 2\sqrt{\pi t_{DW}} + s_t, \quad (6.101)$$

onde s_W é o *pseudofator de película*, devido à convergência das linhas de corrente nas imediações do poço, s é o fator de película mecânico convencional e s_t é o fator de película total, isto é, $s_t = s_W + s$. Nutakki & Mattar (1982) propuseram uma equação aproximada para relacionar o pseudofator de película (s_W) e a largura do canal:

$$s_W = 1,518 L_D^{0,185} . \quad (6.102)$$

Esta equação também pode ser escrita como

$$s_W = 1,335 W_D^{0,185} , \quad (6.103)$$

onde W_D é a largura adimensional do canal, dada por $W_D = W/r_w$.

6.4.1. Teste de fluxo

A identificação dos regimes de escoamento (radial transiente e pseudolinear transiente) pode ser feita com as mesmas técnicas já estudadas para outras geometrias, como, por exemplo, das curvas-tipo. O primeiro regime de escoamento (radial transiente) pode não se desenvolver plenamente quando a largura do canal é pequena ou pode ser mascarado por efeitos de estocagem no poço. De acordo com Nutakki & Mattar, o final do escoamento radial transiente ocorre, aproximadamente, quando $t_D = 0,67 L_D^2$, o que equivale a $t_{DL} = 0,67$. Essa igualdade também pode ser escrita como

$$L_D = 1,22 \sqrt{t_{ffrD}} , \quad (6.104)$$

onde t_{ffrD} seria o tempo adimensional necessário para o final do escoamento radial transiente. Note-se que a Eq. (6.104) é similar à definição de raio de investigação. No caso de escoamento radial, por exemplo, o raio de investigação adimensional pode ser definido pela expressão

$$r_{iD} = 2 \sqrt{t_D} , \quad (6.105)$$

onde t_D é o tempo adimensional de fluxo. Portanto, a diferença reside apenas na constante de proporcionalidade e a Eq. (6.104) pode ser usada também para inferir a largura do canal. Observe-se também que o reservatório se comporta como infinito (em escoamento radial transiente) por mais tempo no caso de escoamento em um canal do que, por exemplo, em um quadrado com lado equivalente à largura do canal. Isso ocorre porque, no caso do canal, o reservatório apresenta grande extensão em uma das dimensões.

Ainda de acordo com Nutakki & Mattar, o início do escoamento pseudolinear transiente ocorre quando $t_D = 0,38 L_D^2$, ou seja, $t_{iD} = 0,38 L_D^2$, onde t_{iD} é o tempo adimensional para o início do escoamento (pseudo) linear (transiente). Observa-se, portanto, que há um período de superposição dos escoamentos radial e linear, entre $t_D = 0,38 L_D^2$ e $t_D = 0,67 L_D^2$, o que significa que nesse período os dados podem ser analisados tanto pelo escoamento radial transiente como pelo escoamento pseudolinear transiente, com erro relativamente pequeno (em torno de 2%). Para se evitar essa superposição e melhorar a confiabilidade da análise, pode-se admitir que o início do escoamento pseudolinear transiente ocorra no momento em que termina o escoamento radial transiente, isto é, $t_{iD} = 0,67 L_D^2$. Como $t_{DW} = t_D / W_D^2$, tem-se que

$$t_{iDW} = t_{iD} / W_D^2 = 0,67 L_D^2 / W_D^2 = 0,67 (W / 2 / r_w)^2 / W_D^2 = 0,67 W_D^2 / W_D^2 / 4 = 0,67 / 4 = 0,1675 \quad (6.106)$$

Logo, o início do regime de escoamento pseudolinear transiente ocorre quando $t_{iDW} = 0,1675$.

A Eq. (6.101) indica que, durante o escoamento pseudolinear transiente, a queda de pressão adimensional no poço varia linearmente com a raiz quadrada do tempo adimensional t_{DW} . A inclinação da reta adimensional é igual a $2\sqrt{\pi}$ e o coeficiente linear é igual a $s_t = s_W + s$. Tomando-se o logaritmo dessa equação, obtém-se

$$\log p_{wD} = \log(2\sqrt{\pi t_{DW}} + s_t) . \quad (6.107)$$

Portanto, devido ao fator de película total (s_t), a curva log-log de p_{wD} versus t_{DW} não será uma reta, não tendo então inclinação constante (igual a $1/2$), como ocorre no caso de escoamento estritamente linear, sem

efeito de película (por exemplo, escoamento no interior de uma fratura). Essa inclinação constante somente será observada para tempos muito longos, quando o termo s_i tornar-se desprezível quando comparado ao termo $2\sqrt{\pi t_{DW}}$. Por isso, a curva-tipo da pressão utilizada no diagnóstico de escoamento linear em fraturas não é imediatamente aplicável para detectar o fluxo canal. Para longo tempo, porém, a Eq. (6.107) simplifica para

$$\log p_{wD} = \log(2\sqrt{\pi t_{DW}}) \quad (6.108)$$

ou

$$\log p_{wD} = \log(\sqrt{t_{DW}}) + \log(2\sqrt{\pi}) \quad (6.109)$$

ou ainda

$$\log p_{wD} = \frac{1}{2} \log t_{DW} + \log(2\sqrt{\pi}), \quad (6.110)$$

indicando que a inclinação da curva-tipo é igual a $\frac{1}{2}$ no longo tempo. O tempo necessário para que se observe essa reta de inclinação igual a $\frac{1}{2}$, no entanto, em geral é muito grande e não tem utilização prática, isto é, normalmente não se observa uma reta no gráfico log-log da pressão, diferentemente do que ocorre com a derivada, conforme será discutido a seguir.

Para efeito de análise do comportamento da curva-tipo da derivada, toma-se a derivada da Eq. (6.101) com relação a (t_{DW}/C_D) , resultando

$$p'_{wD} \equiv \frac{dp_{wD}}{d(t_{DW}/C_D)} = C_D \sqrt{\pi/t_{DW}}. \quad (6.111)$$

Multiplicando ambos os termos por t_{DW}/C_D e manipulando a equação resulta em

$$(t_{DW}/C_D)p'_{wD} = \sqrt{\pi C_D} \sqrt{\frac{t_{DW}}{C_D}}. \quad (6.112)$$

Tomando o logaritmo, isto é,

$$\log[(t_{DW}/C_D)p'_{wD}] = \log\left(\sqrt{\pi C_D} \sqrt{\frac{t_{DW}}{C_D}}\right), \quad (6.113)$$

obtem-se

$$\log[(t_{DW}/C_D)p'_{wD}] = \log(\sqrt{\pi C_D}) + \frac{1}{2} \log(t_{DW}/C_D). \quad (6.114)$$

Logo, a curva-tipo (log-log) da derivada apresentará, no longo tempo, uma reta com inclinação igual a $\frac{1}{2}$, após o período de escoamento radial transiente, durante o qual a derivada é constante, conforme discutido no Capítulo 3. O mesmo ocorrerá com as curvas dos dados reais, notando-se então no gráfico log-log o período influenciado pela estocagem (reta com inclinação de 45° tanto para a pressão como para o grupo-derivada), seguida de transição, escoamento radial transiente (grupo-derivada constante), transição e escoamento pseudolinear transiente (grupo-derivada com inclinação $\frac{1}{2}$, isto é, reta de 45°).

Do que foi exposto em termos de curvas-tipo, conclui-se que os valores adimensionais das variáveis, bem como os valores reais de um teste de fluxo, terão o comportamento ilustrado na Figura 6.18.

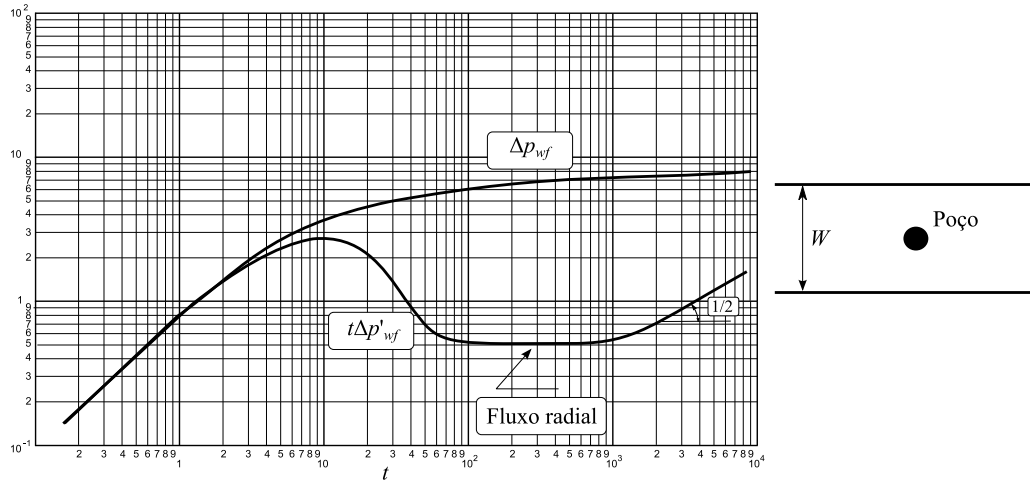


Figura 6.18 – Gráfico log-log característico da queda de pressão e do grupo-derivada em um poço localizado em um reservatório em forma de canal.

O ajustamento das curvas-tipo desse tipo de modelo aos dados de teste, cujo formato deverá ser o da Figura 6.18, tanto para a pressão como para a sua derivada, permite a estimativa da permeabilidade, usando-se o ajuste na escala vertical, e da largura do canal, usando-se o ajuste da escala horizontal e levando-se em conta também o fato de o escoamento pseudolinear transiente ter início aproximadamente em $t_{iFDW} = 0,1675$.

Considerando-se o método convencional, o período de escoamento radial transiente é analisado pelas técnicas descritas no Capítulo 3. Caso esse regime de escoamento seja visível, permitirá estimar a permeabilidade e o fator de película mecânica s . Se o regime radial for mascarado por efeitos de estocagem, a análise só poderá ser feita através de ajustamento com curvas-tipo ou, preferencialmente, através do uso de um medidor de vazão de fundo de poço e da aplicação de técnicas de análise para vazão variável (Capítulo 3). O período de escoamento radial transiente geralmente é mascarado por efeitos de estocagem quando

$$C_D(60 + 3,5s) > 0,25 L_D^2. \quad (6.115)$$

Para análise do período de escoamento pseudolinear transiente pelo método convencional pode-se expressar a reta da Eq. (6.101) termos de variáveis reais como

$$\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf} = m_{fl} \sqrt{t} + \Delta p_{st}, \quad (6.116)$$

onde o coeficiente angular desse período de escoamento pseudolinear é dado por:

$$m_{fl} = 2\sqrt{\pi} C_2 \frac{qB}{h} \sqrt{\frac{C_1 \mu}{k\phi c_t W^2}} \quad (6.117)$$

e o coeficiente linear, equivalente à queda de pressão devida ao efeito de película total, é:

$$\Delta p_{st} = C_2 \frac{qB\mu}{kh} (s_w + s). \quad (6.118)$$

Portanto, um gráfico da queda de pressão em função da raiz quadrada do tempo de fluxo deverá resultar em uma linha reta com inclinação (coeficiente angular) m_{fl} e coeficiente linear Δp_{st} .

Caso o valor da permeabilidade possa ser obtido a partir da análise do período de escoamento radial transiente, a largura do canal poderá ser estimada pela Eq. (6.117). Além disso, com o valor do fator de película mecânica (s), estimado pela análise do escoamento radial transiente, pode-se calcular o

pseudofator de película (s_H) através do coeficiente linear da reta do período de escoamento pseudolinear transiente, dado pela Eq. (6.118).

6.4.2. Teste de crescimento de pressão

A análise de um teste de crescimento em um reservatório em forma de canal é um processo relativamente complexo. Isso decorre do fato de que diversos regimes e geometrias de escoamento podem ocorrer nesse tipo de reservatório. Especificamente durante o crescimento de pressão, a aplicação do princípio da superposição de efeitos resultará em várias possíveis combinações (superposições) desses regimes de escoamento, dificultando a obtenção de soluções analíticas e, consequentemente, o entendimento do comportamento da pressão e a análise do teste. De qualquer forma, a solução para essa geometria de reservatório, exceto para o curto tempo em que a pressão está influenciada pela estocagem, pode ser obtida usando-se a solução da fonte-linear e o método das imagens, aplicando-se o princípio da superposição de efeitos no espaço para se desenvolver a equação do escoamento. Para se obter o comportamento da pressão durante o período de fechamento, deve-se ainda aplicar a superposição de efeitos no tempo (vazão variável)¹⁰. Em tese, devem ser utilizadas infinitas imagens para representar um canal com poço no seu interior. Na prática, no entanto, basta um número finito de imagens, já que as mais distantes terão efeito praticamente nulo sobre o comportamento de pressão no poço real.

A análise através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita usando-se a curva-tipo desenvolvida para teste de fluxo, substituindo-se o tempo de fluxo t pelo tempo de fechamento equivalente de Agarwal (Δt_e) e a queda de pressão no poço durante o fluxo (Δp_{wf}) pela chamada *queda de pressão no poço durante o fechamento* (*buildup*), denominada Δp_{wBU} , calculada através da expressão

$$\Delta p_{wBU}(\Delta t) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wff}, \quad (6.119)$$

onde p_{ws} é a pressão no poço durante o período de estática (fechamento) e p_{wff} a última pressão de fluxo. Por outro lado, a análise dos dados da derivada da pressão através do método de ajustamento com curvas-tipo pode ser feita ajustando-se as curvas-tipo desenvolvidas para fluxo sobre os dados do teste colocados em um gráfico log-log de $[(t_p + \Delta t)/t_p] \Delta p'_{ws}(\Delta t)$ versus Δt_e , onde $p'_{ws}(\Delta t) = d p_{ws}(\Delta t)/d(\Delta t)$.

Utilizando as definições das variáveis adimensionais e o conceito de tempo equivalente do método de Agarwal, o tempo equivalente adimensional é calculado como

$$\Delta t_{eD} = \frac{C_1 k \Delta t_e}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (6.120)$$

e a queda de pressão adimensional no poço, durante o período de crescimento de pressão, é definida como

$$p_{wDBU} = \frac{k h (p_{ws} - p_{wff})}{C_2 q B \mu}. \quad (6.121)$$

Na Figura 6.19 é apresentado o comportamento típico da queda de pressão adimensional em um gráfico semi-log durante um teste de crescimento em um poço localizado em um reservatório em forma de canal, onde se admite que os efeitos de estocagem já tenham desaparecido. Observa-se para um tempo equivalente intermediário (até aproximadamente $\Delta t_{eD} = 15$) a presença de um regime de escoamento praticamente radial transiente, ou seja, um comportamento linear da queda de pressão adimensional em função do logaritmo do tempo adimensional equivalente. Similarmente, um gráfico da pressão medida durante o crescimento (p_{ws}) em função do logaritmo do tempo equivalente, também resultaria em um gráfico com o formato da Figura 6.19, o que possibilitaria uma análise pelo método convencional, como será discutido a seguir.

¹⁰ Vide Capítulo 2.

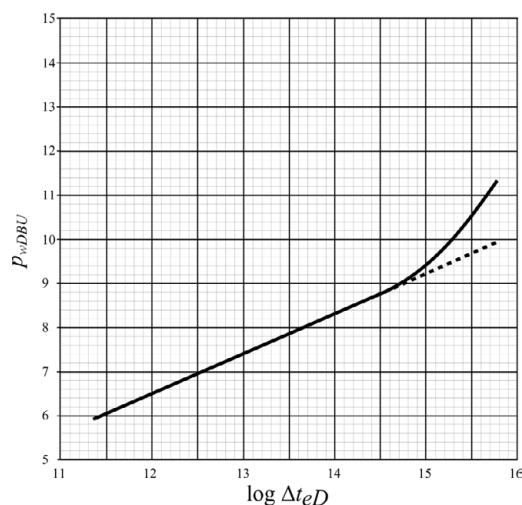


Figura 6.19 – Comportamento típico da queda de pressão adimensional em um gráfico semi-log durante um teste de crescimento em um poço localizado em um reservatório em forma de canal. Reproduzida de Welltest Analysis in Complex Reservoirs. Copyright ©, com permissão de **Edinburgh Petroleum Services Limited**.

Na Figura 6.20 é mostrado um exemplo de curva-tipo da derivada que poderia ser construída para essa geometria, onde foi usado o tempo equivalente Δt_e em vez do tempo real de teste Δt . Observa-se que, depois de terem desaparecido os efeitos de estocagem, o valor do grupo-derivada é de aproximadamente $\frac{1}{2}$ (patamar horizontal), como ocorre no regime de escoamento radial transiente. Em seguida há um crescimento contínuo da curva-tipo da derivada. Para tempos de fechamento intermediários a curva da derivada é aproximadamente reta, mas para grandes valores de Δt_e há um crescimento acentuado da derivada.

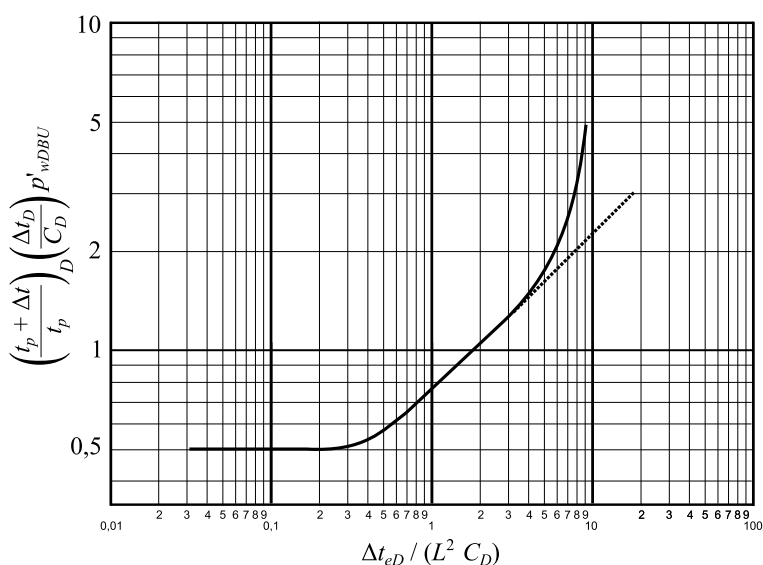


Figura 6.20 – Comportamento típico da derivada da queda de pressão adimensional em um gráfico log-log durante um teste de crescimento em um poço localizado em um reservatório em forma de canal, usando o tempo adimensional equivalente ($\Delta t_e D$). Reproduzida de Welltest Analysis in Complex Reservoirs. Copyright ©, com permissão de **Edinburgh Petroleum Services Limited**.

Caso tivesse sido usado o valor de Δt em vez do tempo equivalente Δt_e , o formato da curva da derivada teria a configuração mostrada no exemplo da Figura 6.21, onde foram usadas variáveis reais (dimensionais) em vez das variáveis adimensionais. Nota-se que, diferentemente do gráfico da Figura

6.20, não há um crescimento acentuado da inclinação da curva para valores grandes do tempo de fechamento. Em vez disso, a aparência é de uma reta durante todo o tempo, embora haja uma pequena concavidade na curva. Portanto, para efeito de diagnóstico talvez o gráfico da Figura 6.20 seja mais interessante. Os comportamentos apresentados pela Figura 6.20 e pela Figura 6.21 serão mais bem discutidos e justificados quando da análise pelo método convencional.

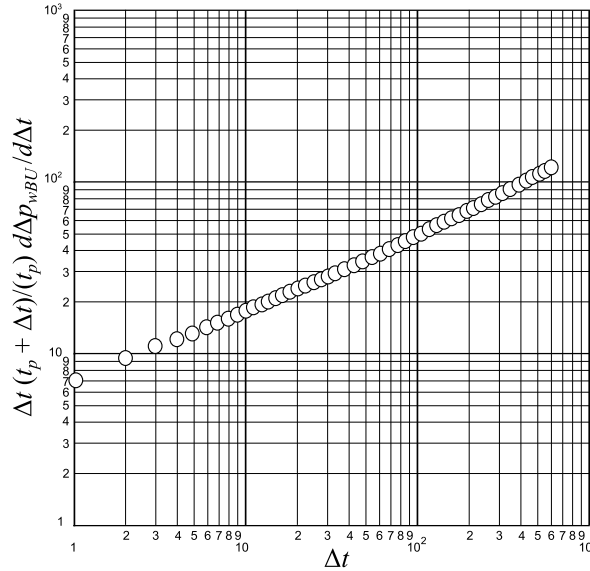


Figura 6.21 – Exemplo de comportamento da derivada da queda de pressão adimensional em um gráfico log-log durante um teste de crescimento em um poço localizado em um reservatório em forma de canal, usando o tempo Δt .

A análise pelo método convencional do período de escoamento radial transiente permite a estimativa da permeabilidade através da inclinação da reta semi-log da Figura 6.19, ou seja, p_{ws} versus $\log(\Delta t_e)$. Além disso, como o tempo equivalente pode ser escrito como

$$\Delta t_e = \frac{t_p \Delta t}{t_p + \Delta t} = \frac{t_p}{t_p / \Delta t + 1}, \quad (6.122)$$

o valor limite para Δt_e é igual a t_p , quando $\Delta t \rightarrow \infty$. Portanto, para se obter a pressão final do crescimento, ou seja, a chamada *pressão extrapolada*, a reta semi-log deve ser extrapolada para $\log(t_p)$ ou, em um gráfico adimensional, para $\log(t_{pd})$. Esse procedimento é análogo à extrapolação feita no gráfico de Horner para $\log[(t_p + \Delta t)/\Delta t] = 0$ no caso de escoamento radial. No caso do escoamento em um reservatório em forma de canal, no entanto, a extrapolação da reta correspondente ao tempo intermediário resultará em uma estimativa pobre da pressão do reservatório. Como mostra a Figura 6.19, para se obter a pressão do reservatório é necessário utilizar os dados de longo tempo do teste de crescimento. Conforme foi apresentado na Seção 6.1.2, no caso de uma única falha plana selante a extrapolação da segunda reta, de inclinação duas vezes maior que a da primeira reta, possibilita a obtenção da pressão do reservatório. No caso de duas falhas planas, ou seja, de reservatório em forma de canal (Figura 6.17), o contínuo crescimento da inclinação da reta torna a extrapolação difícil. Isso ocorre porque o processo de crescimento da pressão em um reservatório em forma de canal é muito mais lento que no escoamento radial. Portanto, para se obter a correta pressão extrapolada seria necessário que o tempo de fechamento fosse igual ao tempo de produção (t_p), o que nem sempre é viável.

A dificuldade decorrente do crescimento da inclinação da curva de pressão também acontece com a curva da derivada para longos tempos de fechamento. Após um período em que a derivada se mantém constante em aproximadamente $1/2$, representando o escoamento aproximadamente radial transiente, há um crescimento contínuo, conforme mostrado na Figura 6.20. Portanto, enquanto no teste de fluxo, tanto a

pressão (em um tempo muito longo), como o grupo-derivada (em um tempo longo), apresentam retas de inclinação igual a $\frac{1}{2}$, no teste de crescimento as curvas apresentam um aumento contínuo, e particularmente acentuado, de inclinação quando $\Delta t_e \rightarrow t_p$.

Em algumas situações podem ser obtidas soluções analíticas para o teste de crescimento de pressão. Aplicando o princípio da superposição de efeitos, a queda de pressão adimensional após o fechamento do poço, utilizando a definição tradicional ou convencional, seria dada por

$$p_{wsD} = p_{wD}(t_{DW}) - p_{wD}(\Delta t_{DW}), \quad (6.123)$$

onde t é o tempo total de produção, ou seja, $t = t_p + \Delta t$ e, conseqüentemente, $t_{DW} = t_{pDW} + \Delta t_{DW}$. Admitindo, por exemplo, que no momento de fechamento do poço o escoamento já fosse pseudolinear transiente, a expressão da queda de pressão adimensional seria dada pela Eq. (6.101), ou seja,

$$p_{wD}(t_{DW}) = 2\sqrt{\pi t_{DW}} + s_t. \quad (6.124)$$

Admitindo que o valor de Δt já seja suficientemente grande para que o efeito da vazão $-q$ possa ser calculado através da equação do escoamento pseudolinear transiente, tem-se que

$$p_{wD}(\Delta t_{DW}) = 2\sqrt{\pi \Delta t_{DW}} + s_t. \quad (6.125)$$

Substituindo as Eqs. (6.124) e (6.125) na Eq. (6.123), obtém-se

$$p_{wsD} = 2\sqrt{\pi t_{DW}} - 2\sqrt{\pi \Delta t_{DW}}. \quad (6.126)$$

Usando a definição convencional da queda de pressão adimensional, dada por

$$p_{wD} = \frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_w), \quad (6.127)$$

a Eq. (6.126) pode ser escrita como

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = 2\sqrt{\pi t_{DW}} - 2\sqrt{\pi \Delta t_{DW}} \quad (6.128)$$

ou ainda

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} (p_i - p_{ws}) = 2\sqrt{\pi(t_{pDW} + \Delta t_{DW})} - 2\sqrt{\pi \Delta t_{DW}}, \quad (6.129)$$

já que $t_{DW} = t_{pDW} + \Delta t_{DW}$, de onde se pode explicitar a queda de pressão em variáveis reais, resultando:

$$p_i - p_{ws} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left(2\sqrt{\pi(t_{pDW} + \Delta t_{DW})} - 2\sqrt{\pi \Delta t_{DW}} \right). \quad (6.130)$$

Por seu turno, a queda de pressão no momento do fechamento do poço, dada em variáveis adimensionais pela Eq. (6.124), pode ser escrita em variáveis reais como

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_i - p_{wf}(t_p)] = 2\sqrt{\pi t_{pDW}} + s_t \quad (6.131)$$

ou

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_i - p_{wff}] = 2\sqrt{\pi t_{pDW}} + s_t \quad (6.132)$$

ou ainda

$$p_i - p_{wff} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left(2\sqrt{\pi t_{pD_W}} + s_t \right). \quad (6.133)$$

Subtraindo a Eq. (6.130) da Eq. (6.133), obtém-se

$$p_{ws} - p_{wff} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left(2\sqrt{\pi t_{pD_W}} + s_t - 2\sqrt{\pi(t_{pD_W} + \Delta t_{DW})} + 2\sqrt{\pi \Delta t_{DW}} \right) \quad (6.134)$$

ou

$$p_{ws} - p_{wff} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[2\sqrt{\pi} \left(\sqrt{t_{pD_W}} - \sqrt{t_{pD_W} + \Delta t_{DW}} + \sqrt{\Delta t_{DW}} \right) + s_t \right]. \quad (6.135)$$

Empregando a definição do tempo adimensional resulta

$$p_{ws} - p_{wff} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[2\sqrt{\frac{\pi C_1 k}{\phi \mu c_t W^2}} \left(\sqrt{t_p} - \sqrt{t_p + \Delta t} + \sqrt{\Delta t} \right) + s_t \right] \quad (6.136)$$

ou

$$p_{ws} - p_{wff} = 2\sqrt{\pi} C_2 \frac{qB}{h} \sqrt{\frac{C_1 \mu}{k \phi c_t W^2}} \left(\sqrt{t_p} - \sqrt{t_p + \Delta t} + \sqrt{\Delta t} \right) + \frac{C_2 q B \mu}{kh} s_t \quad (6.137)$$

ou ainda

$$\Delta p_{wBU} = 2\sqrt{\pi} C_2 \frac{qB}{h} \sqrt{\frac{C_1 \mu}{k \phi c_t W^2}} \left(\sqrt{t_p} - \sqrt{t_p + \Delta t} + \sqrt{\Delta t} \right) + \frac{C_2 q B \mu}{kh} s_t. \quad (6.138)$$

Esta equação também pode ser escrita de forma compacta como

$$\Delta p_{wBU} = m_{fl} \left(\sqrt{t_p} - \sqrt{t_p + \Delta t} + \sqrt{\Delta t} \right) + 0,87 m_{s_t}, \quad (6.139)$$

onde

$$m_{fl} = 2\sqrt{\pi} C_2 \frac{qB}{h} \sqrt{\frac{C_1 \mu}{k \phi c_t W^2}}. \quad (6.140)$$

A Eq. (6.139) indica que um gráfico da queda de pressão medida durante o período de crescimento, isto é, $\Delta p_{wBU} = p_{ws} - p_{ws}(\Delta t = 0) = p_{ws} - p_{wf}(t_p) = p_{ws} - p_{wff}$, em função de $(t_p)^{1/2} - (t_p + \Delta t)^{1/2} + (\Delta t)^{1/2}$, resultará em uma linha reta com inclinação m_{fl} , da mesma maneira que ocorria no teste de fluxo. O termo $(t_p)^{1/2} - (t_p + \Delta t)^{1/2} + (\Delta t)^{1/2}$ é o análogo, no caso do escoamento linear, do tempo equivalente de Agarwal (Δt_e) para o escoamento radial. A pressão extrapolada, que no caso de um reservatório infinito seria a pressão inicial p_i , pode ser obtida extrapolando-se a reta definida pela Eq. (6.138) para $\Delta t \rightarrow \infty$, o que corresponde a $(t_p)^{1/2} - (t_p + \Delta t)^{1/2} + (\Delta t)^{1/2} \rightarrow (t_p)^{1/2}$.

A Eq. (6.139) pode ser empregada para se entender os comportamentos ilustrados nos exemplos da Figura 6.20 e da Figura 6.21. Derivando essa equação em relação ao tempo de fechamento Δt , obtém-se

$$\frac{d\Delta p_{wBU}}{d\Delta t} \equiv \Delta p'_{wBU} = -\frac{m_{fl}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{t_p + \Delta t}} - \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \right). \quad (6.141)$$

Multiplicando por $\Delta t (t_p + \Delta t) / t_p$ tem-se que

$$\frac{\Delta t (t_p + \Delta t)}{t_p} \Delta p'_{wBU} = \frac{m_{fl}}{2t_p} \left[(t_p + \Delta t) \sqrt{\Delta t} - \Delta t \sqrt{t_p + \Delta t} \right], \quad (6.142)$$

e tomando o logaritmo resulta em

$$\log \left\{ [\Delta t (t_p + \Delta t) / t_p] \Delta p'_{wBU} \right\} = \log(m_{fl} / 2t_p) + \log[(t_p + \Delta t) \sqrt{\Delta t} - \Delta t \sqrt{t_p + \Delta t}] \quad (6.143)$$

ou

$$\log \left\{ [\Delta t (t_p + \Delta t) / t_p] \Delta p'_{wBU} \right\} = \log(m_{fl} / 2t_p) + \log \left[\sqrt{(t_p + \Delta t)^2 \Delta t} - \sqrt{(t_p + \Delta t)(\Delta t)^2} \right]. \quad (6.144)$$

Para valores de Δt não muito grandes quando comparados com t_p , o termo $[(t_p + \Delta t)^2 \Delta t]^{1/2}$ deve preponderar em relação ao termo $[(t_p + \Delta t)(\Delta t)^2]^{1/2}$. Além disso, pode-se efetuar a aproximação $(t_p + \Delta t) \cong t_p$. Com isso a Eq. (6.144) pode ser aproximada por

$$\log \left\{ [\Delta t (t_p + \Delta t) / t_p] \Delta p'_{wBU} \right\} = \log(m_{fl} / 2t_p) + \log \left[\sqrt{(t_p)^2 \Delta t} \right] \quad (6.145)$$

ou

$$\log \left\{ [\Delta t (t_p + \Delta t) / t_p] \Delta p'_{wBU} \right\} = \log(m_{fl} / 2t_p) + \log t_p + \frac{1}{2} \log \Delta t. \quad (6.146)$$

Isso mostra que um gráfico log-log do grupo-derivada em função de Δt deverá resultar, para valores intermediários de Δt , ou seja, para valores de tempo de fechamento suficientemente longos para que o escoamento pseudolinear seja válido, mas suficientemente pequenos para que as aproximações implícitas na Eq. (6.146) sejam válidas, em uma linha reta com inclinação igual a 1/2. Esse comportamento é o que se encontra ilustrado na Figura 6.21 para tempos de fechamento entre 10 e 100. Para valores maiores que 100 a aparência ainda é de uma reta com a mesma inclinação anterior, embora haja uma leve concavidade para cima. Por outro lado, na Figura 6.20 observa-se que o trecho aproximadamente reto com inclinação igual a 1/2 é menor, após o que há um contínuo e acentuado crescimento da inclinação da curva.

7. EFEITOS DAS CONDIÇÕES DE POÇO NOS TESTES DE PRESSÃO



Neste capítulo são tratados os efeitos de diversas condições especiais que ocorrem nos poços sobre o comportamento da pressão. Uma das condições especiais de um poço de petróleo, que influencia de maneira decisiva no comportamento da pressão durante um teste, é a chamada estocagem, cujo efeito já foi objeto de discussão no Capítulo 2 e será aqui apresentado em maior profundidade. Outras condições de poço também afetam substancialmente o comportamento da pressão e serão discutidas neste capítulo, tais como: poço artificialmente fraturado, estocagem variável, penetração ou completação parcial e poço inclinado. O reconhecimento dos efeitos de condições especiais em um poço é fundamental para a correta interpretação dos dados de um teste de pressão.

7.1. Teste em Poços Artificialmente Fraturados

Os poços perfurados em campos de petróleo, verticais ou horizontais, produtores ou injetores, de gás, de óleo ou de água, podem sofrer durante as suas vidas produtivas processos de *fraturamento artificial*, visando aumentar a produtividade ou a injetividade. Esse é um dos métodos de estimulação de poços mais usados no mundo.

Embora tanto fraturas verticais como horizontais possam ser induzidas durante uma operação de fraturamento hidráulico, acredita-se que a partir de certa profundidade (aproximadamente 1.000 m) a maioria das fraturas criadas na formação seja vertical. Assim, a maior parte dos estudos existentes na literatura sobre interpretação de testes em poços fraturados refere-se aos casos de fraturas verticais.

A Figura 7.1 apresenta esquematicamente um poço verticalmente fraturado localizado no centro de um reservatório quadrado, onde x_f é a metade do comprimento da fratura e x_e a metade do lado do quadrado.

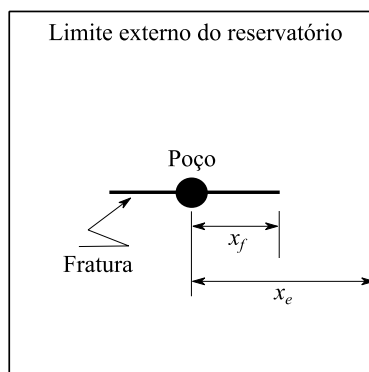


Figura 7.1 – Poço com fratura vertical em um reservatório externamente selado.

Os primeiros trabalhos que versavam sobre o comportamento da pressão em poços fraturados admitiam fraturas de *condutividade infinita* ou sujeitas ao modelo de *fluxo uniforme* (Earlougher, 1977). Nos modelos de condutividade infinita considera-se que a fratura tenha condutividade tão alta que praticamente não há queda de pressão no seu interior. Essa hipótese somente é válida em algumas situações específicas e um tratamento mais adequado do problema exige a consideração de que a fratura possui *condutividade finita*. Por exemplo, no caso de reservatórios de gás de baixa permeabilidade, em

que os poços são submetidos a operações de fraturamento hidráulico de grande penetração, fraturas verticais de longa extensão são criadas e a queda de pressão ao longo da fratura não pode ser desprezada.

No desenvolvimento do assunto em questão, as seguintes hipóteses são admitidas:

- O reservatório é horizontal, homogêneo e isotrópico, com permeabilidade k , porosidade ϕ , compressibilidade total c_t , pressão inicial p_i e espessura uniforme h .
- O fluido do reservatório possui viscosidade μ , fator de volume de formação B e pequena compressibilidade.
- A fratura é indeformável, simétrica em relação ao centro do poço, penetra totalmente a formação e possui permeabilidade k_f , porosidade ϕ_f , compressibilidade total c_{tf} , largura b_f e altura h , como mostra a Figura 7.2. Em sistemas fechados, como o da Figura 7.1, a fratura é paralela a um dos lados do reservatório.
- As propriedades do reservatório e da fratura independem da pressão e o escoamento no sistema reservatório-fratura obedece à lei de Darcy.
- O gradiente de pressão no reservatório é pequeno e os efeitos gravitacionais são desprezíveis.
- O escoamento do fluido do reservatório para o poço ocorre única e exclusivamente através da fratura.
- O poço produz com vazão constante q na superfície (medida em condições-padrão).

Com estas hipóteses, o escoamento do fluido no reservatório pode ser descrito pela equação da difusividade hidráulica.

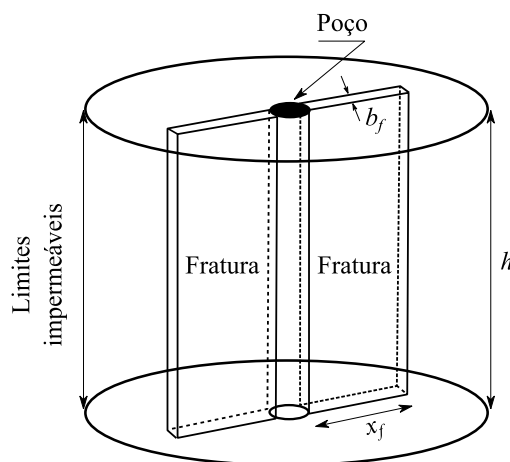


Figura 7.2 – Nomenclatura para uma fratura hidráulica vertical. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V (1981a). Copyright ©, com permissão de **SPE-AIME**.

Serão considerados neste capítulo os casos de reservatório infinito, que resulta, portanto, em comportamento transiente da pressão, e de reservatório limitado, como o da Figura 7.1.

7.1.1. Teste de fluxo

A solução da equação da difusividade para o modelo de fratura mostrado na Figura 7.2, em um reservatório infinito, foi apresentada por Cinco-Ley *et al.* (1978). O comportamento da pressão de fluxo no poço (p_{wf}), para o caso de reservatório de óleo, é dado por:

$$\frac{kh(p_i - p_{wf})}{C_2 q B \mu} = p_{wD}(t_{Dx_f}, \eta_{fD}, C_{fD}) \quad (7.1)$$

e para o caso de reservatório de gás a pseudopressão $m(p_{wf})$ é:

$$\frac{hT_0[m(p_i) - m(p_{wf})]}{\alpha_g q_0 p_0 T} = p_{wD}(t_{Dxf}, \eta_{fD}, C_{fD}), \quad (7.2)$$

onde α_g é uma constante de transformação de unidades, encontrada no Apêndice I, T é a temperatura do reservatório, o índice 0 refere-se às condições-padrão de pressão e temperatura, p_{wD} é a solução para a queda de pressão adimensional do modelo matemático que representa o modelo físico da Figura 7.2 e as demais variáveis e parâmetros adimensionais são:

a) Tempo adimensional

$$t_{Dxf} = \frac{C_1 kt}{\phi \mu c_t x_f^2} \quad (7.3)$$

b) Difusividade hidráulica adimensional da fratura

$$\eta_{fD} = \frac{k_f \phi c_t}{k \phi_f c_{tf}} \quad (7.4)$$

c) Coeficiente de estocagem adimensional da fratura

$$C_{fD} = \frac{b_f \phi_f c_{tf}}{\pi x_f \phi c_t}. \quad (7.5)$$

Cinco-Ley *et al.* (1978) mostraram que, para valores práticos do tempo adimensional, o comportamento da pressão depende somente de dois parâmetros: o tempo adimensional t_{Dxf} e a *condutividade adimensional da fratura*, definida por:

$$(k_f b_f)_D = \frac{k_f b_f}{k x_f}, \quad (7.6)$$

também denominada por alguns autores como:

$$F_{CD} = (k_f b_f)_D = \frac{k_f b_f}{k x_f}. \quad (7.7)$$

Pode-se mostrar que a condutividade adimensional da fratura está relacionada às variáveis C_{fD} e η_{fD} pela expressão:

$$(k_f b_f)_D = \pi C_{fD} \eta_{fD}. \quad (7.8)$$

A Figura 7.3 mostra um gráfico log-log do comportamento transiente da queda de pressão adimensional em um poço com uma fratura vertical de condutividade finita, em função do tempo adimensional (Cinco-Ley & Samaniego-V., 1981a). A Curva 1 representa o comportamento para o caso de uma fratura de baixa condutividade e a Curva 2 uma fratura de alta condutividade $[(k_f b_f)_D \geq 300]$.

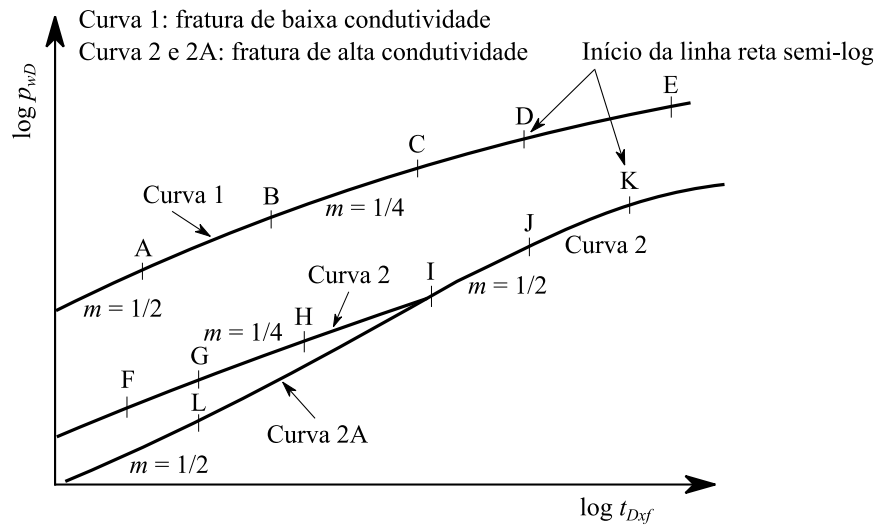


Figura 7.3 – Comportamento da queda de pressão adimensional em um poço com uma fratura hidráulica vertical de condutividade finita. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Uma análise da Figura 7.3 indica que o comportamento transiente da pressão em um poço com uma fratura vertical de condutividade finita apresenta vários regimes de escoamento. Inicialmente ocorre *escoamento linear no interior da fratura*, em direção ao poço [Figura 7.4(a)], cuja característica no gráfico log-log é uma reta de inclinação igual a $\frac{1}{2}$. Após um período de transição, o comportamento da pressão pode ou não mostrar um período de *escoamento bilinear* [Figura 7.4(b)], caracterizado por uma reta de inclinação $\frac{1}{4}$. Com o passar do tempo, um período de *escoamento linear da formação para a fratura* pode ocorrer [Figura 7.4(c)], e finalmente o sistema atinge um período de *escoamento pseudoradial* [Figura 7.4(d)]. No regime de escoamento pseudoradial as linhas de corrente nas imediações da fratura são ainda paralelas e perpendiculares ao eixo da fratura, caracterizando um escoamento linear nessa região. No entanto, olhando-se o reservatório como um todo, ou seja, do ponto de vista de um observador situado a uma distância considerável do poço, o regime de escoamento é praticamente radial. A denominação pseudoradial decorre do fato de que nas imediações da fratura há uma distorção das linhas de corrente radiais, que, como foi mencionado, vão se tornando paralelas e perpendiculares à direção da fratura à medida que são considerados pontos próximos dela.

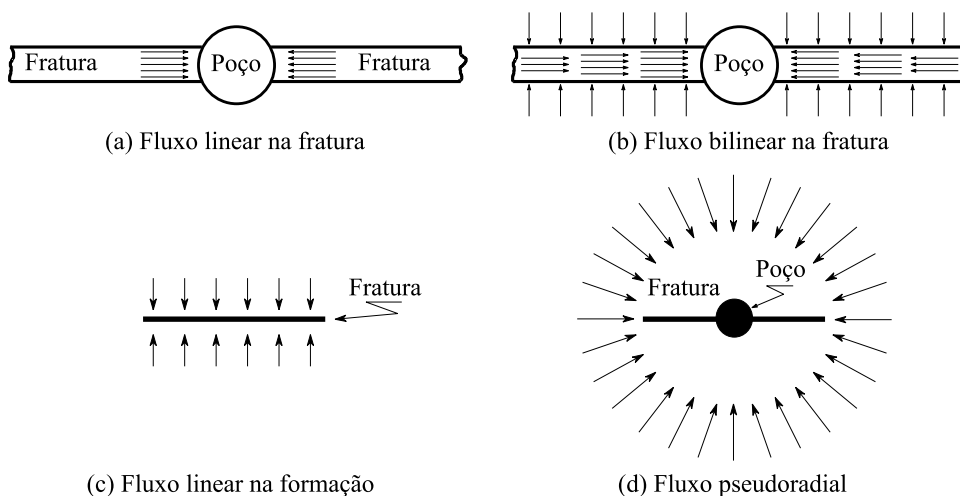


Figura 7.4 – Regimes de escoamento para um poço com fratura hidráulica vertical. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Rigorosamente, pode-se dizer que entre o período de escoamento linear na formação [Figura 7.4(c)] e o período de escoamento pseudoradial [Figura 7.4(d)], ocorre um período de escoamento elíptico, conforme mostrado na Figura 7.5.

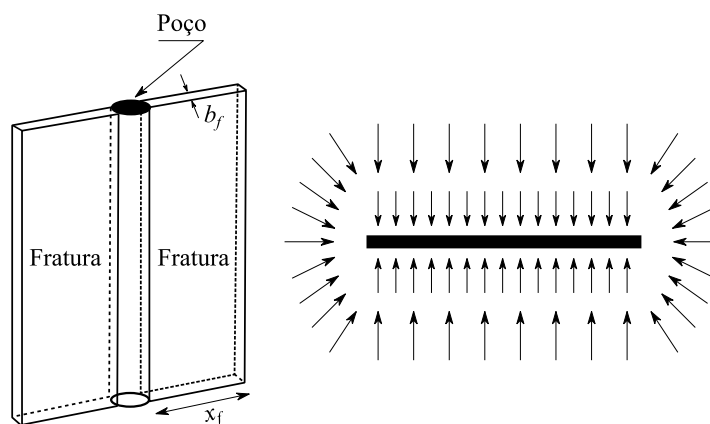


Figura 7.5 – Linhas de corrente durante o regime de escoamento elíptico para um poço com fratura hidráulica vertical.

Quando a fratura possui alto coeficiente de estocagem e alta condutividade, não ocorre o escoamento bilinear [Figura 7.4(b)]. Por outro lado, o escoamento linear na formação [Figura 7.4(c)] só é exibido por fraturas de alta condutividade.

Mais especificamente, a Curva 1 (fratura de baixa condutividade) da Figura 7.3 apresenta as seguintes características:

- O ponto A indica o fim do escoamento linear da fratura para o poço. Na prática dificilmente esse período é observado no comportamento da pressão, pois ocorre para tempos muito pequenos e/ou geralmente é mascarado por efeitos de estocagem no poço.
- O segmento AB representa um período de transição.
- O escoamento bilinear é indicado pelo segmento BC.
- Um novo período de transição é mostrado pelo segmento CD.
- O ponto D indica o início do escoamento pseudoradial (linha reta em um gráfico p_{wf} versus $\log t$).

O escoamento linear da formação para a fratura só ocorre nos casos de fratura de alta condutividade, não estando, portanto, caracterizado na Curva 1. Na Curva 2 (fratura de alta condutividade) da Figura 7.3 são observadas as seguintes características:

- Os pontos F e L representam o fim do escoamento linear da fratura para o poço.
- O período de escoamento bilinear é representado pelo segmento GH. Este período não se revela quando a fratura tem alta capacidade de estocagem e alta condutividade (Curva 2A).
- O segmento HI mostra um período de transição.
- O escoamento linear da formação para a fratura está evidenciado pelo segmento IJ, que pertence a uma reta de inclinação $\frac{1}{2}$ e só é exibido quando a fratura é de alta condutividade [$(k_f b_f)_D \geq 300$].
- O início do escoamento pseudoradial se dá no ponto K.

Nas próximas seções será discutido detalhadamente cada um dos períodos de escoamento anteriormente mencionados.

a) Escoamento linear na fratura

O comportamento de escoamento linear na fratura somente é evidenciado para valores muito pequenos de tempo adimensional. Durante esse período a maior parte do fluido que penetra no poço decorre da expansão do fluido existente no interior da fratura e o escoamento é essencialmente linear, conforme ilustra a Figura 7.4(a). O comportamento da queda de pressão adimensional é dado por:

$$p_{wD} = \frac{2}{(k_f b_f)_D} \sqrt{\pi \eta_{fD} t_{Dx_f}} \quad (7.9)$$

Assim, para poço produtor de óleo a pressão de fluxo é dada por:

$$p_{wf} = p_i - \frac{C_{flo} q B}{b_f h} \sqrt{\frac{\mu t}{k_f \phi_f c_{tf}}} \quad (7.10)$$

e para poço de gás a pseudopressão pode ser calculada por:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \frac{C_{flg} q_0 p_0 T}{b_f h T_0} \sqrt{\frac{t}{\pi k_f \phi_f \mu c_{tf}}} \quad (7.11)$$

onde C_{flo} e C_{flg} são constantes de transformação de unidades que podem ser encontradas no Apêndice I.

As Eqs. (7.10) e (7.11) indicam que um gráfico log-log da queda de pressão (ou de pseudopressão) *versus* tempo resulta em uma linha reta de coeficiente angular igual a $1/2$. Ainda, um gráfico da pressão ou da pseudopressão *versus* raiz quadrada do tempo produz também uma linha reta, cuja inclinação depende das características da fratura, com exceção do meio-comprimento x_f . Esse comportamento é ilustrado na Figura 7.6, onde $\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf}$ e m_{fl} é a inclinação (coeficiente angular) da reta, enquanto perdurar o escoamento linear. Deve-se observar que essa reta passa pela origem do sistema de eixos cartesianos.

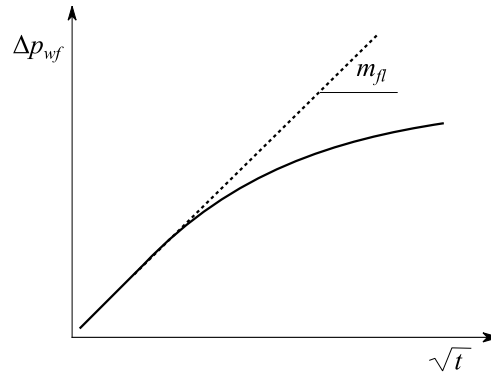


Figura 7.6 – Análise do escoamento linear na fratura através de gráfico cartesiano (método convencional).

O final do escoamento linear na fratura ocorre quando (Cinco-Ley & Samaniego-V., 1981a):

$$t_{Dx_f} \cong \frac{0,01(k_f b_f)_D^2}{\eta_{fD}^2} \quad (7.12)$$

Em termos de tempo real a Eq.(7.12) normalmente representa valores excessivamente pequenos e o uso do período de escoamento linear na fratura não tem, portanto, utilidade prática.

b) Escoamento bilinear

A denominação desse regime de escoamento decorre da existência simultânea de escoamento linear em duas regiões do sistema, tanto no interior da fratura como no reservatório.

Características

Durante este período de escoamento ocorrem dois escoamentos lineares no sistema: no interior da fratura e da formação para a fratura, como ilustrado na Figura 7.4(b). Normalmente o modelo matemático do escoamento na fratura admite *escoamento linear incompressível*, enquanto na formação considera-se *fluxo linear compressível*. O escoamento bilinear ocorre quando a maior parte do fluido que penetra no poço é oriunda da formação e os efeitos das extremidades da fratura ainda não influenciaram o comportamento do poço.

Conforme discutido anteriormente, no caso da Curva 1 da Figura 7.3 o período de escoamento bilinear acontece entre os pontos B e C, após um período de transição (segmento AB). O comportamento da pressão durante o período de escoamento bilinear exibe uma linha reta cujo coeficiente angular é de $1/4$ em um gráfico log-log. A duração desse período depende tanto de $(k_f b_f)_D$ como de C_{fD} . O segundo caso (fratura de alta condutividade) pode ou não exibir o período de escoamento bilinear, como mostrado nas Curvas 2 e 2A da Figura 7.3. A Curva 2 corresponde a um valor baixo de C_{fD} e mostra um período relativamente curto de escoamento bilinear (segmento GH), enquanto a Curva 2A, equivalente a um caso de alto valor de C_{fD} , não evidencia o comportamento de escoamento bilinear porque os efeitos das extremidades da fratura são sentidos antes que esse regime de escoamento seja estabelecido (segmento LI). Em outras palavras, o escoamento bilinear é mascarado pelo efeito de estocagem na fratura.

A queda de pressão adimensional no poço, durante o regime de escoamento bilinear, é dada pela equação

$$p_{wD} = \frac{\pi}{\Gamma(1,25)\sqrt{2(k_f b_f)_D}} t_{Dxf}^{1/4}, \quad (7.13)$$

onde Γ é a função gama, ou

$$p_{wD} = \frac{2,45}{\sqrt{(k_f b_f)_D}} t_{Dxf}^{1/4}. \quad (7.14)$$

Esta equação indica que um gráfico de p_{wD} versus $(t_{Dxf})^{1/4}$ resulta em uma linha reta que passa pela origem e tem inclinação $2,45/[(k_f b_f)_D]^{1/2}$. O fim da linha reta característica do escoamento bilinear depende da condutividade da fratura e pode ser estimado pelas expressões (Cinco-Ley & Samaniego-V., 1981a):

$$t_{Dffb} \cong \frac{0,1}{(k_f b_f)_D^2} \quad (7.15)$$

para $(k_f b_f)_D \geq 3$,

$$t_{Dffb} \cong 0,0205[(k_f b_f)_D - 1,5]^{-1,53} \quad (7.16)$$

para $1,6 \leq (k_f b_f)_D < 3$, e:

$$t_{Dffb} \cong \left[\frac{4,55}{\sqrt{(k_f b_f)_D}} - 2,5 \right]^{-4} \quad (7.17)$$

para $(k_f b_f)_D < 1,6$.

Análise do escoamento bilinear

Usando-se a Eq. (7.14), a queda de pressão em um poço produtor de óleo pode ser escrita como:

$$\Delta p_{wf} \equiv p_i - p_{wf} = \frac{C_{fbo} q B \mu}{h(k_f b_f)^{1/2} (\phi \mu c_i k)^{1/4}} \sqrt[4]{t} \quad (7.18)$$

e para um poço de gás a queda de pseudopressão é dada por:

$$\Delta m(p_{wf}) \equiv m(p_i) - m(p_{wf}) = \frac{C_{fbg} q_0 p_0 T}{h T_0 (k_f b_f)^{1/2} (\phi \mu c_i k)^{1/4}} \sqrt[4]{t}, \quad (7.19)$$

onde C_{fbo} e C_{fbg} são constantes de transformação de unidades que podem ser encontradas no Apêndice I.

De acordo com as Eqs. (7.18) e (7.19), um gráfico de $\log(\Delta p_{wf})$ ou $\log[\Delta m(p_{wf})]$ contra $\log t$, para os casos de escoamento de óleo ou de gás, respectivamente, fornece uma linha reta de inclinação igual a $1/4$, conforme ilustra a Figura 7.7 para o caso de óleo.

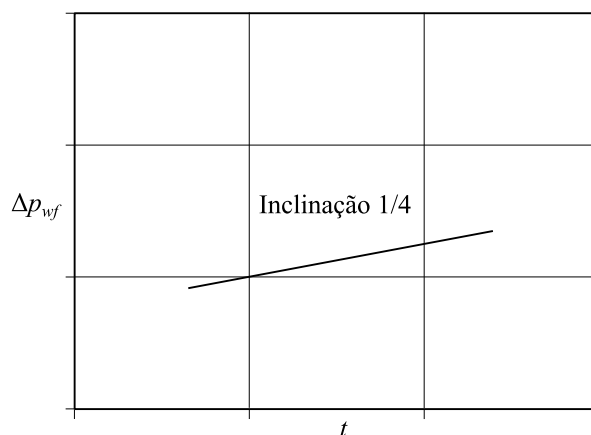


Figura 7.7 – Gráfico log-log para diagnóstico de escoamento bilinear. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de **SPE-AIME**.

Ainda segundo as Eqs. (7.18) e (7.19), um gráfico especializado de Δp_{wf} ou de $\Delta m(p_{wf})$ versus $t^{1/4}$ produz uma linha reta que passa pela origem e possui coeficiente angular:

$$m_{fbo} = \frac{C_{fbo} q B \mu}{h(k_f b_f)^{1/2} (\phi \mu c_i k)^{1/4}} \quad (7.20)$$

para o caso de óleo, e:

$$m_{fbg} = \frac{C_{fbg} q_0 p_0 T}{h T_0 (k_f b_f)^{1/2} (\phi \mu c_i k)^{1/4}} \quad (7.21)$$

para o caso de reservatório de gás. Assim, conhecendo-se as propriedades do reservatório (B , μ , ϕ , c_i , k , T), o produto $h(k_f b_f)^{1/2}$ pode ser estimado através das equações:

$$h(k_f b_f)^{1/2} = \frac{C_{fbo} q B \mu}{m_{fbo} (\phi \mu c_i k)^{1/4}} \quad (7.22)$$

para óleo, e:

$$h(k_f b_f)^{1/2} = \frac{C_{fbg} q_0 p_0 T}{m_{fbg} T_0 (\phi \mu c_t k)^{1/4}} \quad (7.23)$$

para gás.

A Figura 7.8 mostra um gráfico de Δp_{wf} versus $t^{1/4}$ durante o período de escoamento bilinear para o caso de um poço de óleo. Nesse caso, a inclinação da reta inicial, representada genericamente por m_f , é na verdade a inclinação m_{fbo} dada pela Eq. (7.20). Uma característica desse tipo de gráfico é que, após o término do regime de escoamento bilinear, a curva para $(k_f b_f)_D \leq 1,6$ apresenta concavidade para baixo, enquanto para $(k_f b_f)_D > 1,6$ a concavidade é para cima.

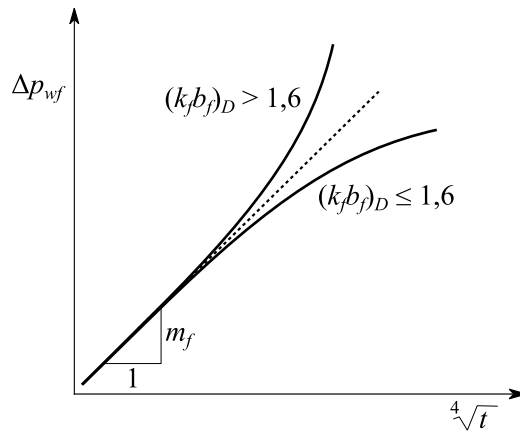


Figura 7.8 – Gráfico para análise de dados de pressão durante o período de escoamento bilinear. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Das Eqs. (7.14) e (7.15), se $(k_f b_f)_D \geq 3$, a queda de pressão adimensional no instante do final do período de escoamento bilinear pode ser estimada por:

$$(p_{wD})_{ffb} \cong \frac{1,38}{(k_f b_f)_D} \quad (7.24)$$

Então, a condutividade adimensional da fratura pode ser estimada pela expressão:

$$(k_f b_f)_D \cong \frac{1,38}{(p_{wD})_{ffb}} \quad (7.25)$$

onde $(p_{wD})_{ffb}$ pode ser calculada através da Eq. (7.1) ou (7.2) e $(\Delta p)_{ffb}$ ou $[\Delta m(p)]_{ffb}$ é obtido do gráfico de análise do escoamento bilinear (Figura 7.8).

Observa-se pelas Eqs. (7.10) e (7.18), para escoamento de óleo, que os regimes de escoamento linear (no interior da fratura) e bilinear podem ser representados por uma única expressão da forma:

$$\Delta p_{wf} = a t^{1/n} \quad (7.26)$$

onde a é uma constante, $n=2$ para escoamento linear na fratura e $n=4$ para escoamento bilinear. O mesmo raciocínio pode ser empregado com relação ao escoamento de gás, considerando as Eqs. (7.11) e (7.19). Tomando-se o logaritmo da Eq. (7.26) resulta

$$\log \Delta p_{wf} = \log a + \frac{1}{n} \log t \quad (7.27)$$

Logo, um gráfico log-log resulta em uma reta, de inclinação $\frac{1}{2}$ para o escoamento linear na fratura e $\frac{1}{4}$ para o escoamento bilinear.

Tomando agora a derivada da Eq. (7.26) em relação ao tempo:

$$\frac{d\Delta p_{wf}}{dt} \equiv \Delta p'_{wf} = \frac{a}{n} t^{(1-n)/n}, \quad (7.28)$$

multiplicando a expressão por t e tomando o logaritmo do resultado, obtém-se:

$$\log(t \Delta p'_{wf}) = \log\left(\frac{a}{n}\right) + \frac{1}{n} \log t. \quad (7.29)$$

Portanto, um gráfico log-log de $t\Delta p'_{wf}$ versus t deverá resultar em uma reta, de inclinação $\frac{1}{2}$ para o escoamento linear na fratura e $\frac{1}{4}$ para o escoamento bilinear.

Na Figura 7.9 estão mostrados os comportamentos da pressão e da derivada para os escoamentos linear na fratura (gráfico da esquerda) e bilinear (gráfico da direita). Deve-se mencionar que essa figura apresenta os dois gráficos separadamente para efeitos didáticos e de melhor entendimento, mas esses dois regimes de escoamento ocorrem um em seguida do outro, conforme já havia sido ilustrado na Figura 7.3, isto é, os dados do teste devem ser colocados em um mesmo gráfico log-log para efeito de diagnóstico.

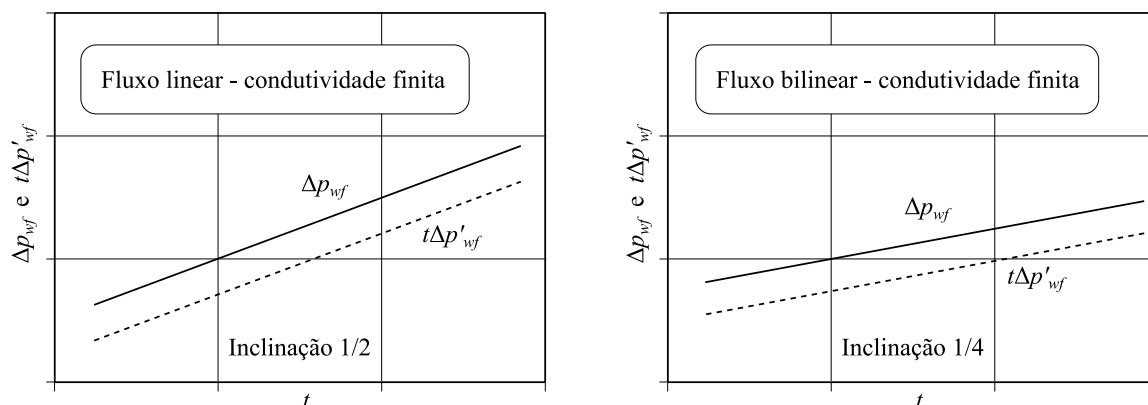


Figura 7.9 – Gráfico log-log para análise dos dados da pressão e da derivada em poços produtores de óleo fraturados artificialmente – Regimes de escoamento linear na fratura e bilinear.

Extensões e limitações

A região influenciada pelo escoamento bilinear inclui somente a fratura e suas imediações porque esse regime ocorre somente durante um pequeno intervalo de tempo, no início do escoamento. Assim, as equações e gráficos apresentados anteriormente para análise do escoamento bilinear podem ser estendidos para os casos em que a fratura não penetra totalmente a formação produtora, bastando para isso substituir a espessura da formação, h , pela altura da fratura, h_f .

Mesmo nos casos em que está presente uma restrição ao escoamento (causada, por exemplo, por baixa condutividade ou escoamento turbulento) no interior da fratura, nas imediações do poço, o regime de escoamento bilinear pode ocorrer. Nessas situações é criada uma queda adicional (efeito de película) da pressão no poço e a linha reta não mais intercepta a origem, conforme mostrado na Figura 7.10.

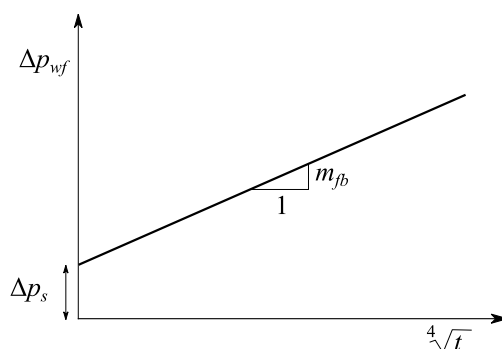


Figura 7.10 – Gráfico para escoamento bilinear de óleo em fratura hidráulica vertical com uma restrição ao escoamento nas proximidades do poço. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

A ocorrência do fenômeno ilustrado na Figura 7.10 dificulta o reconhecimento do regime de escoamento bilinear em um gráfico de diagnóstico como o da Figura 7.7. Se efeitos de estocagem no poço estiverem presentes, o comportamento da pressão durante o período de escoamento bilinear poderá ser mascarado, conforme ilustra a Figura 7.11, dificultando ou até tornando impossível a análise através do método apresentado nesta seção.

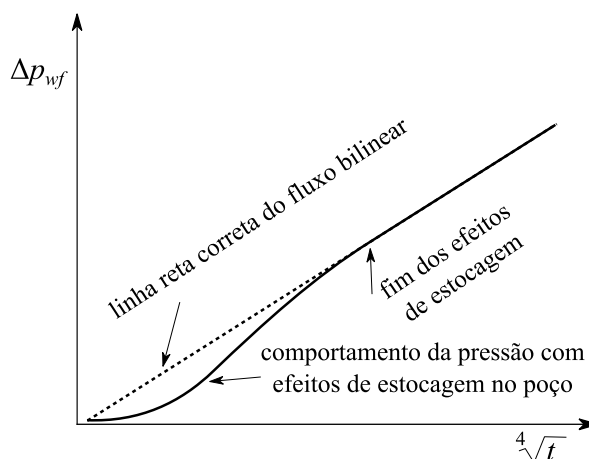


Figura 7.11 – Efeito da estocagem no poço sobre o comportamento do gráfico para análise do escoamento bilinear de óleo. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de PE-AIME.

c) Escoamento linear na formação

Em um sistema infinito ou em um sistema limitado com uma fratura vertical relativamente curta ($x_e/x_f > 1,5$), após o período de escoamento bilinear (quando presente) o comportamento do escoamento é linear da formação para a fratura [Figura 7.4(c)]. No entanto, quando são significativos os efeitos de estocagem no poço não só o período de escoamento bilinear como o de escoamento linear na formação podem ser mascarados.

Conforme discutido anteriormente, a presença do escoamento linear da formação para a fratura somente é observada em casos de fraturas de alta condutividade. Dois modelos físicos simplificados podem ser considerados para representar o modelo real de uma fratura de alta condutividade quando se pretende obter uma solução analítica para o comportamento do escoamento linear na formação: fratura com *fluxo uniforme* e fratura de *condutividade infinita*. Acredita-se que na maioria dos casos práticos o modelo de fluxo uniforme aproxima-se mais da realidade do que o de condutividade infinita.

Modelo de condutividade infinita

Este modelo aproxima-se da situação real quando a fratura possui condutividade infinita, ou pelo menos muito alta, produzindo um comportamento uniforme da pressão ao longo da fratura. A queda de pressão adimensional no poço é dada por (Gringarten *et al.*, 1972a e 1972b, e Gringarten *et al.*, 1974):

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi t_{Dx_f}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{0,134}{\sqrt{t_{Dx_f}}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{0,866}{\sqrt{t_{Dx_f}}} \right) \right] - 0,067 E_i \left(-\frac{0,018}{t_{Dx_f}} \right) - 0,433 E_i \left(-\frac{0,750}{t_{Dx_f}} \right), \quad (7.30)$$

onde erf é a função erro, definida por:

$$\operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\tau^2} d\tau, \quad (7.31)$$

e E_i é a função integral exponencial definida por:

$$E_i(\xi) = -E_i(-\xi) = \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau. \quad (7.32)$$

Para $t_{Dx_f} < 0,01$, a Eq.(7.32) reduz-se a:

$$p_{wD} = \sqrt{\pi t_{Dx_f}}. \quad (7.33)$$

Em termos de variáveis dimensionais, para poços de óleo a Eq.(7.33) transforma-se em:

$$p_{wf} = p_i - \frac{C_{flo}^* q B \mu}{k h} \sqrt{\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2}} \sqrt{t} \quad (7.34)$$

ou

$$p_{wf} = p_i - m_{flo} \sqrt{t}, \quad (7.35)$$

onde

$$m_{flo} = \frac{C_{flo}^* q B \mu}{k h} \sqrt{\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2}} = \frac{C_{flo}^* q B}{h} \sqrt{\frac{\mu}{k \phi c_t x_f^2}}. \quad (7.36)$$

No caso de poço de gás, a equação da pseudopressão no poço é:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - \frac{C_{fg}^* q_0 p_0 T}{k h T_0} \sqrt{\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2}} \sqrt{t} \quad (7.37)$$

ou

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - m_{fg} \sqrt{t}, \quad (7.38)$$

onde

$$m_{fg} = \frac{C_{fg}^* q_0 p_0 T}{k h T_0} \sqrt{\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2}} = \frac{C_{fg}^* q_0 p_0 T}{h T_0} \sqrt{\frac{1}{k \phi \mu c_t x_f^2}}. \quad (7.39)$$

As Eqs.(7.35) e (7.38) indicam que durante o período de escoamento linear na formação um gráfico da pressão ou da pseudopressão no poço contra a raiz quadrada do tempo resulta em uma linha reta com coeficiente angular m_{flo} ou m_{fg} . Conhecendo-se as propriedades do fluido e a espessura da formação pode-se estimar o grupo de parâmetros $k \phi c_t x_f^2$, ou ainda o valor de $k x_f^2$ se ϕ e c_t forem conhecidos. No caso de poço de óleo essa estimativa pode ser feita por:

$$k x_f^2 = \frac{\mu}{\phi c_t} \left(\frac{C_{flo}^* q B}{h m_{flo}} \right)^2 \quad (7.40)$$

e no caso de escoamento de gás através de:

$$k x_f^2 = \frac{1}{\phi \mu c_t} \left(\frac{C_{fg}^* q_0 p_0 T}{h T_0 m_{fg}} \right)^2. \quad (7.41)$$

Para valores de $x_e/x_f > 1$ o período de escoamento linear na formação termina quando $t_{Dxf} \cong 0,016$.

Modelo de fluxo uniforme

Neste modelo admite-se que o fluido penetra a fratura a uma taxa uniforme de vazão por unidade de área da face da fratura. Há, portanto, nesse caso, uma queda de pressão ao longo do comprimento da fratura, cujo valor adimensional é expresso por (Gringarten *et al.*, 1972a e 1972b, e Gringarten *et al.*, 1974):

$$p_{wD} = \sqrt{\pi t_{Dxf}} \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2\sqrt{t_{Dxf}}} \right) - \frac{1}{2} E_i \left(-\frac{1}{4t_{Dxf}} \right). \quad (7.42)$$

Para $t_{Dxf} < 0,1$ a Eq. (7.42) pode ser aproximada por:

$$p_{wD} = \sqrt{\pi t_{Dxf}}. \quad (7.43)$$

Esta equação é idêntica à aproximação de curto tempo obtida no caso de condutividade infinita e, portanto, o método de análise apresentado no item anterior é aplicável. Para valores de $x_e/x_f > 1$ o fim do período de escoamento linear na formação ocorre quando $t_{Dxf} \cong 0,016$.

d) Escoamento pseudoradial transiente

Quando o tempo de fluxo é suficientemente longo e a relação x_e/x_f relativamente grande, após o período de escoamento linear da formação para a fratura o poço pode atingir o chamado *período pseudoradial* de escoamento, ilustrado na Figura 7.4(d). Nesse período o escoamento é essencialmente radial no reservatório e a presença da fratura representa apenas um efeito de película no comportamento da pressão de um poço situado em um sistema radial de escoamento, daí derivando o termo pseudoradial.

Em sistemas fechados o escoamento pseudoradial transiente só se desenvolve completamente se $x_e/x_f > 5$.

Fratura de condutividade infinita

A aproximação de longo tempo da Eq. (7.30), para $t_{Dxf} > 10$, é:

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \left[\ln(t_{Dxf}) + 2,2000 \right], \quad (7.44)$$

com erro menor que 1%. Para efeitos práticos, no entanto, pode-se considerar que o escoamento pseudoradial inicia-se para $t_{Dxf} \cong 3$.

A Eq. (7.44) é semelhante à solução de longo tempo para um poço que produz com vazão constante de um reservatório infinito, ou seja, é similar à equação do escoamento radial em um sistema infinito, conforme discutido nos Capítulos 2 e 3. Observa-se que a diferença entre as duas soluções reside somente no valor da constante, que no caso do escoamento pseudoradial é de 2,2000 em vez de 0,80907 como no escoamento radial.

Empregando-se variáveis dimensionais, para escoamento de óleo a Eq. (7.44) é expressa por:

$$\Delta p_{wf} \equiv p_i - p_{wf} = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} \right) + \log C_1 + 0,95545 \right], \quad (7.45)$$

indicando que um gráfico de Δp_{wf} versus $\log t$ fornece uma linha reta da forma:

$$\Delta p_{wf} = a_{cio} + m \log t, \quad (7.46)$$

onde

$$m = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{kh} \quad (7.47)$$

e

$$a_{cio} = m \left[\log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} \right) + \log C_1 + 0,95545 \right]. \quad (7.48)$$

Do coeficiente angular pode-se obter a permeabilidade da formação:

$$k = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{mh} \quad (7.49)$$

e do coeficiente linear pode ser estimado o grupo de parâmetros:

$$\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} = 10^{a_{cio}/m - \log C_1 - 0,95545} \quad (7.50)$$

ou ainda o comprimento x_f se k , ϕ , μ e c_t forem conhecidos.

Para escoamento de gás tem-se:

$$\Delta m(p_{wf}) = 1,151 \frac{\alpha_g q_0 P_0 T}{kh T_0} \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} \right) + \log C_1 + 0,95545 \right], \quad (7.51)$$

ou seja,

$$\Delta m(p_{wf}) = a_{cig} + m_g \log t, \quad (7.52)$$

onde:

$$m_g = 1,151 \frac{\alpha_g q_0 p_0 T}{khT_0} \quad (7.53)$$

e

$$a_{cig} = m_g \left[\log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} \right) + \log C_1 + 0,95545 \right]. \quad (7.54)$$

Fratura com fluxo uniforme

Para $t_{Dx_f} > 10$ a Eq. (7.42) reduz-se a:

$$p_{wD} = \frac{1}{2} \left[\ln(t_{Dx_f}) + 2,80907 \right] \quad (7.55)$$

com erro menor que 1%. Para efeitos práticos, porém, pode-se considerar o início do escoamento pseudoradial quando $t_{Dx_f} \cong 2$.

Se o poço produz óleo a Eq.(7.55) transforma-se em:

$$\Delta p_{wf} = a_{fuo} + m \log t, \quad (7.56)$$

onde m é dado pela Eq. (7.47) e

$$a_{fuo} = m \left[\log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} \right) + \log C_1 + 1,21996 \right], \quad (7.57)$$

podendo-se então calcular a permeabilidade da formação:

$$k = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{mh} \quad (7.58)$$

e o grupo de parâmetros:

$$\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} = 10^{a_{fuo} / m - \log C_1 - 1,21996} \quad (7.59)$$

ou ainda o comprimento x_f se k , ϕ , μ e c_t forem conhecidos.

Para escoamento de gás tem-se:

$$\Delta m(p_{wf}) = a_{fug} + m_g \log t, \quad (7.60)$$

onde m_g é dado pela Eq. (7.53) e:

$$a_{fug} = m_g \left[\log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t x_f^2} \right) + \log C_1 + 1,21996 \right]. \quad (7.61)$$

Wattenbarger & Ramey (1969) observaram que existe uma relação aproximada entre as quedas de pressão no poço no final do período de escoamento linear na formação (Δp_{fl}) e no início do escoamento pseudoradial, ou seja, no início da linha reta semi-log (Δp_{ilrst}). Como o período de escoamento linear é caracterizado por uma linha reta em um gráfico de p_w (pressão no poço) contra $t^{1/2}$ (ou uma linha reta de

inclinação $\frac{1}{2}$ em um gráfico $\log(\Delta p_w)$ versus $\log t$, em geral não é difícil estimar o valor de Δp_{ffl} . Se a linha reta semi-log característica do escoamento pseudoradial se desenvolve, também é possível estimar Δp_{ilrsl} . Segundo Wattenbarger & Ramey, se a relação

$$\Delta p_{ilrsl} \geq 2\Delta p_{ffl} \quad (7.62)$$

não for satisfeita, é provável que o período de escoamento linear e/ou o período de escoamento pseudoradial tenha(m) sido escolhido(s) incorretamente. Tem sido observado na prática que muitas vezes é possível encontrar uma reta *aparente* no gráfico p_w versus $t^{1/2}$ para o período de transição entre os escoamentos linear na formação e pseudoradial, indicando a importância de se aplicar a verificação da Eq. (7.62) para evitar erro de interpretação. Essa verificação pode ser aplicada tanto para testes de fluxo como para testes de crescimento de pressão.

e) Identificação dos regimes de escoamento e análise por curvas-tipo

Conforme discutido em seções anteriores, o comportamento de pressão em um poço verticalmente fraturado pode exibir diversos períodos de escoamento para valores práticos de tempo: escoamento bilinear, escoamento linear da formação para a fratura, escoamento pseudoradial transiente e eventualmente escoamento pseudoradial pseudopermanente ou permanente, a depender do tempo de produção e das condições físicas nos limites externos do reservatório. Também de acordo com a teoria apresentada anteriormente, os dados de pressão de cada um desses períodos de escoamento podem ser analisados pelos chamados métodos convencionais de análise de testes, ou seja, através de gráficos especializados. Por exemplo, os períodos de escoamento bilinear, linear na formação e pseudoradial podem ser interpretados através dos gráficos p_w versus $t^{1/4}$, p_w versus $t^{1/2}$ e p_w versus $\log t$, respectivamente.

Além dos gráficos convencionais específicos para os vários períodos de escoamento, o gráfico log-log e a técnica de ajustamento com curva-tipo têm sido comumente usados como uma ferramenta de diagnóstico na identificação dos diferentes regimes ou períodos de escoamento em um teste de pressão. As primeiras curvas-tipo para poços hidráulicamente fraturados foram propostas por Gringarten *et al.* (1972a, 1972b e 1974), considerando os modelos de condutividade infinita e de fluxo uniforme. Algumas dessas curvas-tipo serão apresentadas em seguida (Figura 7.12 a Figura 7.16).

A Figura 7.12 (B.16 do Apêndice B) mostra as curvas-tipo em um gráfico log-log para os modelos de condutividade infinita e de fluxo uniforme, enquanto a Figura 7.13 (B.17 do Apêndice B) mostra as mesmas curvas-tipo em um gráfico semi-log. Nas abscissas dos gráficos estão colocados os valores de:

$$t_{Dx_f} = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t x_f^2} = \frac{C_1 k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \frac{r_w^2}{x_f^2} = t_D \left(\frac{r_w^2}{x_f^2} \right). \quad (7.63)$$

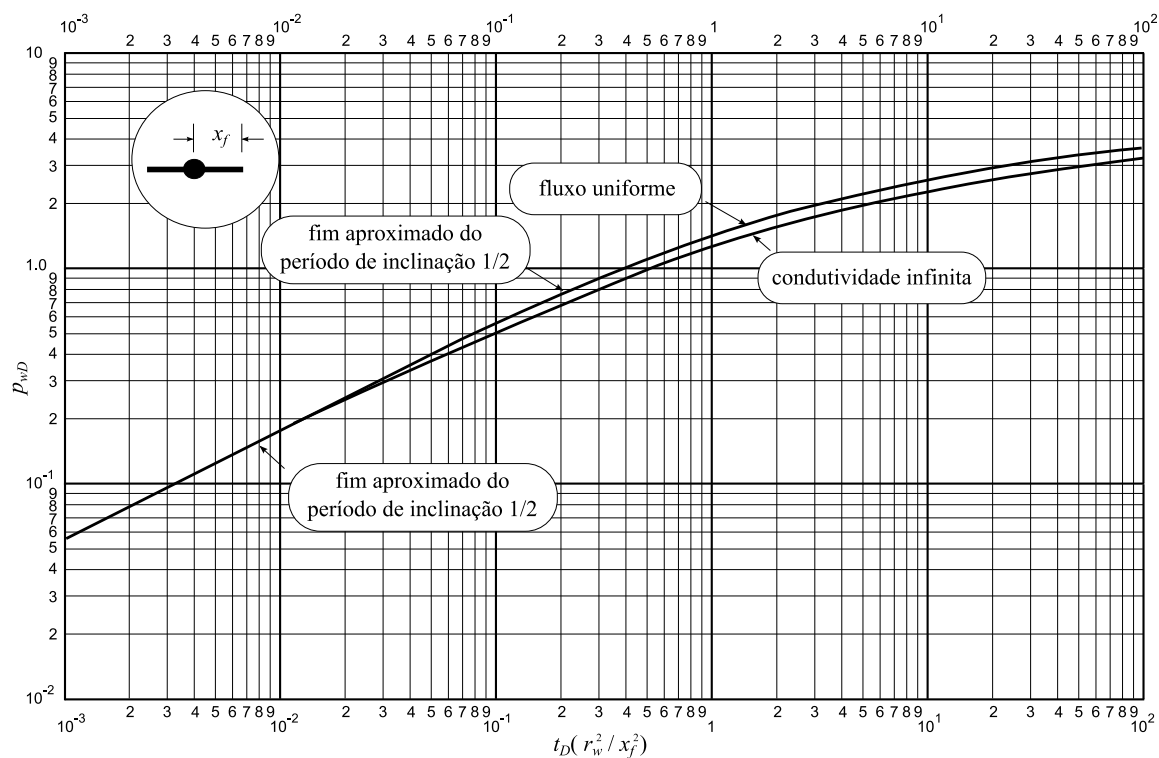


Figura 7.12 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical em um reservatório infinito, sem estocagem no poço (Gringarten *et al.*, 1972a, 1972b e 1974). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

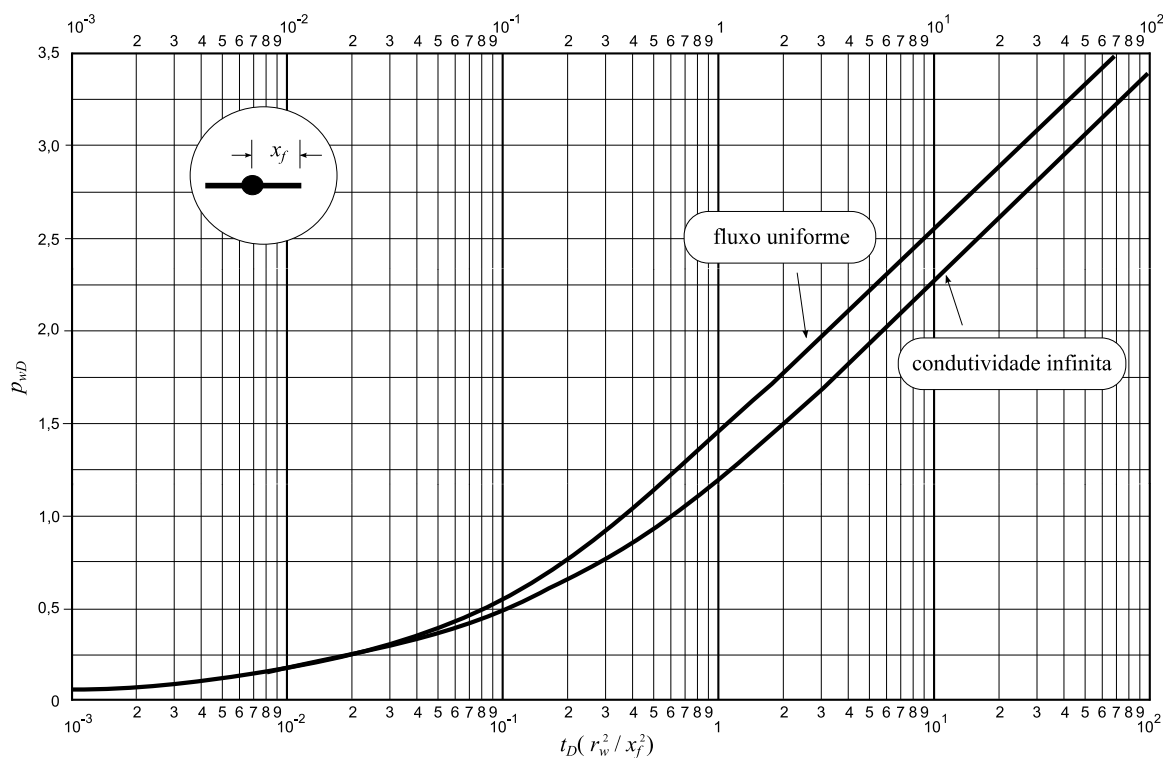


Figura 7.13 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical em um reservatório infinito, sem estocagem no poço (Gringarten *et al.*, 1972a, 1972b e 1974). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Na Figura 7.14 (B.18 do Apêndice B) está retratado o caso de poço sem efeitos de estocagem, com fratura vertical de condutividade infinita, situado no centro de um reservatório quadrado. Na abscissa do gráfico dessa figura estão colocados os valores de:

$$t_{DA} = \frac{C_1 kt}{\phi \mu c_t A} = \frac{C_1 kt}{\phi \mu c_t (2x_e^2)} \quad (7.64)$$

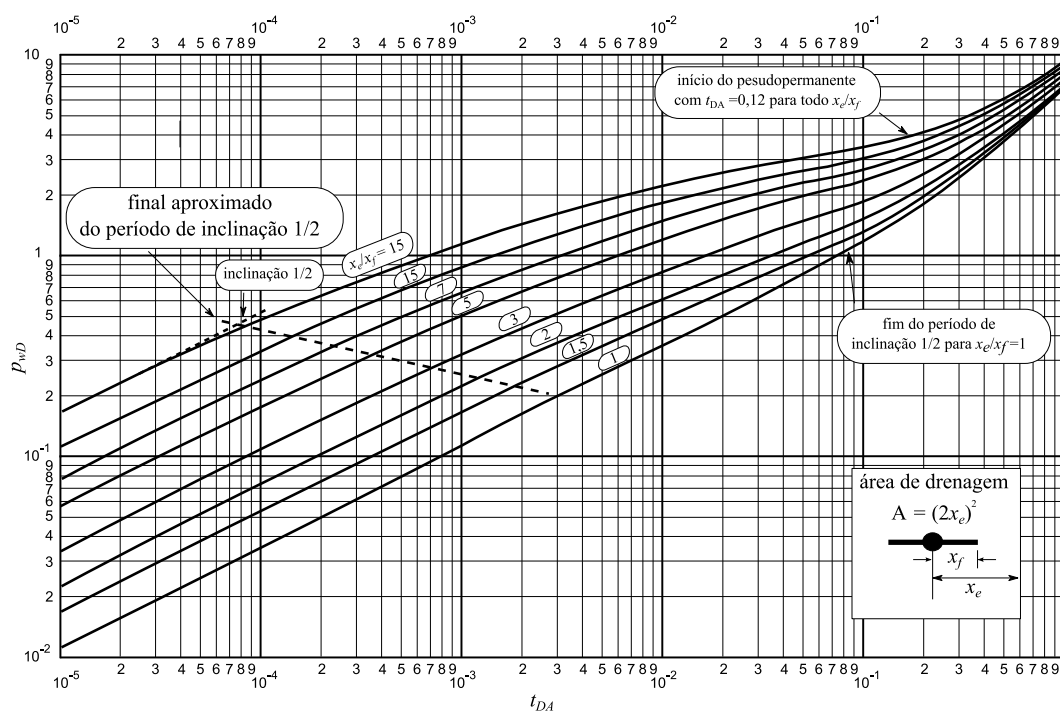


Figura 7.14 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical de condutividade infinita – poço sem estocagem no centro de um reservatório quadrado (Gringarten *et al.*, 1972a, 1972b e 1974). Reproduzida de Earlougher (1977).

Copyright ©, com permissão de **SPE-AIME**.

A Figura 7.15 (B.16 do Apêndice B) mostra curvas-tipo para um poço sem estocagem, situado no centro de um reservatório quadrado, com fratura vertical de condutividade infinita. Nesse caso, na abscissa estão colocados os valores do tempo adimensional t_{Dxf} .

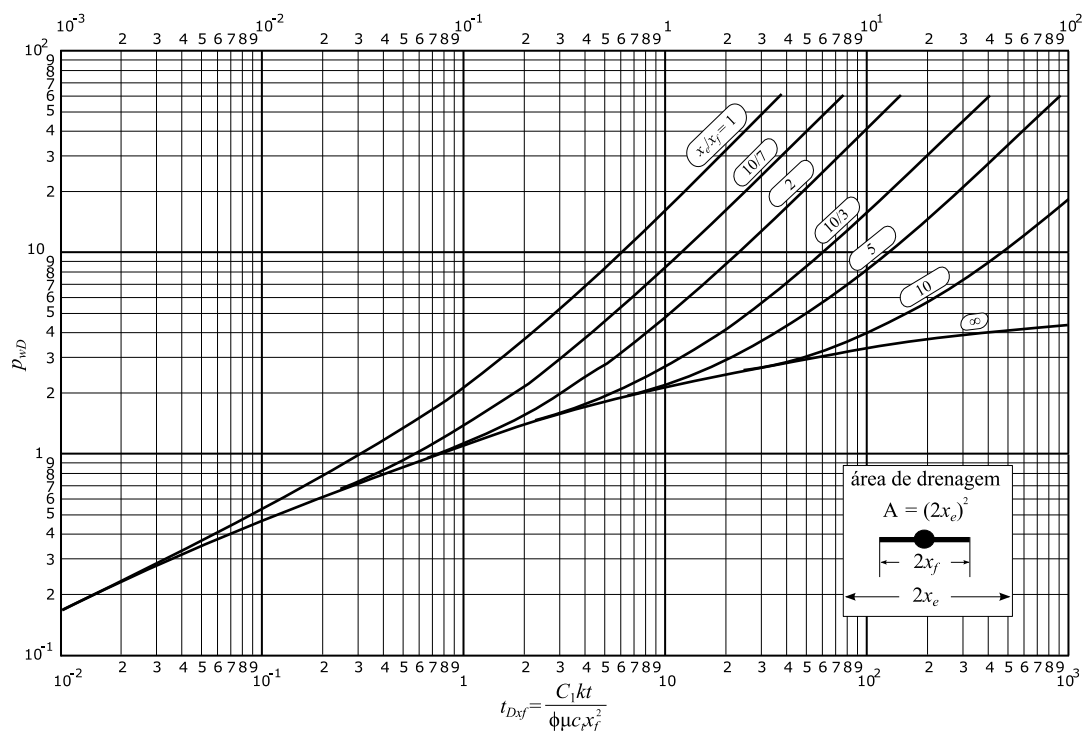


Figura 7.15 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical de condutividade infinita – poço sem estocagem no centro de um reservatório quadrado. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Finalmente, a Figura 7.16 (B.17 do Apêndice B) apresenta o caso de um poço sem estocagem, situado no centro de um reservatório quadrado, com fratura vertical de fluxo uniforme.

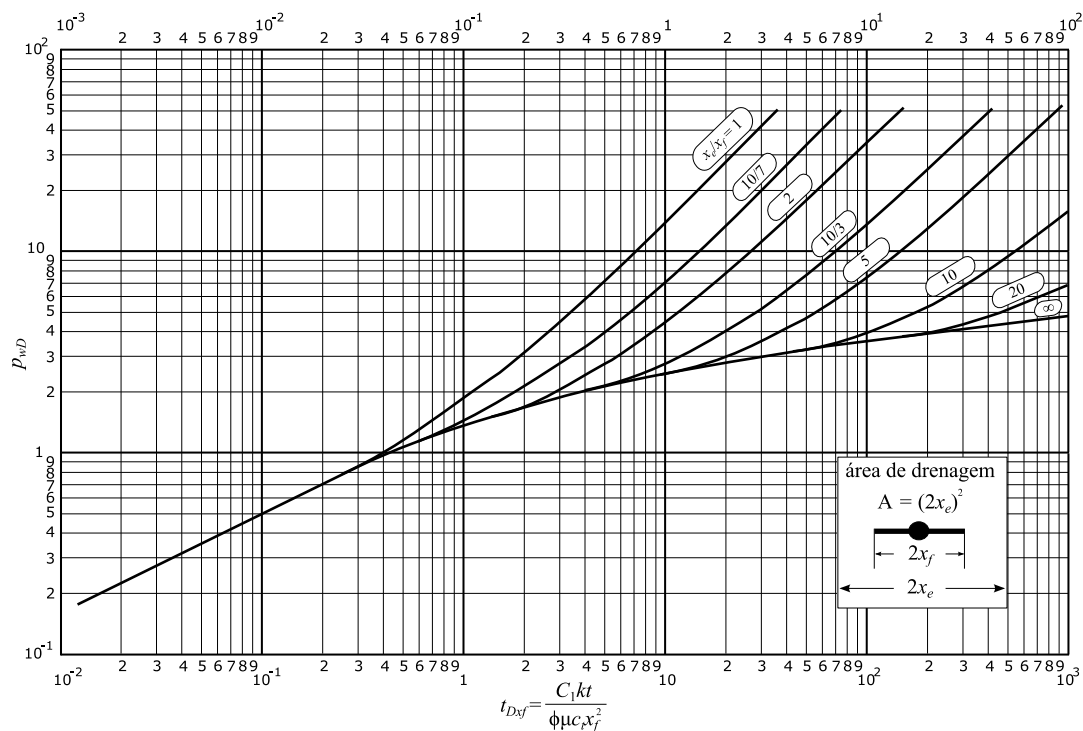


Figura 7.16 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical de fluxo uniforme – poço sem estocagem no centro de um reservatório quadrado. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Qualquer uma das figuras anteriores (Figura 7.12 a Figura 7.16) pode ser utilizada como uma curva-tipo para a análise de dados de pressão em um poço artificialmente fraturado. Uma curva de alguma dessas figuras é ajustada, de acordo com a técnica descrita no Capítulo 3, aos dados de pressão colocados em um gráfico $\log(\Delta p_w)$ versus $\log t$ (ou Δp_w versus $\log t$ no caso da Figura 7.13). Escolhendo-se um ponto de ajustamento **M**, ou sejam, os valores de $(\Delta p_w)_M$, $(p_{wD})_M$, $(t)_M$ e, $[t_D(r_w^2/x_f^2)]_M$, nos casos da Figura 7.12 e da Figura 7.13, $(t_{DA})_M$ no caso da Figura 7.14 ou $(t_{Dxf})_M$ nos casos da Figura 7.15 e da Figura 7.16, e $(x_e/x_f)_M$ quando forem evidenciados no teste os limites do reservatório, podem ser estimados parâmetros da fratura e da formação. Por exemplo, para poço de óleo, a permeabilidade efetiva ao óleo pode ser estimada como:

$$k_o = \frac{C_2 q B \mu (p_{wD})_M}{h (\Delta p_w)_M} \quad (7.65)$$

e, para poço de gás, a permeabilidade efetiva ao gás é dada por:

$$k_g = \frac{\alpha_g q_0 p_0 T (p_{wD})_M}{h T_0 [\Delta m(p_w)]_M} \quad (7.66)$$

O meio-comprimento da fratura pode ser estimado por:

$$x_f = \left\{ \frac{C_1 k}{\phi \mu c_t} \frac{(t)_M}{[t_D(r_w^2/x_f^2)]_M} \right\}^{1/2} \quad (7.67)$$

Eventualmente a área do reservatório pode também ser estimada (no caso de se usar a Figura 7.14) a partir da relação entre os tempos adimensional $(t_{DA})_M$ e real $(t)_M$ correspondentes ao ponto de ajustamento **M**. Além disso, a relação entre as dimensões do reservatório e da fratura (x_e/x_f) no caso particular de poço situado no centro de um quadrado) também poderá ser estimada se durante o teste houver o registro de efeitos dos limites do reservatório. Neste último caso, usando-se o valor de x_f obtido da Eq. (7.67) pode-se determinar x_e e conseqüentemente a área de drenagem do poço.

Se por acaso todos os dados de pressão do teste recaem sobre a linha reta de inclinação $1/2$ do gráfico $\log(\Delta p_w)$ versus $\log t$ (linha reta no gráfico p_w contra $t^{1/2}$), então a permeabilidade não pode ser estimada pelo ajustamento com a curva-tipo nem pelo gráfico semi-log. Essa situação muitas vezes ocorre em poços de gás em reservatórios de baixa permeabilidade, onde o período de escoamento linear pode estender-se por várias centenas de horas.

Posteriormente aos trabalhos de Gringarten *et al.* (1972a, 1972b e 1974), Cinco-Ley *et al.* (1978) mostraram que a solução para fratura hidráulica vertical de condutividade finita, com $(k_f b_f)_D \geq 300$, comporta-se como a solução para fratura de condutividade infinita, apresentada por Gringarten *et al.* (1974). Além disso, eles mostraram que uma fratura vertical com condutividade variável comporta-se de maneira similar a uma fratura com fluxo uniforme.

O uso de curvas-tipo oferece vantagens em relação aos métodos de análise baseados nos gráficos específicos: além de possibilitar a interpretação simultânea de todos os dados de pressão, incluindo os vários períodos de escoamento, as curvas-tipo podem indicar em que períodos do teste os diferentes gráficos específicos são aplicáveis.

A experiência prática com a aplicação de curvas-tipo, no entanto, tem mostrado que, similarmente ao que ocorre com outros tipos de sistema poço-reservatório, o emprego de curvas-tipo para poços com fratura vertical de condutividade finita em geral não fornece resultados únicos, ou seja, apresenta a

tradicional característica de não-unicidade de solução, típica de problemas inversos e que se apresenta de maneira acentuada na análise de testes de pressão. No caso em questão, isso acontece porque as curvas-tipo do modelo possuem formatos similares para diferentes valores da condutividade adimensional da fratura, ao menos em algumas regiões dos gráficos log-log. Uma inspeção da Figura 7.3 mostra que problemas de não-unicidade de solução poderão ser observados, por exemplo, se os dados de pressão forem medidos durante o período de escoamento bilinear (inclinação $1/4$) ou durante o período pseudoradial. Uma forma mais conveniente de apresentar as curvas-tipo publicadas por Cinco-Ley *et al.* (1978) e por outros autores, e que reduz o problema de não-unicidade de soluções, foi proposta por Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a) e está mostrada na Figura 7.17.

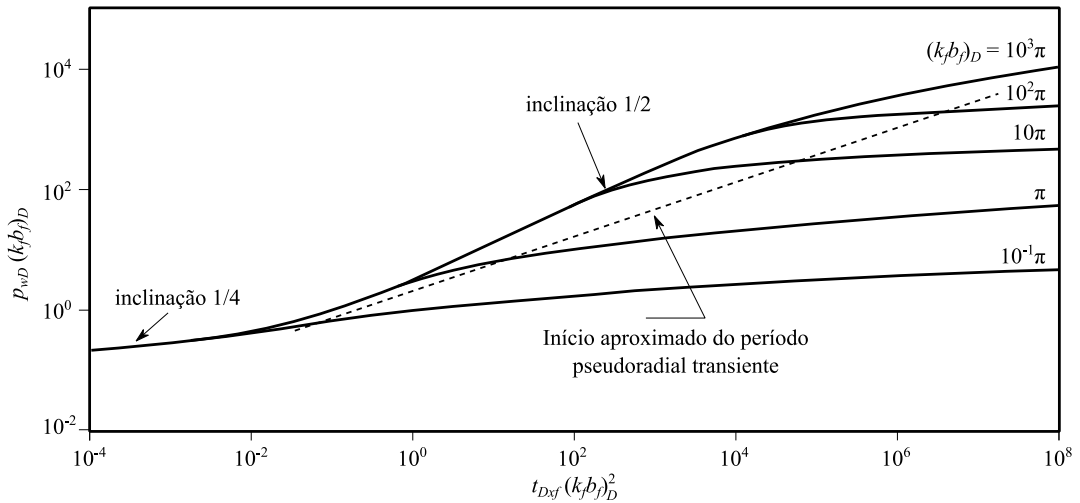


Figura 7.17 – Curvas-tipo para poço com fratura hidráulica vertical de condutividade finita. Reproduzida de Cinco-Ley, H. & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

A principal característica da Figura 7.17 é que, para todos os valores de $(k_f b_f)_D$ tanto o comportamento do escoamento bilinear (inclinação $1/4$) como do escoamento linear na formação (inclinação $1/2$) é dado por uma única curva, existindo entre esses dois períodos um trecho de transição. A linha tracejada mostrada na figura indica o início aproximado do período pseudoradial transiente (linha reta semi-log no gráfico específico). Observa-se ainda que, quanto maior a condutividade da fratura, mais longo é o período de escoamento linear na formação.

O início do escoamento linear na formação ocorre para (Cinco-Ley & Samaniego-V., 1981a):

$$(t_{Dxf})_{ifl} \cong \frac{100}{(k_f b_f)_D^2} \quad (7.68)$$

e o seu final se dá quando (Gringarten *et al.*, 1975):

$$(t_{Dxf})_{ffl} \cong 0,016 \quad (7.69)$$

A Eq.(7.68) fornece uma maneira de se estimar a condutividade da fratura:

$$(k_f b_f)_D \cong \frac{10}{\sqrt{(t_{Dxf})_{ifl}}} \quad (7.70)$$

Outra forma pode ser obtida combinando-se as Eqs. (7.68) e (7.69):

$$(k_f b_f)_D \cong 79 \sqrt{t_{ffl} / t_{ifl}} \quad (7.71)$$

As Eqs. (7.70) e (7.71) são aplicáveis quando $(k_f b_f)_D \geq 100$ (Cinco-Ley & Samaniego-V., 1981a).

Do mesmo modo que nas figuras anteriores, a Figura 7.17 pode ser utilizada como uma curva-tipo para a análise de dados de pressão em um poço artificialmente fraturado. Uma das curvas da Figura 7.17 é ajustada, de acordo com a técnica descrita no Capítulo 3, aos dados de pressão colocados em um gráfico $\log(\Delta p_w)$ versus $\log t$. Escolhendo-se um ponto de ajustamento **M**, ou sejam, os valores de $(\Delta p_w)_M$, $[p_{wD}(k_f b_f)_D]_M$, $(t)_M$, $[t_{Dxf}(k_f b_f)_D^2]_M$ e $[(k_f b_f)_D]_M$ podem ser estimados os seguintes parâmetros:

Permeabilidade efetiva ao fluido produzido

Para poço de óleo,

$$k_o = \frac{C_2 q B \mu}{h(\Delta p_w)_M} \frac{[p_{wD}(k_f b_f)_D]_M}{[(k_f b_f)_D]_M}, \quad (7.72)$$

e para poço de gás:

$$k_g = \frac{\alpha_g q_0 p_0 T}{h T_0 [\Delta m(p_w)]_M} \frac{[p_{wD}(k_f b_f)_D]_M}{[(k_f b_f)_D]_M}. \quad (7.73)$$

Meio-comprimento da fratura

$$x_f = \left\{ \frac{C_1 k(t)_M}{\phi \mu c_t} \frac{[(k_f b_f)_D]_M^2}{[t_{Dxf}(k_f b_f)_D^2]_M} \right\}^{1/2}. \quad (7.74)$$

Condutividade da fratura

$$k_f b_f = k x_f [(k_f b_f)_D]_M. \quad (7.75)$$

Podem também ser estimados a partir do ajustamento com a curva-tipo os seguintes tempos característicos do comportamento de um poço fraturado: tempo do final do escoamento bilinear $(t_{fbb})_M$, tempo do início do escoamento linear na formação $(t_{fll})_M$ e tempo do início do escoamento pseudoradial, ou seja, do início da linha reta semi-log $(t_{flrs})_M$.

Os resultados das Eqs. (7.72) a (7.75) só serão possíveis de serem obtidos se os dados de pressão forem suficientes para cobrir os vários períodos de escoamento das curvas-tipo da Figura 7.17. Além disso, deve-se ressaltar que os gráficos especializados para cada um dos vários períodos de escoamento, conforme discutido nas seções anteriores, devem ser usados para que sejam obtidas melhores estimativas dos parâmetros da formação e da fratura.

Cinco-Ley & Samaniego-V., 1981a apresentaram técnicas de interpretação para casos em que os dados de pressão recaem sobre somente um (ou alguns) dos períodos de escoamento que podem ser evidenciados pelo comportamento da pressão em um poço artificialmente fraturado:

1. Os dados de pressão exibem uma reta de inclinação $\frac{1}{4}$ no gráfico log-log (Figura 7.17)

De acordo com a discussão apresentada anteriormente, esses dados correspondem ao período de escoamento bilinear e um ajustamento com solução única utilizando a Figura 7.17 torna-se impossível. A análise do escoamento bilinear, conforme discutida na Seção b), é o único método disponível para essa

situação. Além daquela análise, um valor mínimo para x_f pode ser estimado a partir das Eqs.(7.15), (7.16) e (7.17) para o final do escoamento bilinear. Por exemplo, para $(k_f b_f)_D \geq 3$,

$$x_f \geq 4 \sqrt{\frac{10C_1 (k_f b_f)^2 t_{ffb}}{\phi \mu c_t k}}. \quad (7.76)$$

Em geral o período inicial de um teste é afetado por efeitos de estocagem no poço. Assim, deve-se esperar que os primeiros dados de pressão sejam distorcidos por esses efeitos, conforme ilustra a Figura 7.11, causando um desvio da reta de inclinação $1/4$. De acordo com Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a), a curva-tipo da Figura 7.18 pode ser usada para analisar dados de pressão nesse caso, mesmo que o tempo de teste tenha sido insuficiente para atingir o período de escoamento bilinear (reta de inclinação $1/4$).

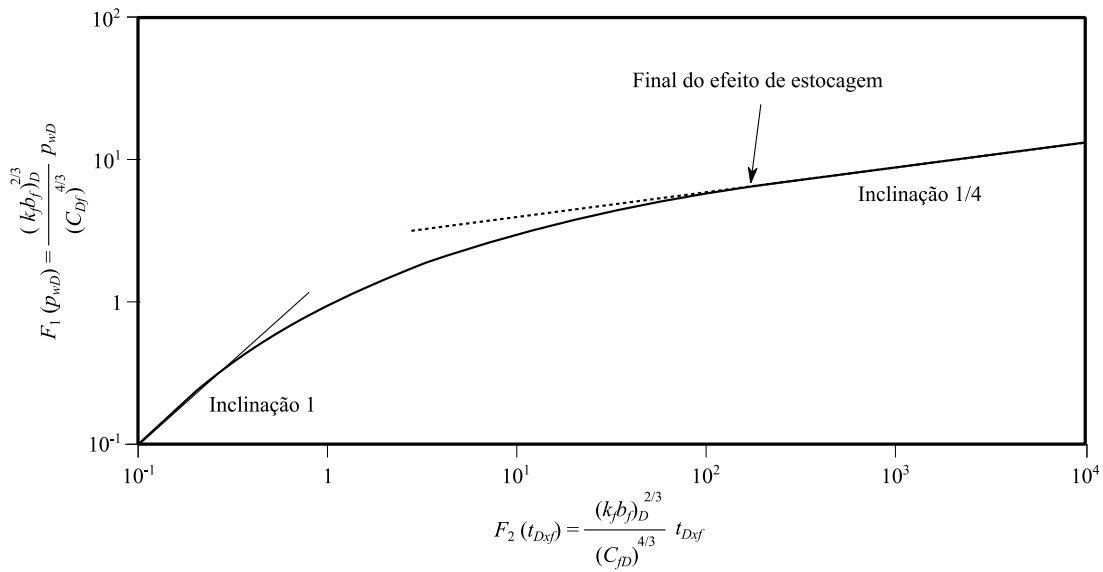


Figura 7.18 – Curva-tipo para análise de efeitos de estocagem no poço – fratura hidráulica vertical. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

A curva-tipo da Figura 7.18 elimina o problema de não-unicidade de solução porque engloba em uma única curva os períodos de estocagem e de escoamento bilinear. O final do período de estocagem ocorre aproximadamente três ciclos logarítmicos após o final da reta de inclinação 1 no gráfico log-log, característica do período de estocagem pura, e pode ser estimado pela expressão:

$$t_{fe} \cong \frac{17,25}{C_1} \sqrt[3]{\frac{C^4}{(k_f b_f)^2 h^4 \phi c_t k}}, \quad (7.77)$$

onde C é o coeficiente de estocagem do poço. Esse critério é útil para se determinar se a linha reta escolhida para o escoamento bilinear é adequada para representar esse período de escoamento.

Se a Figura 7.16 for usada como curva-tipo e for escolhido um ponto de ajustamento representado por $[F_1(p_{wD})]_M$, $[F_2(t_{Dxf})]_M$, $(\Delta p_w)_M$ e $(t)_M$, os seguintes parâmetros poderão ser estimados:

Coeficiente de estocagem do poço

Para óleo:

$$C = \frac{2\pi C_1 C_2 q B \mu(t)_M}{(\Delta p_w)_M} \frac{[F_1(p_{wD})]_M}{[F_2(t_{Dxf})]_M} \quad (7.78)$$

Para gás:

$$C = \frac{2\pi C_1 \alpha_g q_0 p_0 T(t)_M}{T_0 [\Delta m(p_w)]_M} \frac{[F_1(p_{wD})]_M}{[F_2(t_{Dxf})]_M} \quad (7.79)$$

Condutividade da fratura

Para poço de óleo:

$$k_f b_f = \frac{0,4}{h^2} \sqrt{\frac{C}{\phi c_t k} \left\{ C_2 q B \mu \frac{[F_1(p_{wD})]_M}{(\Delta p_w)_M} \right\}^3} \quad (7.80)$$

Para poço de gás:

$$k_f b_f = \frac{0,4}{h^2} \sqrt{\frac{C}{\phi c_t k} \left\{ \frac{\alpha_g q_0 p_0 T}{T_0} \frac{[F_1(p_{wD})]_M}{[\Delta m(p_w)]_M} \right\}^3} \quad (7.81)$$

2. Os dados de pressão recaem parte sobre a transição entre os períodos de escoamento bilinear e linear na formação e parte sobre um desses dois períodos (Figura 7.19).

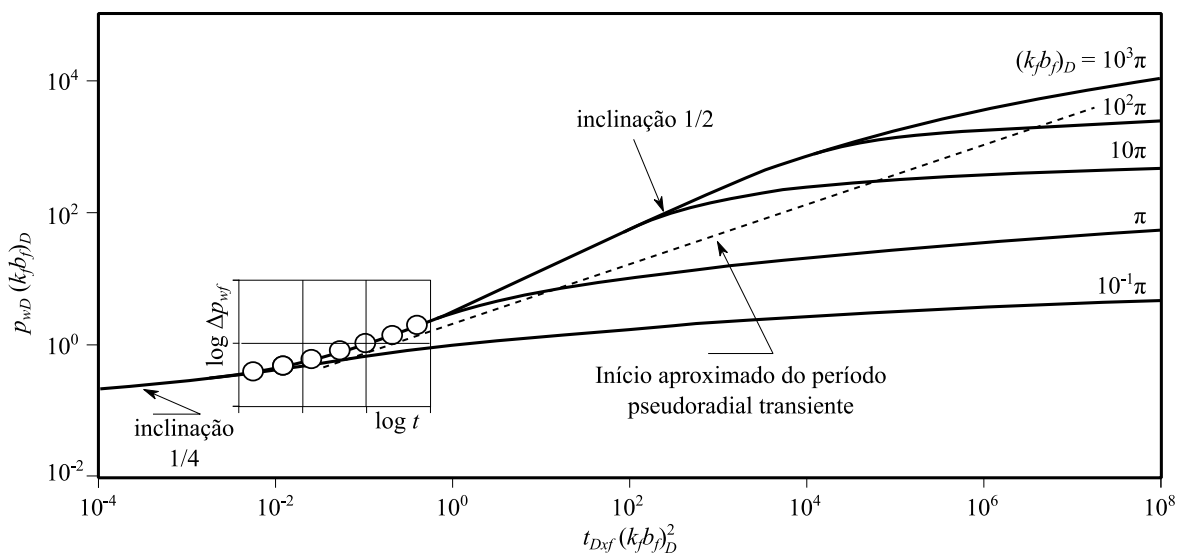


Figura 7.19 – Ajustamento com curva-tipo para os períodos de escoamento bilinear e de transição. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Nesse caso, se $(k_f b_f)_D \geq 5\pi$ é possível se obter um ajustamento único porque o período de transição tem uma forma característica. Desse ajustamento podem ser calculados:

Relação entre a condutividade e o meio-comprimento da fratura

Para óleo:

$$\frac{k_f b_f}{x_f} = \frac{C_2 q B \mu [p_{wD}(k_f b_f)_D]_M}{h (\Delta p_w)_M} \quad (7.82)$$

Para gás:

$$\frac{k_f b_f}{x_f} = \frac{\alpha_g q_0 p_0 T [p_{wD}(k_f b_f)_D]_M}{T_0 h [\Delta m(p_w)]_M} \quad (7.83)$$

Meio-comprimento da fratura

$$x_f = \left(\frac{k_f b_f}{x_f} \right) \sqrt{\frac{C_1 (t)_M}{\phi \mu c_t k [t_{Dx_f}(k_f b_f)_D^2]_M}} \quad (7.84)$$

Condutividade da fratura

$$k_f b_f = x_f \left(\frac{k_f b_f}{x_f} \right). \quad (7.85)$$

Como a permeabilidade da formação muitas vezes já foi determinada antes da operação de fraturamento, a condutividade adimensional da fratura pode ser estimada a partir dos resultados da Eq.(7.82) e (7.83).

Alguns dos resultados calculados nesse item também podem ser obtidos através dos métodos de análise baseados nos gráficos específicos discutidos em seções anteriores, utilizando a parte dos dados de pressão que eventualmente exiba algum dos possíveis períodos de escoamento (bilinear, linear, etc.). Porém, se todos os pontos estiverem sobre um período de transição, o método de ajustamento com curva-tipo é o único procedimento possível de ser empregado.

3. Parte dos dados de pressão recae sobre a transição entre os períodos de escoamento linear e pseudoradial e parte sobre o período pseudoradial

Se um conjunto relativamente extenso de dados de pressão não estiver disponível, um ajustamento com solução única dificilmente pode ser conseguido usando-se a Figura 7.17, já que as curvas durante o período pseudoradial apresentam formas bastante similares. É possível, porém, apresentar a curva-tipo para o período pseudoradial de forma a melhorar a interpretação. Durante o período pseudoradial um poço fraturado comporta-se como se fosse um poço não-fraturado cujo raio efetivo¹¹ é uma função da condutividade adimensional da fratura $(k_f b_f)_D$. A Figura 7.20 mostra um gráfico do raio efetivo adimensional do poço (r'_w/x_f) em função da condutividade adimensional da fratura $[(k_f b_f)_D]$. Observa-se que para grandes valores da condutividade adimensional da fratura $[(k_f b_f)_D > 300]$, o raio efetivo adimensional do poço é igual a 0,5.

¹¹ O raio efetivo de um poço é definido como $r_w' = r_w \exp(-s)$, onde r_w é o raio do poço e s o fator de película.

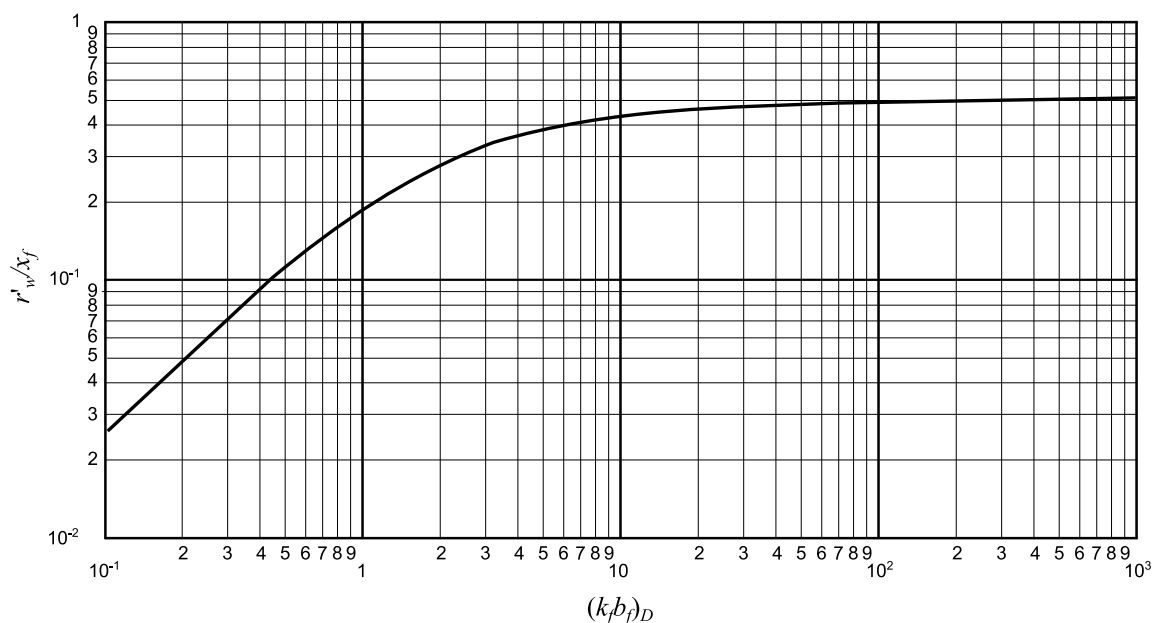


Figura 7.20 – Raio efetivo adimensional do poço *versus* condutividade adimensional de uma fratura hidráulica vertical. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Se o tempo adimensional for definido usando-se r'_w em vez de x_f , um gráfico de p_{wD} *versus* $t_{Dr'w}$ resulta em uma única curva para o período pseudoradial, para todos os valores de condutividade adimensional da fratura, conforme ilustra a Figura 7.21.

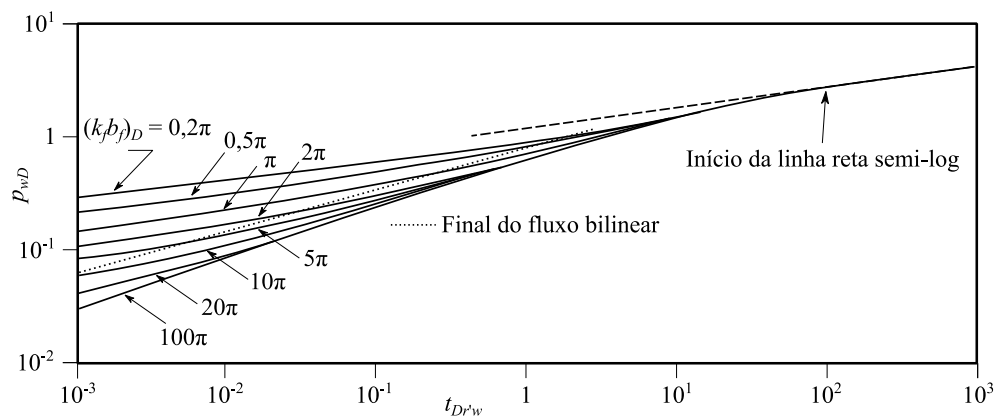


Figura 7.21 – Curvas-tipo para um poço com fratura hidráulica vertical de condutividade finita. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

O emprego da Figura 7.21 para efetuar o ajustamento aos dados de pressão permite calcular os parâmetros:

Permeabilidade

Para escoamento de óleo:

$$k = \frac{C_2 q B \mu (p_{wD})_M}{h (\Delta p_w)_M} \quad (7.86)$$

Para escoamento de gás:

$$k = \frac{\alpha_g q_0 p_0 T}{T_0 h} \frac{(p_{wD})_M}{[\Delta m(p_w)]_M} \quad (7.87)$$

Raio efetivo do poço

$$r'_w = \sqrt{\frac{C_1 k(t)_M}{\phi \mu c_t (t_{Dr'_w})_M}}. \quad (7.88)$$

Se x_f for conhecido, a Figura 7.20 poderá ser usada para determinar $(k_f b_f)_D$. Por outro lado, se $(k_f b_f)_D$ já tiver sido obtido de outros regimes de escoamento, a partir da Figura 7.20 poderá ser obtido o valor de $(r'_w/x_f)_{Figura}$ e, finalmente:

$$x_f = r'_w / (r'_w/x_f)_{Figura}. \quad (7.89)$$

Os dados de pressão que caem sobre o período de escoamento pseudoradial também devem ser interpretados pelos métodos convencionais, utilizando-se o gráfico específico (semi-log) apresentado no Capítulo 3 e também em seções anteriores deste capítulo, o qual permite estimar tanto a permeabilidade da formação como o fator de película e, conseqüentemente, o raio efetivo do poço.

7.1.2. Teste de limite de reservatório

Um sistema quadrado com um poço verticalmente fraturado, por exemplo, atinge o regime pseudopermanente para $t_{DA} > 0,12$ (Russel & Truitt, 1964). Nessa situação a queda adimensional de pressão no poço é dada por:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \ln\left(\frac{x_e}{x_f}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2,2458}{C_A}\right) \quad (7.90)$$

onde C_A é o fator de forma de Dietz. Como se pode notar, essa equação é similar à equação do regime pseudopermanente para um poço não fraturado. Russel & Truitt (1964) mostraram que as técnicas usadas para interpretar testes de limite de reservatório são aplicáveis a poços com fraturas verticais hidráulicamente induzidas.

7.1.3. Teste de crescimento de pressão ou teste de *falloff*

A interpretação de testes de crescimento ou de *falloff* em poços artificialmente fraturados deve ser feita utilizando-se a teoria apresentada no Capítulo 4. Em termos de diagnóstico através de curvas-tipo pode ser empregado o método de Agarwal, discutido naquele capítulo. Quanto ao uso de gráficos específicos, durante o período de fechamento do poço a pressão de fundo é dada, de acordo com o que foi mostrado naquele capítulo, pela equação:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)] = p_{wD}(t_{pD}) - p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] + p_{wD}[(\Delta t)_D], \quad (7.91)$$

onde Δt é o tempo de fechamento, t_p é o tempo de produção e p_{ws} é a pressão no fundo do poço durante o fechamento. Assim, a depender do regime de escoamento existente no instante do fechamento do poço, e também do tempo de fechamento Δt , diferentes equações podem ser aplicáveis para representar as funções que aparecem no lado direito da Eq. (7.91). Por exemplo, se no momento do fechamento o poço produzia

sob o regime pseudopermanente, as quedas adimensionais de pressão $p_{wD}(t_{pD})$ e $p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D]$ são dadas pela Eq. (7.90), isto é,

$$p_{wD}(t_{pD}) = 2\pi t_{pDA} + \ln\left(\frac{x_e}{x_f}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2,2458}{C_A}\right) \quad (7.92)$$

e

$$p_{wD}[(t_p + \Delta t)_D] = 2\pi[(t_p + \Delta t)_{DA}] + \ln\left(\frac{x_e}{x_f}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2,2458}{C_A}\right). \quad (7.93)$$

Então a Eq. (7.91) se transforma em:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)] = -2\pi \Delta t_{DA} + p_{wD}[(\Delta t)_D], \quad (7.94)$$

onde a função $p_{wD}[(\Delta t)_D]$ depende do regime de escoamento durante o período de fechamento, para os valores de Δt que estiverem sendo considerados. Se os valores de Δt forem tais que o regime de escoamento correspondente seja, por exemplo, o escoamento linear na formação, o valor de $p_{wD}[(\Delta t)_D]$ deve ser substituído pela Eq. (7.33), $p_{wD}[(\Delta t)_D] = (\pi \Delta t_{Dxf})^{1/2}$. Como

$$\Delta t_{DA} = \frac{C_1 k \Delta t}{\phi \mu c_t A} = \frac{C_1 k \Delta t}{\phi \mu c_t x_f^2} \frac{x_f^2}{A} = \left(\frac{x_f^2}{A} \right) \Delta t_{Dxf}, \quad (7.95)$$

a superposição de efeitos, Eq. (7.94), pode ser expressa por:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)] = -2\pi \left(\frac{x_f^2}{A} \right) \Delta t_{Dxf} + \sqrt{\pi \Delta t_{Dxf}}. \quad (7.96)$$

Nesse caso, é provável que o primeiro termo do lado direito da Eq. (7.96) seja muito menor que o segundo e possa ser desprezado, reduzindo-se a equação para:

$$\frac{kh}{C_2 q B \mu} [p_{ws}(t_p + \Delta t) - p_{ws}(\Delta t = 0)] = \sqrt{\pi \Delta t_{Dxf}}. \quad (7.97)$$

Ou seja, nesse exemplo, durante o período de escoamento linear do crescimento o comportamento da pressão é proporcional à raiz quadrada do tempo, como ocorre no período de escoamento linear de um teste de fluxo. Consequentemente, as técnicas para análise de escoamento linear na formação durante um teste de fluxo são aplicáveis.

Os dados de pressão correspondentes ao período pseudoradial de um teste de crescimento (ou de *falloff*) podem ser analisados pelo tradicional método de Horner, ou seja, através do gráfico p_{ws} versus $\log[(t_p + \Delta t)/\Delta t]$. A Figura 7.22 e a Figura 7.23 mostram gráficos teóricos de Horner para um teste de crescimento de pressão em poços verticalmente fraturados.

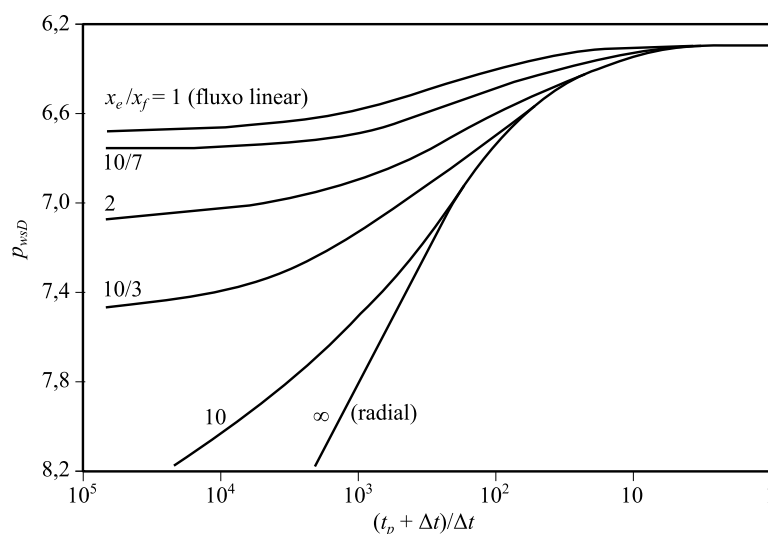


Figura 7.22 – Gráfico de Horner para um poço com fratura hidráulica vertical, situado no centro de um reservatório selado quadrado – $t_{pDA} = 1,0$ (Russel & Truitt, 1964). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

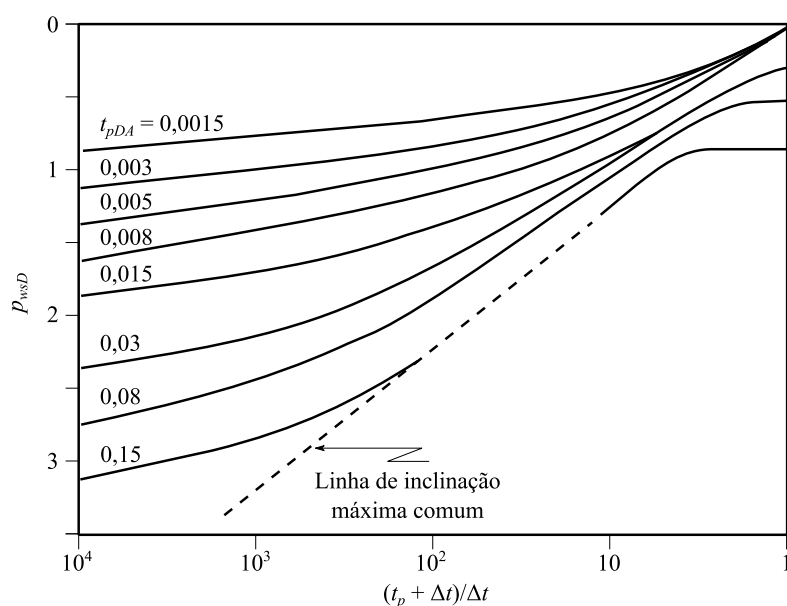


Figura 7.23 – Gráfico de Horner para um poço com fratura hidráulica vertical, situado no centro de um reservatório selado quadrado com $x_e/x_f = 10$ (Raghavan *et al.*, 1972). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

As duas figuras ilustram os efeitos do comprimento da fratura e do tempo de produção na inclinação do gráfico de Horner. A inclinação máxima do gráfico de Horner depende do tamanho da fratura (Figura 7.22), mas é independente do tempo de produção para um valor fixo de comprimento de fratura (Figura 7.23) desde que o crescimento ou *falloff* tenha uma duração suficiente para mostrar a inclinação máxima. Isso sugere que a permeabilidade estimada a partir da inclinação do gráfico de Horner (ou de MDH) precisa ser modificada. Essa correção, quando o tempo de fechamento é suficiente para se observar a inclinação máxima no gráfico, é feita através da expressão:

$$k = k_{\text{gráfico}} F_{\text{corr}}, \quad (7.98)$$

onde $k_{\text{gráfico}}$ é o valor calculado a partir do gráfico de Horner ou de MDH, F_{corr} é um fator de correção, obtido da Figura 7.24, e k é o valor corrigido da permeabilidade.

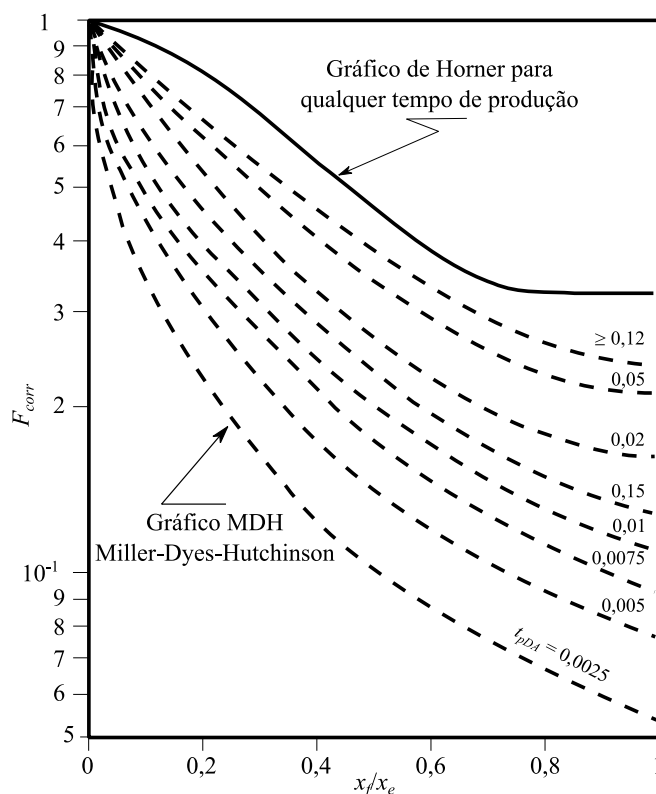


Figura 7.24 – Fator de correção para cálculo de permeabilidade a partir de gráfico de Horner ou de MDH em poço fraturado (Raghavan *et al.*, 1972). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Na Figura 7.24 a linha sólida é aplicável ao gráfico de Horner para qualquer tempo de produção, enquanto as linhas tracejadas aplicam-se quando é empregado o gráfico de MDH. Nesse caso o fator de correção depende do tempo de produção adimensionalizado pela área do reservatório, t_{pDA} . Devido à independência do tempo de produção e à sua menor sensibilidade (fatores de correção mais próximos de 1), o método de Horner é recomendado para a análise de testes de crescimento de pressão ou de *falloff* em poços com fraturas hidráulicas verticais.

O uso da Figura 7.24 requer o conhecimento da relação x_f/x_e . Se o escoamento linear e o escoamento pseudoradial na formação se desenvolverem durante o crescimento de pressão, é possível estimar kx_f^2 através da Eq. (7.40) ou (7.41) e k a partir da Eq. (7.98), usando um valor também estimado de x_f/x_e para a obtenção do fator de correção F_{corr} na Figura 7.24. O valor então estimado para k pode ser usado na Eq. (7.40) ou (7.41) para estimar um novo valor de x_f . Esse valor de x_f é utilizado para calcular uma nova relação x_f/x_e a ser usada na Figura 7.24 para se obter uma melhor estimativa de k . Esse processo continua até que a diferença entre dois valores consecutivamente estimados seja menor que uma tolerância pré-estabelecida. Por outro lado, se os dois períodos de escoamento (linear e pseudoradial) não são evidentes no teste, é necessário se fazer uma estimativa independente do comprimento da fratura (por exemplo, a partir de parâmetros da operação de fraturamento) ou da permeabilidade da formação (a partir de outros testes realizados no poço ou em poços vizinhos).

7.1.4. Fraturas danificadas

Frequentemente observa-se que o comportamento das pressões de fundo em um poço fraturado, para curto tempo, não segue as soluções clássicas, apresentadas nas seções anteriores, pois ocorre uma queda adicional de pressão devida a alguma restrição no sistema fratura-formação. Dois modelos têm sido propostos na literatura para representar essa situação:

- Uma região danificada na própria fratura, nas proximidades do poço, devida a uma obstrução ao escoamento (Figura 7.25).
- Uma região danificada em torno da fratura devida à perda de fluido de completação para a formação (Figura 7.26).

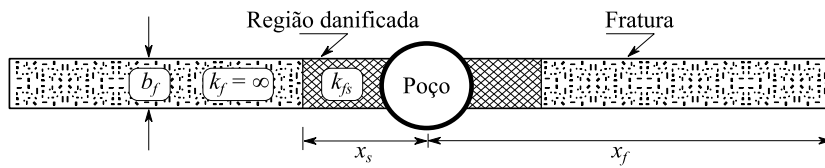


Figura 7.25 – Fratura artificial vertical com região danificada no seu interior devida a uma obstrução ao escoamento.

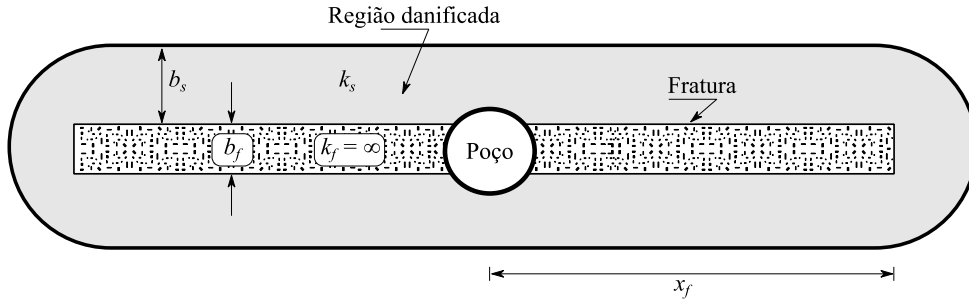


Figura 7.26 – Fratura hidráulica vertical com região danificada no seu entorno devida à perda de fluido para a formação.

Ambos os modelos admitem originalmente uma fratura de condutividade infinita. Embora tanto uma região danificada como uma fratura de condutividade finita representem restrições ao escoamento, os comportamentos transientes das pressões, para tempos curtos, são completamente diferentes para esses dois casos. Enquanto uma fratura de condutividade finita apresenta o comportamento bilinear, uma fratura danificada é caracterizada por uma queda de pressão adicional, causada pela zona danificada. Essa diferença se torna evidente quando se constrói o gráfico log-log visando diagnosticar os regimes de escoamento presentes durante o teste.

a) Modelo de fratura com obstrução

No modelo da Figura 7.25 a fratura apresenta uma região próxima ao poço cuja permeabilidade sofreu uma redução do valor original $k_f = \infty$ para $k_f = k_{fs}$. Esse tipo de redução na permeabilidade da fratura pode acontecer quando o agente de sustentação quebra ou penetra na formação. Se o comprimento x_s da zona danificada for pequeno quando comparado ao meio-comprimento x_f da fratura, o comportamento transiente da pressão nesse modelo poderá ser expresso pela equação:

$$p_{wD}(t_{Dx_f}, s_f) = p_{wD}[t_{Dx_f}, (k_f b_f)_D = \infty] + s_f, \quad (7.99)$$

onde $p_{wD} [t_{Dxf}, (k_f b_f)_D = \infty]$ é a solução para o modelo de fratura de condutividade infinita e s_f o fator de película devido à obstrução na fratura. Admitindo que o escoamento na região danificada possa ser representado pelo regime permanente, o fator de película pode ser definido pela expressão:

$$s_f = \frac{\pi x_s k}{b_{fs} k_{fs}}, \quad (7.100)$$

onde k_{fs} , x_s e b_{fs} representam, respectivamente, a permeabilidade, o meio-comprimento e a largura (caso seja diferente da largura da fratura) da zona danificada.

A queda de pressão adicional devida à região danificada é dada pela equação:

$$\Delta p_{s_f} = \frac{C_2 q B \mu}{kh} s_f \quad (7.101)$$

para poço de óleo, e:

$$[\Delta m(p)]_{s_f} = \frac{\alpha_g q_0 p_0 T}{kh T_0} s_f \quad (7.102)$$

para poço de gás.

A Figura 7.27 apresenta um gráfico com curvas-tipo para o caso de fratura com região danificada nas proximidades do poço, incluindo diferentes valores do fator de película s_f . Verifica-se nessa figura que para tempos curtos as curvas mostram uma porção quase horizontal para valores de s_f maiores que 0,05 e que para curtíssimo tempo a queda de pressão adimensional é igual ao fator de película, como seria esperado, já que praticamente toda a queda de pressão no poço é devida ao dano existente nas imediações do poço.

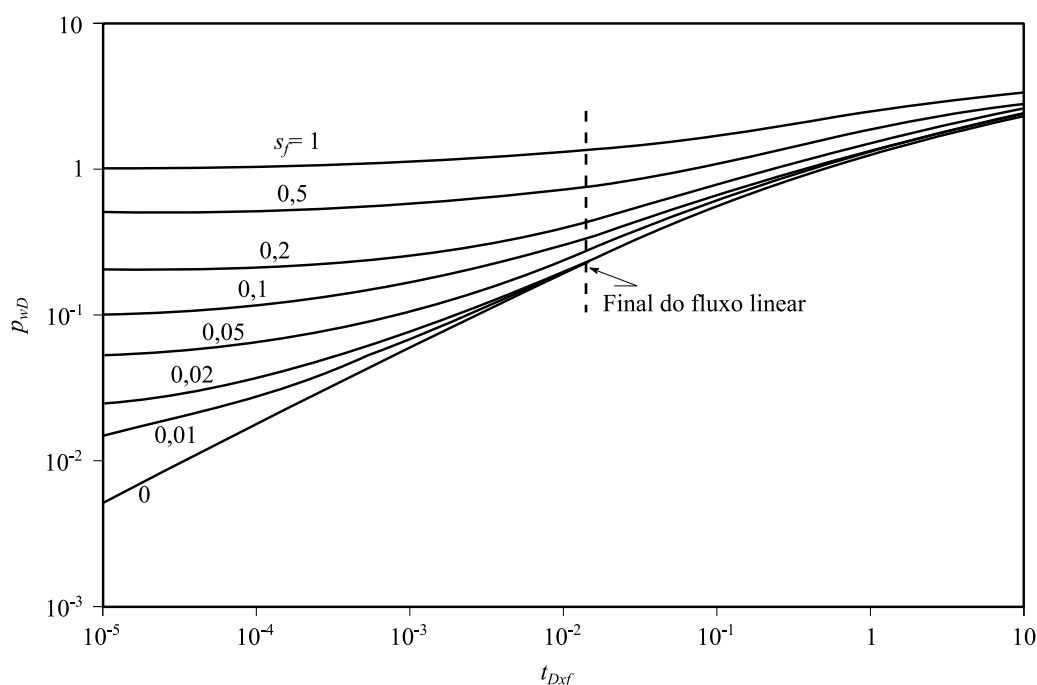


Figura 7.27 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical com região danificada nas imediações do poço. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981b). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

b) Modelo de fratura danificada devido à perda de fluido para a formação

Durante a operação de fraturamento hidráulico pode ocorrer perda de fluido para a formação, reduzindo assim a permeabilidade da mesma nas imediações da fratura, conforme ilustra a Figura 7.26. Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981b) mostraram que o comportamento da pressão para uma fratura de condutividade infinita circundada por uma região danificada pode ser expresso pela equação:

$$p_{wD} = f(t_{Dxf}, s_f), \quad (7.103)$$

onde o fator de película s_f é definido como:

$$s_f = \frac{\pi b_s}{2x_f} \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right). \quad (7.104)$$

Na Figura 7.28 estão apresentadas as curvas-tipo para esse tipo de modelo, onde aparecem três períodos de escoamento: linear para os tempos iniciais, transição para os tempos intermediários e pseudoradial para tempos longos.

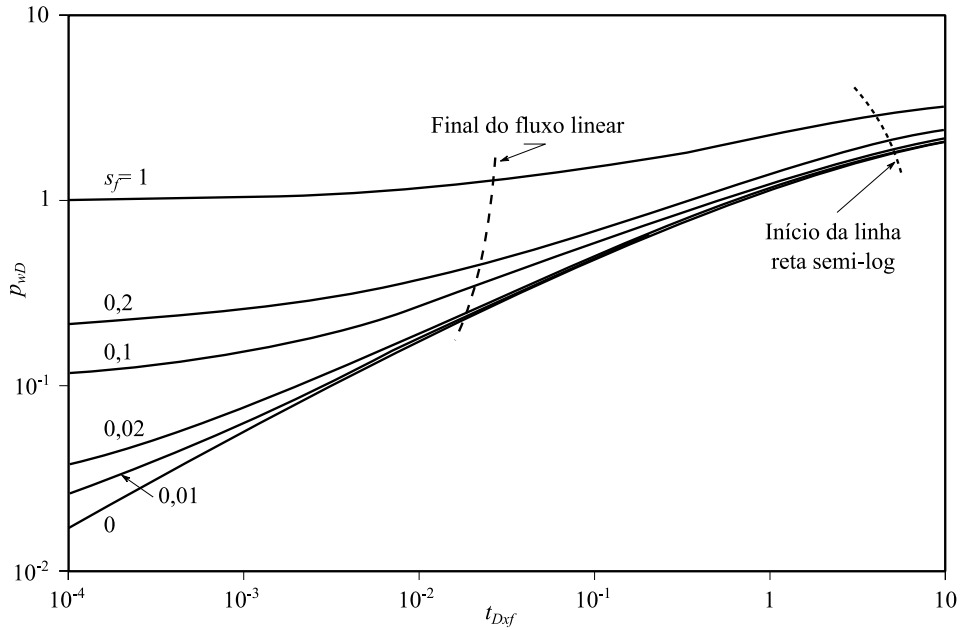


Figura 7.28 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical com região danificada no seu entorno. Reproduzida de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981b). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Pode-se notar que quanto maior for o valor de s_f , maior será o período de duração do escoamento linear e mais difícil será a sua caracterização em um gráfico log-log através da reta de inclinação $\frac{1}{2}$. A solução para o período de escoamento linear é dada por:

$$p_{wD}(t_{Dxf}, s_f) = \sqrt{\pi t_{Dxf}} + s_f. \quad (7.105)$$

Para o período de escoamento pseudoradial pode-se escrever que:

$$p_{wD}(t_{Dxf}, s_f) = p_{wD}[t_{Dxf}, (k_f b_f)_D = \infty] + p_{Ds}(t_{Dxf}, s_f), \quad (7.106)$$

onde $p_{wD}[t_{Dxf}, (k_f b_f)_D = \infty]$ é a solução de longo tempo para uma fratura de condutividade infinita e $p_{Ds}(t_{Dxf}, s_f)$ é a queda de pressão adicional causada pela região danificada. À medida que os tempos se

tornam mais longos (condição para a existência de escoamento radial) a queda de pressão devida à região danificada torna-se função somente do fator de película s_f .

Comparando-se as soluções dos dois modelos considerados, observa-se que no modelo de fratura com obstrução o valor do fator de película s_f é simplesmente adicionado à queda de pressão adimensional de um poço fraturado, para qualquer período de escoamento, enquanto no modelo de fratura danificada pela perda de fluido o valor do fator de película s_f não pode ser simplesmente adicionado quando prevalecem o período de transição ou o pseudoradial. Assim, a solução para o período de escoamento linear é idêntica nos dois casos, mas, para tempos longos, quando prevalecem os períodos de transição ou pseudoradial, no segundo modelo a queda adimensional de pressão é dada pela soma da solução para poço fraturado, $p_{wD} [t_{Dxf}, (k_f b_f)_D = \infty]$, com um termo que depende de s_f e também do tempo. Em termos de curvas-tipo, porém, os dois modelos produzem respostas bastante parecidas, sendo geralmente impossível identificar na prática qual das duas situações está presente.

A constatação da existência de dano em uma fratura pode ser feita a partir da análise do gráfico Δp_w versus $t^{1/4}$ (se estiver evidente o escoamento bilinear) ou Δp_w versus $t^{1/2}$ (se ocorrer o escoamento linear na formação). Em ambos os gráficos o comportamento da queda de pressão de fluxo de fundo, para tempos curtos, é representado por uma linha reta com coeficiente angular igual à queda de pressão causada pelo dano (Δp_s). O fator de película s_f pode ser calculado pela Eq. (7.101) ou Eq. (7.102).

Exemplo 7.1 – Analisar o teste de crescimento de pressão cujos dados estão apresentados na Tabela 7.1. Sabe-se que esse poço foi submetido a um fraturamento hidráulico antes de ser colocado em produção.

Tabela 7.1 – Dados de crescimento de pressão do poço do Exemplo 7.1

Δt (h)	p_{ws} (psi)	Δp_{wBU} (psi)	Δt (h)	p_{ws} (psi)	Δp_{wBU} (psi)
0	3.420	0	9	3.498	78
0,0833	3.431	11	10	3.500	80
0,167	3.435	15	12	3.506	86
0,250	3.438	18	24	3.528	108
0,500	3.444,5	24,5	36	3.544	124
0,700	3.449	29	48	3.555	135
1	3.452	32	60	3.563	143
2	3.463	43	72	3.570	150
3	3.471	51	96	3.582	162
4	3.477	57	120	3.590	170
5	3.482	62	144	3.600	180
6	3.486	66	192	3.610	190
7	3.490	70	240	3.620	200
8	3.495	75			

Outros dados são:

Pressão inicial.....	$p_i = 3.770 \text{ psi}$
Área do reservatório.....	$A = 69,696 \times 10^6 \text{ ft}^2$
Raio do poço.....	$r_w = 0,28 \text{ ft}$
Porosidade.....	$\phi = 12\%$
Espessura da formação.....	$h = 82 \text{ ft}$
Compressibilidade total.....	$c_t = 21 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$
Viscosidade do óleo	$\mu_o = 0,65 \text{ cp}$
Fator de volume de formação do óleo	$B_o = 1,26 \text{ bbl/STB}$
Vazão de óleo.....	$q_o = 419 \text{ STB/d}$
Tempo de produção.....	$t_p = 7.800 \text{ h}$

Solução:**a) Análise do teste por ajustamento com curva-tipo**

De acordo com a teoria apresentada no Capítulo 2, o tempo para que esse poço atinja o regime pseudopermanente de escoamento é de:

$$t_{ppDA} = \frac{0,0002637kt_{pp}}{\phi\mu c_t A} \cong 0,10 \Rightarrow \frac{0,0002637 \times 7 \times t_{pp}}{0,12 \times 0,65 \times 21 \times 10^{-6} \times 69,696 \times 10^6} = 0,10 \Rightarrow t_{pp} \cong 6.200 \text{ h}$$

onde foi usado o valor de $k = 7 \text{ md}$, a ser estimado no desenvolvimento da interpretação. Como $t_p = 7.800 \text{ h} > t_{pp} \cong 6.200 \text{ h}$, o poço já estava no regime pseudopermanente antes de ser fechado para o teste de crescimento de pressão. Com isso, a interpretação do teste de crescimento como se fosse um teste de fluxo pode ser feita utilizando-se simplesmente o tempo de crescimento Δt em vez do tempo equivalente Δt_e , ou seja, não é necessário o uso do método de Agarwal. Assim, inicialmente os dados de pressão foram colocados em um gráfico $\log(\Delta p_{wBU})$ versus $\log(\Delta t)$ em papel transparente, conforme mostra a Figura 7.29, com a finalidade de se efetuar uma análise preliminar através do método de ajustamento com curva-tipo.

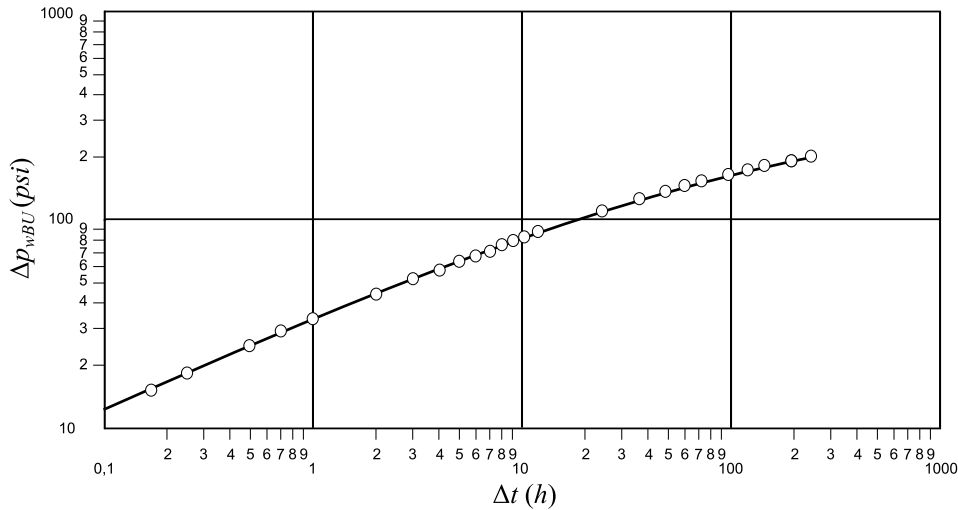


Figura 7.29 – Gráfico log-log para análise do crescimento de pressão do poço do Exemplo 7.1.

O ajustamento da curva da Figura 7.29 às curvas-tipo de Cinco-Ley & Samaniego-V. (1981a) indicou que a condutividade da fratura é de $(k_f b_f)_D \cong 200\pi$. Portanto, como $(k_f b_f)_D > 300$, não deverá ser observado nos gráficos específicos o comportamento de escoamento bilinear. A análise por curva-tipo indica também que durante o teste ocorreram os períodos de escoamento linear e pseudoradial, ambos transientes, sendo então possível a aplicação dos métodos específicos para a análise desses períodos.

Como a fratura é de alta condutividade $[(k_f b_f)_D > 300]$, pode-se tentar ajustar a curva da Figura 7.29 à curva-tipo para poço com fratura vertical de condutividade infinita. De fato verifica-se que um ajustamento aceitável é conseguido com a curva-tipo da Figura 7.12. Desse ajustamento tomou-se um ponto comum aos dois gráficos, cujas coordenadas foram:

$$(\Delta p_{wBU})_M = 100 \text{ psi}; \quad (p_{wD})_M = 1,2; \quad (\Delta t)_M = 10 \text{ h}; \quad \left[t_D (r_w^2 / x_f^2) \right]_M = 5,2 \times 10^{-1}$$

Usando as coordenadas verticais na Eq. (7.65), para o sistema de unidades empregado neste problema, calcula-se:

$$k = \frac{141,2qB\mu}{h} \frac{(p_{wD})_M}{(\Delta p_{wBU})_M} = \frac{141,2 \times 419 \times 1,26 \times 0,65}{82} \frac{1,2}{100} = 7,1 \text{ md}.$$

Das coordenadas horizontais dos gráficos obtém-se, através da Eq. (7.65):

$$x_f = \left\{ \frac{0,0002637k(\Delta t)_M}{\phi\mu c_t \left[t_D(r_w^2/x_f^2) \right]_M} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{0,0002637 \times 7,1 \times 10}{0,12 \times 0,65 \times 21 \times 10^{-6} \times 5,2 \times 10^{-1}} \right\}^{1/2} = 148 \text{ ft}.$$

Conforme a teoria apresentada no caso de fratura de condutividade infinita, o tempo de início do escoamento pseudoradial transiente, ou seja, do início da linha reta semi-log (Δt_{ilrsl}) , correspondente ao seguinte tempo adimensional:

$$(\Delta t_{Dx_f})_{ilrsl} = (\Delta t_D)_{ilrsl} \left(\frac{r_w^2}{x_f^2} \right) = 3$$

de onde se obtém:

$$\frac{0,0002637k\Delta t_{ilrsl}}{\phi\mu c_t r_w^2} \left(\frac{r_w^2}{x_f^2} \right) = \frac{0,0002637k\Delta t_{ilrsl}}{\phi\mu c_t x_f^2} = \frac{0,0002637 \times 7,1 \times \Delta t_{ilrsl}}{0,12 \times 0,65 \times 21 \times 10^{-6} \times (148)^2} = 3 \Rightarrow \Delta t_{ilrsl} \cong 57 \text{ h}$$

b) Identificação e análise do período de escoamento linear transiente na formação

Na tentativa de se verificar se o teste de fato exibiu o escoamento linear transiente na formação foi construído o gráfico Δp_{wBU} versus $(\Delta t)^{1/2}$, conforme mostrado na Figura 7.30.

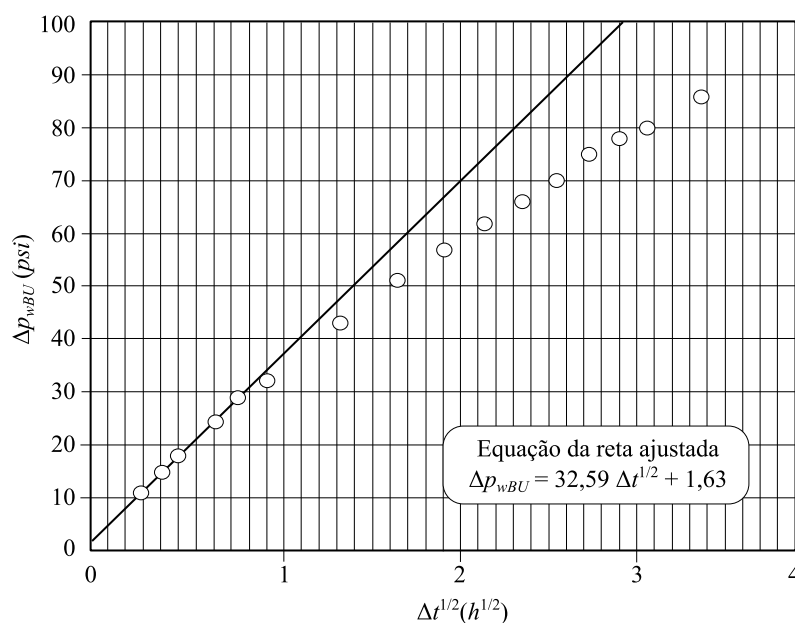


Figura 7.30 – Gráfico para diagnóstico e análise de escoamento linear na formação – Exemplo 7.1.

Conforme evidencia a Figura 7.30, os primeiros pontos do gráfico estão alinhados, indicando a presença de escoamento linear na formação. O coeficiente angular da reta é $m_{flo} = 32,59 \text{ psi} \cdot h^{-1/2}$. A Eq. (7.36) pode ser escrita de tal forma que é possível determinar:

$$kx_f^2 = \frac{\mu}{\phi c_t} \left(\frac{C_{flo}^* qB}{hm_{flo}} \right)^2 = \frac{0,65}{0,12 \times 21 \times 10^{-6}} \left(\frac{4,064 \times 419 \times 1,26}{82 \times 32,59} \right)^2 = 166.262 \text{ md} \cdot \text{ft}^2$$

De acordo com o gráfico da Figura 7.30 o final do escoamento linear na formação ocorre para um valor aproximado de $(\Delta p_{wBU})_{ffl} = 30 \text{ psi}$.

c) Identificação e análise do período de escoamento pseudoradial transiente

Como se trata de teste de crescimento de pressão, o período pseudoradial transiente pode ser identificado e analisado através do método de Horner. A Tabela 7.2 apresenta os dados de pressão e os tempos de Horner $[(t_p + \Delta t)/\Delta t]$. Não foram considerados os primeiros pontos da série de dados da Tabela 7.1, já que os mesmos se encontram no período de escoamento linear, conforme ilustrado na Figura 7.30.

Tabela 7.2 – Dados para a confecção do gráfico de Horner – Exemplo 7.1

$\Delta t \text{ (h)}$	$(t_p + \Delta t)/\Delta t$	$p_{ws} \text{ (psi)}$
8	976,0	3.495
9	867,7	3.498
10	781,0	3.500
12	651,0	3.506
24	326,0	3.528
36	217,7	3.544
48	163,5	3.555
60	131,0	3.563
72	109,3	3.570
96	82,3	3.582
120	66,0	3.590
144	55,2	3.600
192	41,6	3.610
240	33,5	3.620

Os dados da Tabela 7.2 foram colocados no gráfico semi-log da Figura 7.31. Nota-se que os últimos pontos estão alinhados, indicando a existência de escoamento pseudoradial.

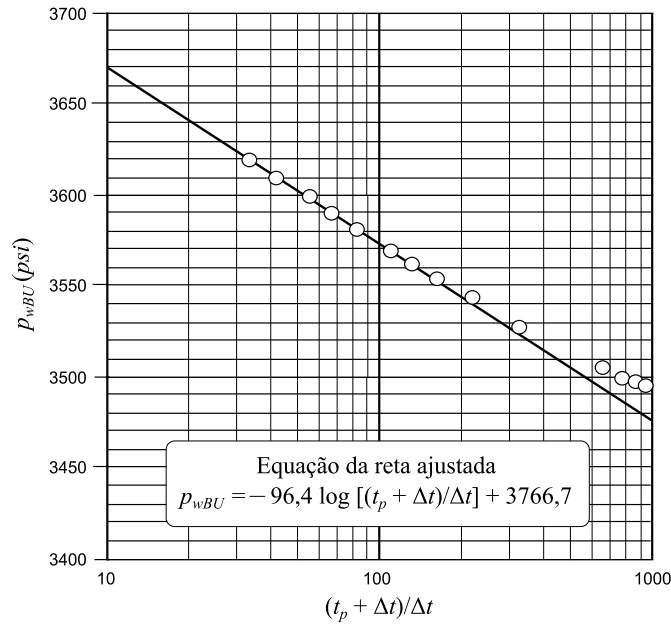


Figura 7.31 – Gráfico de Horner para o teste do Exemplo 7.1.

De acordo com a reta traçada na Figura 7.31, o início do período de escoamento pseudoradial, isto é, da linha reta semi-log, é aproximadamente o mesmo daquele previsto no item (a) através da análise por curva tipo, e equivale ao tempo de Horner $(t_p + \Delta t)/\Delta t \cong 131$, o que corresponde a uma pressão de, aproximadamente, 3.563 psi, ou seja, a um valor de $(\Delta p_{wBU})_{ilrsl} \cong 143$ psi. Portanto, a Eq. (7.62) está satisfeita, já que:

$$(\Delta p_{wBU})_{ilrsl} \cong 143 \text{ psi} > 2(\Delta p_{wBU})_{ffl} \cong 2 \times 30 = 60 \text{ psi}$$

o que indica que os períodos de escoamento linear na formação e pseudoradial foram corretamente identificados nos gráficos específicos. Da equação da reta da Figura 7.31 obtém-se ainda $p_{1h} = 3.391,5$ psi, $p^* = 3.766,7$ psi e $m = 96,4$ psi. A permeabilidade pode então ser determinada pela Eq. (7.49):

$$k = 1,151 \frac{C_2 q B \mu}{mh} = 1,151 \times \frac{141,2 \times 419 \times 1,26 \times 0,65}{96,4 \times 82} = 7 \text{ md}$$

e o meio-comprimento da fratura através de:

$$kx_f^2 = 166.262 \text{ md} \cdot \text{ft}^2 \Rightarrow 7x_f^2 = 166.262 \Rightarrow x_f = 154 \text{ ft}.$$

O fator de película total pode ser calculado usando-se a equação apresentada no Capítulo 4 para poço não fraturado, que no sistema de unidades empregado neste exemplo é:

$$s = 1,151 \left[\frac{p_{1h} - p_{wff}}{m} - \log \left(\frac{C_1 k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) - 0,3514 \right]$$

$$s = 1,151 \left\{ \left(\frac{3.391,5 - 3.420}{96,4} \right) - \log \left[\frac{0,0002637 \times 7}{0,12 \times 0,65 \times 21 \times 10^{-6} \times (0,28)^2} \right] - 0,3514 \right\} = -5,5$$

Como era de se esperar, usando-se a equação para cálculo do fator de película em poço não-fraturado obtém-se um valor negativo quando o poço é fraturado, indicando que a fratura age como se o poço estivesse estimulado.

Admitindo-se que a área de drenagem seja aproximadamente quadrada, a relação entre as dimensões da metade do comprimento da fratura (x_f) e do lado do quadrado ($2x_e$) é dada por $x_f/2x_e = 0,018$. Portanto, como $x_f/2x_e < 0,05$, podem ser utilizadas as curvas de MBH para a estimativa da pressão média no reservatório:

$$\bar{p} = p^* - \frac{m}{2,30} p_{DMBH}(t_{pDA}),$$

onde:

$$t_{pDA} = \frac{0,0002637kt}{\phi\mu c_t A} = \frac{0,0002637 \times 7 \times 7.800}{0,12 \times 0,65 \times 21 \times 10^{-6} \times 69,696 \times 10^6} = 0,126$$

Do gráfico de MBH obtém-se $p_{DMBH} = 1,4$. Assim,

$$\bar{p} = 3.766,7 - \frac{96,4}{2,30} \times 1,4 = 3.708 \text{ psi}$$

A queda de pressão devida ao efeito de película é dada por:

$$\Delta p_s = 0,87ms = 0,87 \times 96,4 \times (-5,5) = -461,3 \text{ psi}$$

e a razão de produtividade é:

$$RP = \frac{\bar{p} - p_{wff} - \Delta p_s}{\bar{p} - p_{wff}} = \frac{3.708 - 3.420 + 461,3}{3.708 - 3.420} = 2,6$$

O valor da razão de produtividade de 2,6 indica que o índice de produtividade do poço foi aumentado em 160% com o fraturamento hidráulico.

7.2. Estocagem Variável

Conforme discutido no Capítulo 2, a estocagem no poço influencia o comportamento transiente da pressão. O coeficiente de estocagem é definido como a variação no volume total dos fluidos existentes no interior do poço por variação unitária na pressão de fundo de poço:

$$C = \Delta V / \Delta p. \quad (7.107)$$

Quando a relação entre ΔV e Δp não varia durante um teste de pressão em um poço, o coeficiente de estocagem permanece constante e pode normalmente ser estimado a partir da configuração da completação do poço. Assim é que, para um poço cheio de fluido, a Eq. (7.107) pode ser combinada com a equação da compressibilidade do fluido, resultando em:

$$C = c_w V_w, \quad (7.108)$$

onde c_w é a compressibilidade do fluido do poço nas condições de fundo e V_w o volume do poço em comunicação com o reservatório (volume da câmara de estocagem). Por outro lado, para poços com variação do nível de líquido no seu interior, o coeficiente de estocagem é definido por:

$$C = \frac{V_u}{\gamma_w}, \quad (7.109)$$

onde V_u é o volume do poço por unidade de altura e γ_w é o peso específico do líquido. O coeficiente de estocagem adimensional é definido por:

$$C_D = \frac{C_3 C}{\phi h c_t r_w^2} \quad (7.110)$$

ou, usando unidades compatíveis:

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi h c_t r_w^2}. \quad (7.111)$$

Quando o coeficiente de estocagem é constante pode-se estimar o tempo em que o efeito de estocagem deixa de influenciar significativamente um teste de pressão transiente. Esse tempo corresponde ao início da linha reta semi-log no método de análise convencional (veja, por exemplo, o Capítulo 3). Conforme mencionado no Capítulo 3, os efeitos de estocagem são praticamente desprezíveis em testes de fluxo ou testes de injeção quando (Agarwal *et al.*, 1970):

$$t_D > (60 + 3,5s)C_D. \quad (7.112)$$

Para testes de crescimento ou de *falloff* os tempos correspondentes são (Chen & Brigham, 1974):

$$t_D > 50C_D e^{0,14s}. \quad (7.113)$$

Infelizmente, o coeficiente de estocagem de um poço raramente é constante durante um teste. Variações bruscas no coeficiente de estocagem são fáceis de serem visualizadas e ocorrem com relativa frequência durante os testes de poços. Uma discussão relativamente detalhada sobre os efeitos de variações no coeficiente de estocagem sobre o comportamento da pressão durante um teste pode ser encontrada no livro de Earlougher (1977).

7.3. Penetração ou Completação Parcial

Na maior parte dos capítulos apresentados neste texto admite-se que um único poço vertical penetra totalmente uma formação horizontal. É comum, no entanto, que somente uma parte da formação (intervalo produtor) esteja aberta à produção/injeção, como exemplificado na Figura 7.32, onde h é a espessura total da formação, h_w a distância entre o topo do reservatório e a metade dos canhoneados, k_h a permeabilidade horizontal e k_v a permeabilidade vertical. Nesse caso a superfície de contato entre o poço e o reservatório é reduzida, resultando em um fator de película positivo, ou seja, em um dano no poço. Como não se trata de um dano à formação propriamente dito, esse fator é chamado de pseudofator de película.

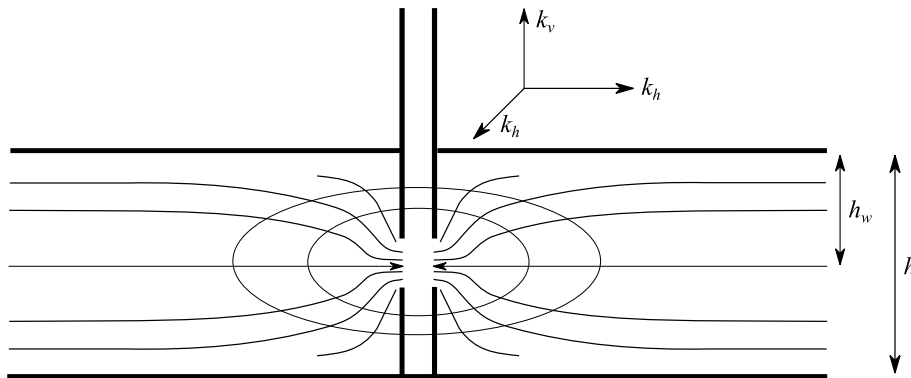


Figura 7.32 – Poço com completção parcial.

Em termos de regimes de escoamento, depois do escoamento radial muito próximo à área perfurada, linhas de corrente em diversas direções, desde horizontais até verticais, são estabelecidas, até que as

fronteiras (topo e base do reservatório) sejam atingidas. Um escoamento esférico pode então ser observado, antes que o escoamento se torne totalmente radial em toda a extensão da espessura do reservatório, exceto nas imediações do poço.

Quando um poço penetra (ou é completado em) somente uma porção da espessura da formação, os métodos de análise transiente podem ainda ser aplicados para a estimativa de propriedades como o produto kh/μ e a pressão média do reservatório $\bar{p}$, mas o fator de película estimado com as equações normais apresentadas em outros capítulos irá refletir o efeito da completação parcial do poço.

A Figura 7.33, baseada em informação contida no trabalho de Kazemi & Seth (1969), indica que o comportamento transiente da pressão em um poço com completação parcial pode apresentar duas porções de retas semi-log.

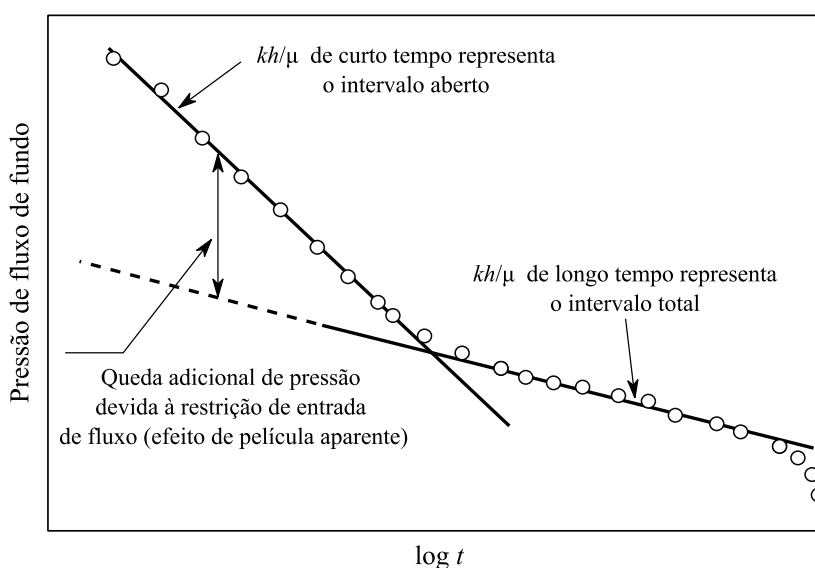


Figura 7.33 – Comportamento da pressão durante um teste de fluxo em um poço com penetração ou completação parcial. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

A primeira reta semi-log representa a transmissibilidade kh/μ do intervalo perfurado (canhoneado), enquanto a segunda representa a transmissibilidade do intervalo todo da formação. A primeira linha reta semi-log pode não ser visível devido a efeitos de estocagem no poço ou outros efeitos de curto tempo, e normalmente só é observada sob condições ideais. Mesmo que apareça a primeira linha reta semi-log, não se recomenda que seja estimada a espessura total do intervalo a partir do intervalo aberto no poço e dos dois valores de kh/μ obtidos de um gráfico semi-log, a menos que ações tenham sido tomadas para suprimir os efeitos de estocagem. Linhas retas frequentemente parecem existir em dados de pressão completamente dominados por efeitos de estocagem. Conforme discutido nos Capítulos 2 e 3, o gráfico $\log \Delta p$ versus $\log \Delta t$ geralmente fornece uma identificação dos dados dominados por estocagem.

O fator de película aparente calculado com os métodos convencionais de análise de testes transientes para um poço com restrição à entrada de fluido ou para um poço inclinado é dado por (Odeh, 1968):

$$s_a = s + s_p + s_{pi}, \quad (7.114)$$

onde s_a é o fator de película aparente, s o fator de película verdadeiro causado por dano ou estímulo na parte completada da formação, s_p é o pseudofator de película devido à restrição à entrada do fluxo (completação ou penetração parcial) e s_{pi} o pseudofator de película devido ao fato de o poço ser eventualmente inclinado (a ser discutido na próxima Seção). Odeh (1968) fornece informações para a estimativa do pseudofator de película em poços com penetração ou completação parcial. O seu método

pode ser usado para calcular o pseudofator de película em uma grande variedade de condições de completação.

A queda de pressão no poço durante o escoamento esférico é dada pela expressão:

$$\Delta p_{wf} = \frac{1}{2} C_2 \frac{qB\mu}{k_s r_s} - 0,282 C_2 \frac{qB\mu \sqrt{\phi \mu c_t / C_1}}{k_s^{3/2} \sqrt{t}}, \quad (7.115)$$

onde r_s é o raio esférico e k_s a permeabilidade equivalente do escoamento esférico, definida como:

$$k_s = \sqrt[3]{k_x k_y k_z} = \sqrt[3]{k_h^2 k_v}, \quad (7.116)$$

onde k_h é a permeabilidade horizontal equivalente, dada por $k_h = (k_x k_y)^{1/2}$. Logo, durante o regime de escoamento esférico, um gráfico da queda de pressão no poço, em função do inverso da raiz quadrada do tempo, resultaria em uma linha reta cujo módulo da inclinação seria igual a $m_{esférico}$, conforme mostrado na Figura 7.34.

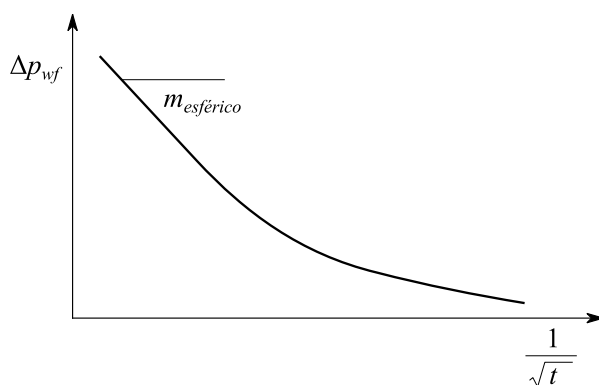


Figura 7.34 – Comportamento da pressão em um gráfico cartesiano durante um teste de fluxo em um poço com penetração ou completação parcial, quando predomina inicialmente a geometria de fluxo esférico.

Portanto,

$$m_{esférico} = 0,282 C_2 qB\mu \frac{\sqrt{\phi \mu c_t / C_1}}{k_s^{3/2} \sqrt{t}} \quad (7.117)$$

e a permeabilidade k_s pode ser estimada pela equação:

$$k_s = \left(0,282 C_2 qB\mu \frac{\sqrt{\phi \mu c_t / C_1}}{m_{esférico}} \right)^{2/3}. \quad (7.118)$$

Conhecendo-se a permeabilidade horizontal, a permeabilidade vertical poderá ser calculada pela expressão:

$$\frac{k_v}{k_h} = \left(\frac{k_s}{k_h} \right)^3. \quad (7.119)$$

Observa-se pela Eq. (7.115) que a equação da queda de pressão no regime de escoamento esférico é da forma:

$$\Delta p_{wf} = \frac{A}{\sqrt{t}} + B \quad (7.120)$$

ou

$$\Delta p_{wf} = A(t)^{-1/2} + B. \quad (7.121)$$

Tomando-se a derivada dessa equação em relação ao tempo:

$$\frac{d\Delta p_{wf}}{dt} \equiv \Delta p'_{wf} = -\frac{1}{2} A(t)^{-3/2} \quad (7.122)$$

e multiplicando-se ambos os termos por t :

$$t \Delta p'_{wf} = -\frac{A}{2} (t)^{-1/2}. \quad (7.123)$$

Tomando o logaritmo de ambos os termos se obtém:

$$\log(t \Delta p'_{wf}) = \log\left[-\frac{A}{2} (t)^{-1/2}\right] \quad (7.124)$$

ou

$$\log(t \Delta p'_{wf}) = \log\left(-\frac{A}{2}\right) - \frac{1}{2} \log t. \quad (7.125)$$

Logo, durante o período de escoamento esférico será obtida no gráfico log-log uma reta com inclinação igual a $-1/2$. No curto tempo será observado o efeito de estocagem, que provavelmente mascarará o período de escoamento radial inicial na área perfurada, conforme ilustrado na Figura 7.35. Após o período de escoamento esférico seria observado um regime de escoamento pseudoradial horizontal (não mostrado no gráfico), bem como eventuais efeitos de fronteira.

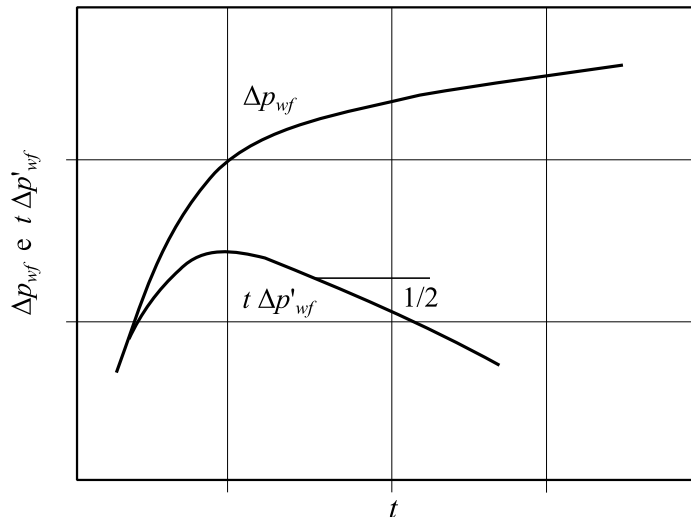


Figura 7.35 – Gráfico log-log para escoamento esférico.

Conforme já foi discutido anteriormente, a análise do período de escoamento pseudoradial horizontal permite a estimativa da permeabilidade horizontal, caso seja possível calcular a permeabilidade k_s através da Eq. (7.118). Desta análise pode-se também estimar o fator de película total ou aparente, definido pela Eq. (7.114).

Brons & Marting (1961) apresentaram um gráfico, mostrado na Figura 7.36, para a estimativa do pseudofator de película (s_p) devido à penetração parcial do poço na formação. Nessa figura, a razão de

penetração é a relação entre a espessura do intervalo completado (intervalo aberto à produção) e a espessura total da formação, r_w o raio do poço e h' um parâmetro que depende da configuração da completação do poço. Por exemplo, quando o intervalo canhoneado (aberto à produção) se encontra no topo da formação, $h' = h$, onde h é a espessura da formação. Quando o centro do intervalo canhoneado (aberto à produção) se encontra no centro da formação, ou seja, na metade da distância entre o topo e a base do reservatório, $h' = h/2$.

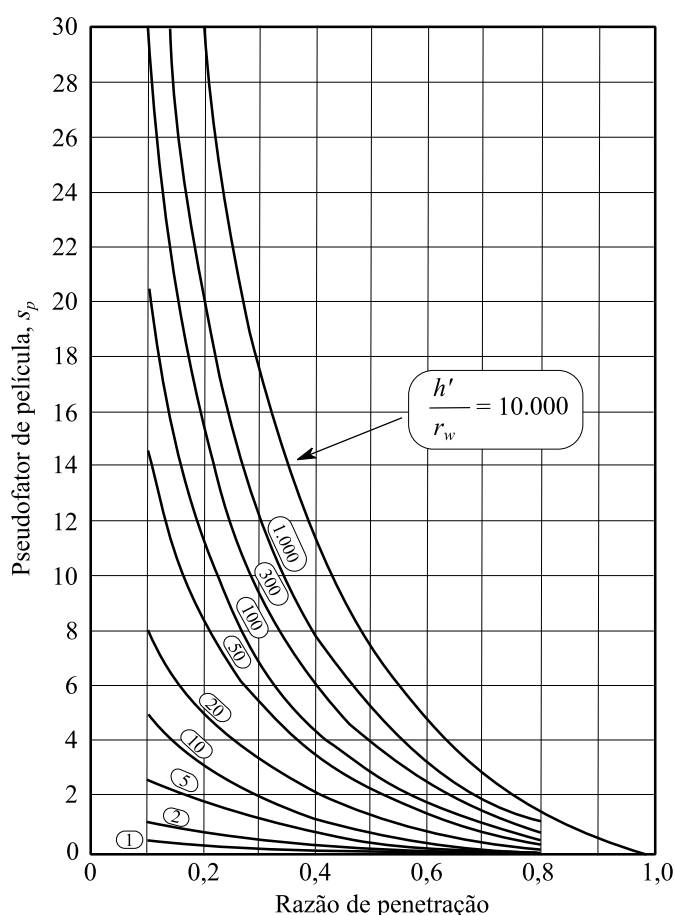


Figura 7.36 – Pseudofator de película causado por penetração parcial. Reproduzida de Brons & Marting (1961).
Copyright ©, com permissão de **SPE-AIME**.

Conhecendo o fator de película total ou aparente, calculado pela análise do regime de escoamento pseudoradial horizontal, o pseudofator de película devido à restrição à entrada do fluxo (penetração ou completção parcial) (s_p), estimado pela Figura 7.36, e o pseudofator de película devido ao fato de o poço ser eventualmente inclinado (a ser discutido na próxima Seção) (s_{pi}), o fator de película verdadeiro causado por dano ou estímulo na parte completada da formação (s), pode finalmente ser estimado:

$$s = s_a - s_p - s_{pi} \quad (7.126)$$

7.4. Poço Inclinado

É relativamente comum a perfuração dos chamados *poços direcionais*, isto é, poços inclinados em relação ao reservatório, conforme ilustra a Figura 7.37, onde o poço penetra a formação com um ângulo

α medido em relação à vertical. Esse fato resulta no aparecimento de um pseudofator de película, adicional a outros fatores de película eventualmente presentes.

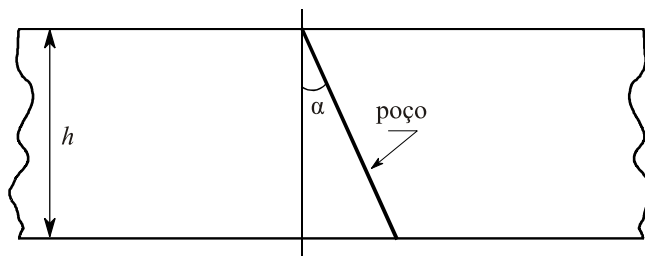


Figura 7.37 – Poço inclinado.

Cinco *et al.* (1975) mostraram que o pseudofator de película de um poço inclinado, totalmente perfurado ou canhoneado, ou seja, em que todo o intervalo encontra-se aberto à produção/injeção, pode ser estimado através da expressão:

$$s_{pi} = -(\alpha / 41)^{2,06} - (\alpha / 56)^{1,865} \log \left(\frac{h}{100r_w} \right), \quad (7.127)$$

onde $0^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$, $h/r_w > 40$ e $t_D > 100$.

O efeito da inclinação do poço é o provimento de uma maior área aberta ao fluxo, resultando em um pseudofator de película negativo, como se o poço estivesse estimulado. Portanto, como a inclinação do poço resulta em um estímulo, um dano real do poço pode ser mascarado. Assim, a importância da quantificação desse efeito reside no fato de que ele deve ser descontado de um eventual efeito total de dano ou estímulo presente no poço, permitindo avaliar a presença de danos mecânicos que possam ser removidos, aumentando com isso a produtividade do poço.

APÊNDICE A

Função Integral Exponencial

Definição:

A função *integral exponencial* é definida por

$$E_i(x) = -E_i(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz \quad (\text{A.1})$$

Séries Infinitas:

A função integral exponencial pode ser expandida em uma série de potência (para x pequeno) ou em uma série assintótica (para x grande), dadas respectivamente por

$$E_i(x) = \gamma + \ln x + \frac{x}{1 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \dots \quad (\text{A.2})$$

e

$$E_i(x) \approx \frac{e^x}{x} \left(1 + \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} + \dots \right), \quad (\text{A.3})$$

onde γ é a constante de Euler ($\gamma = 0,5772156649$). Com base nessas séries infinitas, uma rotina FORTRAN é apresentada no livro Numerical Recipes¹² (p. 218).

Aproximação Racional:

$$0 \leq x \leq 1 \rightarrow E_i(x) + \ln(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + \varepsilon(x) \quad (\text{A.4})$$

onde:

$$\begin{aligned} |\varepsilon(x)| &< 2 \times 10^{-7} \\ a_0 &= -0,57721566 & a_3 &= 0,05519968 \\ a_1 &= 0,99999193 & a_4 &= 0,00976004 \\ a_2 &= -0,24991055 & a_5 &= 0,00107857 \end{aligned}$$

e

$$1 \leq x \leq \infty \rightarrow xe^x E_i(x) = \frac{x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4}{x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4} + \varepsilon(x) \quad (\text{A.5})$$

onde:

$$\begin{aligned} |\varepsilon(x)| &< 2 \times 10^{-8} \\ a_1 &= 8,5733287401 & b_1 &= 9,5733223454 \\ a_2 &= 18,0590169730 & b_2 &= 25,6329561486 \\ a_3 &= 8,6347608925 & b_3 &= 21,0996530827 \\ a_4 &= 0,2677737343 & b_4 &= 3,9584969228 \end{aligned}$$

¹² Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P. Numerical recipes in FORTRAN: The art of scientific computing, 2nd ed. New York: Cambridge University, 1992.

Tabela A.1 – Função Integral Exponencial $E_i(x) = -E_i(-x)$

Y	$x = Y$	$x = Y/10$	$x = Y/100$	$x = Y/1000$	$x = Y/10000$
1,0	0,2194E 00	0,1823E 01	0,4038E 01	0,6332E 01	0,8633E 01
1,1	0,1860E 00	0,1737E 01	0,3944E 01	0,6236E 01	0,8538E 01
1,2	0,1584E 00	0,1660E 01	0,3858E 01	0,6149E 01	0,8451E 01
1,3	0,1355E 00	0,1589E 01	0,3779E 01	0,6069E 01	0,8371E 01
1,4	0,1162E 00	0,1524E 01	0,3705E 01	0,5995E 01	0,8297E 01
1,5	0,1000E 00	0,1464E 01	0,3637E 01	0,5927E 01	0,8228E 01
1,6	0,8631E-01	0,1409E 01	0,3574E 01	0,5862E 01	0,8163E 01
1,7	0,7466E-01	0,1358E 01	0,3514E 01	0,5802E 01	0,8103E 01
1,8	0,6471E-01	0,1310E 01	0,3458E 01	0,5745E 01	0,8046E 01
1,9	0,5620E-01	0,1265E 01	0,3405E 01	0,5691E 01	0,7991E 01
2,0	0,4890E-01	0,1223E 01	0,3355E 01	0,5639E 01	0,7940E 01
2,1	0,4261E-01	0,1183E 01	0,3307E 01	0,5591E 01	0,7891E 01
2,2	0,3719E-01	0,1145E 01	0,3261E 01	0,5544E 01	0,7845E 01
2,3	0,3250E-01	0,1110E 01	0,3218E 01	0,5500E 01	0,7800E 01
2,4	0,2844E-01	0,1076E 01	0,3176E 01	0,5457E 01	0,7758E 01
2,5	0,2492E-01	0,1044E 01	0,3137E 01	0,5417E 01	0,7717E 01
2,6	0,2185E-01	0,1014E 01	0,3098E 01	0,5378E 01	0,7678E 01
2,7	0,1918E-01	0,9849E 00	0,3062E 01	0,5340E 01	0,7640E 01
2,8	0,1686E-01	0,9573E 00	0,3026E 01	0,5304E 01	0,7604E 01
2,9	0,1482E-01	0,9309E 00	0,2992E 01	0,5269E 01	0,7569E 01
3,0	0,1305E-01	0,9057E 00	0,2959E 01	0,5235E 01	0,7535E 01
3,1	0,1149E-01	0,8815E 00	0,2927E 01	0,5202E 01	0,7502E 01
3,2	0,1013E-01	0,8583E 00	0,2897E 01	0,5171E 01	0,7470E 01
3,3	0,8939E-02	0,8316E 00	0,2867E 01	0,5140E 01	0,7440E 01
3,4	0,7891E-02	0,8147E 00	0,2938E 01	0,5110E 01	0,7410E 01
3,5	0,6970E-02	0,7942E 00	0,2810E 01	0,5081E 01	0,7381E 01
3,6	0,6161E-02	0,7745E 00	0,2783E 01	0,5053E 01	0,7353E 01
3,7	0,5448E-02	0,7554E 00	0,2756E 01	0,5026E 01	0,7325E 01
3,8	0,4820E-02	0,7371E 00	0,2731E 01	0,4999E 01	0,7299E 01
3,9	0,4267E-02	0,7194E 00	0,2706E 01	0,4973E 01	0,7273E 01
4,0	0,3780E-02	0,7024E 00	0,2681E 01	0,4948E 01	0,7247E 01
4,1	0,3355E-02	0,6859E 00	0,2658E 01	0,4924E 01	0,7223E 01
4,2	0,2974E-02	0,6700E 00	0,2634E 01	0,4900E 01	0,7198E 01
4,3	0,2637E-02	0,6546E 00	0,2612E 01	0,4876E 01	0,7175E 01
4,4	0,2340E-02	0,6397E 00	0,2590E 01	0,4853E 01	0,7152E 01
4,5	0,2076E-02	0,6253E 00	0,2568E 01	0,4831E 01	0,7130E 01
4,6	0,1844E-02	0,6114E 00	0,2547E 01	0,4809E 01	0,7108E 01
4,7	0,1637E-02	0,5979E 00	0,2527E 01	0,4788E 01	0,7086E 01
4,8	0,1455E-02	0,5848E 00	0,2507E 01	0,4767E 01	0,7065E 01
4,9	0,1293E-02	0,5721E 00	0,2457E 01	0,4746E 01	0,7044E 01
5,0	0,1150E-02	0,5598E 00	0,2468E 01	0,4726E 01	0,7024E 01
5,1	0,1022E-02	0,5478E 00	0,2449E 01	0,4706E 01	0,7004E 01
5,2	0,9095E-03	0,5362E 00	0,2431E 01	0,4687E 01	0,6985E 01
5,3	0,8093E-03	0,5250E 00	0,2413E 01	0,4668E 01	0,6966E 01
5,4	0,7204E-03	0,5140E 00	0,2395E 01	0,4650E 01	0,6947E 01
5,5	0,6414E-03	0,5034E 00	0,2377E 01	0,4631E 01	0,6929E 01
5,6	0,5713E-03	0,4930E 00	0,2360E 01	0,4613E 01	0,6911E 01
5,7	0,5089E-03	0,4830E 00	0,2344E 01	0,4596E 01	0,6893E 01
5,8	0,4535E-03	0,4732E 00	0,2327E 01	0,4578E 01	0,6876E 01
5,9	0,4042E-03	0,4637E 00	0,2311E 01	0,4561E 01	0,6859E 01

Tabela A.1 – Continuação...

Y	$x = Y$	$x = Y/10$	$x = Y/100$	$x = Y/1000$	$x = Y/10000$
6,0	0,3603E-03	0,4544E 00	0,2295E 01	0,4545E 01	0,6842E 01
6,1	0,3213E-03	0,4454E 00	0,2280E 01	0,4528E 01	0,6825E 01
6,2	0,2865E-03	0,4366E 00	0,2264E 01	0,4512E 01	0,6809E 01
6,3	0,2556E-03	0,4280E 00	0,2249E 01	0,4496E 01	0,6793E 01
6,4	0,2281E-03	0,4197E 00	0,2235E 01	0,4481E 01	0,6777E 01
6,5	0,2035E-03	0,4115E 00	0,2220E 01	0,4465E 01	0,6762E 01
6,6	0,1817E-03	0,4036E 00	0,2206E 01	0,4450E 01	0,6747E 01
6,7	0,1622E-03	0,3959E 00	0,2192E 01	0,4435E 01	0,6732E 01
6,8	0,1448E-03	0,3883E 00	0,2178E 01	0,4420E 01	0,6717E 01
6,9	0,1293E-03	0,3810E 00	0,2164E 01	0,4406E 01	0,6702E 01
7,0	0,1155E-03	0,3738E 00	0,2151E 01	0,4392E 01	0,6688E 01
7,1	0,1032E-03	0,3668E 00	0,2138E 01	0,4378E 01	0,6674E 01
7,2	0,9222E-04	0,3599E 00	0,2125E 01	0,4364E 01	0,6660E 01
7,3	0,8242E-04	0,3532E 00	0,2112E 01	0,4350E 01	0,6646E 01
7,4	0,7367E-04	0,3467E 00	0,2099E 01	0,4336E 01	0,6632E 01
7,5	0,6585E-04	0,3403E 00	0,2087E 01	0,4323E 01	0,6619E 01
7,6	0,5888E-04	0,3341E 00	0,2074E 01	0,4310E 01	0,6606E 01
7,7	0,5265E-04	0,3280E 00	0,2062E 01	0,4297E 01	0,6593E 01
7,8	0,4709E-04	0,3221E 00	0,2050E 01	0,4284E 01	0,6580E 01
7,9	0,4212E-04	0,3163E 00	0,2039E 01	0,4272E 01	0,6567E 01
8,0	0,3768E-04	0,3106E 00	0,2027E 01	0,4259E 01	0,6554E 01
8,1	0,3371E-04	0,3050E 00	0,2015E 01	0,4247E 01	0,6542E 01
8,2	0,3016E-04	0,2996E 00	0,2004E 01	0,4235E 01	0,6530E 01
8,3	0,2699E-04	0,2943E 00	0,1993E 01	0,4223E 01	0,6518E 01
8,4	0,2416E-04	0,2891E 00	0,1982E 01	0,4211E 01	0,6506E 01
8,5	0,2163E-04	0,2840E 00	0,1971E 01	0,4199E 01	0,6494E 01
8,6	0,1936E-04	0,2790E 00	0,1960E 01	0,4187E 01	0,6482E 01
8,7	0,1733E-04	0,2742E 00	0,1950E 01	0,4176E 01	0,6471E 01
8,8	0,1552E-04	0,2694E 00	0,1939E 01	0,4165E 01	0,6459E 01
8,9	0,1390E-04	0,2648E 00	0,1929E 01	0,4153E 01	0,6448E 01
9,0	0,1245E-04	0,2602E 00	0,1919E 01	0,4142E 01	0,6437E 01
9,1	0,1115E-04	0,2557E 00	0,1909E 01	0,4131E 01	0,6426E 01
9,2	0,9990E-05	0,2513E 00	0,1899E 01	0,4121E 01	0,6415E 01
9,3	0,8950E-05	0,2471E 00	0,1889E 01	0,4110E 01	0,6404E 01
9,4	0,8019E-05	0,2429E 00	0,1879E 01	0,4099E 01	0,6393E 01
9,5	0,7186E-05	0,2387E 00	0,1869E 01	0,4089E 01	0,6383E 01
9,6	0,6440E-05	0,2347E 00	0,1860E 01	0,4078E 01	0,6372E 01
9,7	0,5772E-05	0,2308E 00	0,1851E 01	0,4068E 01	0,6362E 01
9,8	0,5174E-05	0,2269E 00	0,1841E 01	0,4058E 01	0,6352E 01
9,9	0,4638E-05	0,2231E 00	0,1832E 01	0,4048E 01	0,6342E 01

APÊNDICE B

Gráficos e Tabelas

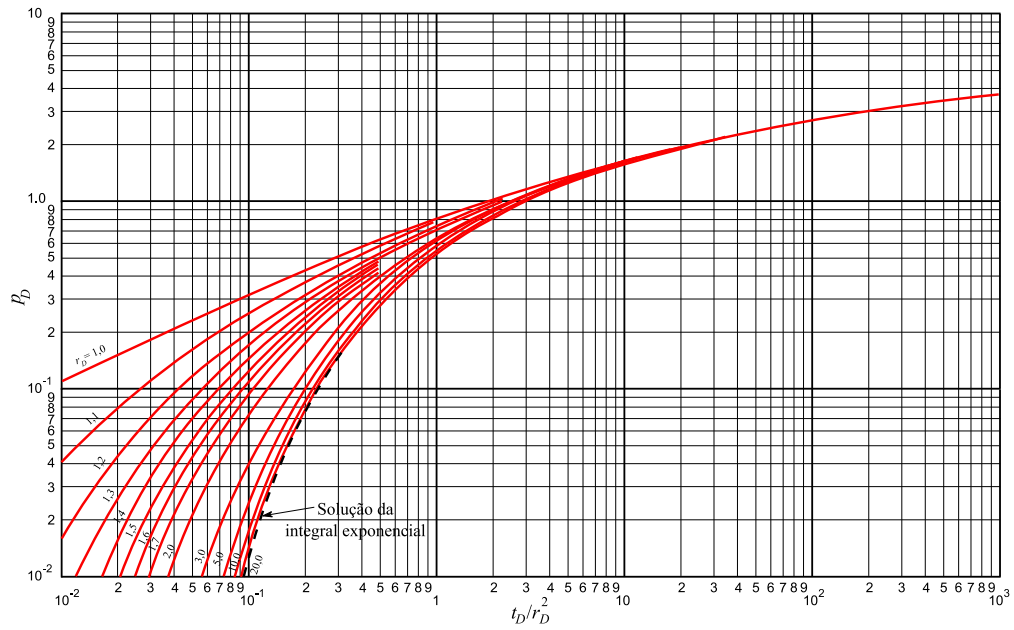


Figura B.1 – Solução da equação da difusividade – Modelos da fonte-linear (integral exponencial) e da fonte cilíndrica (Mueller & Witherspoon, 1965). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

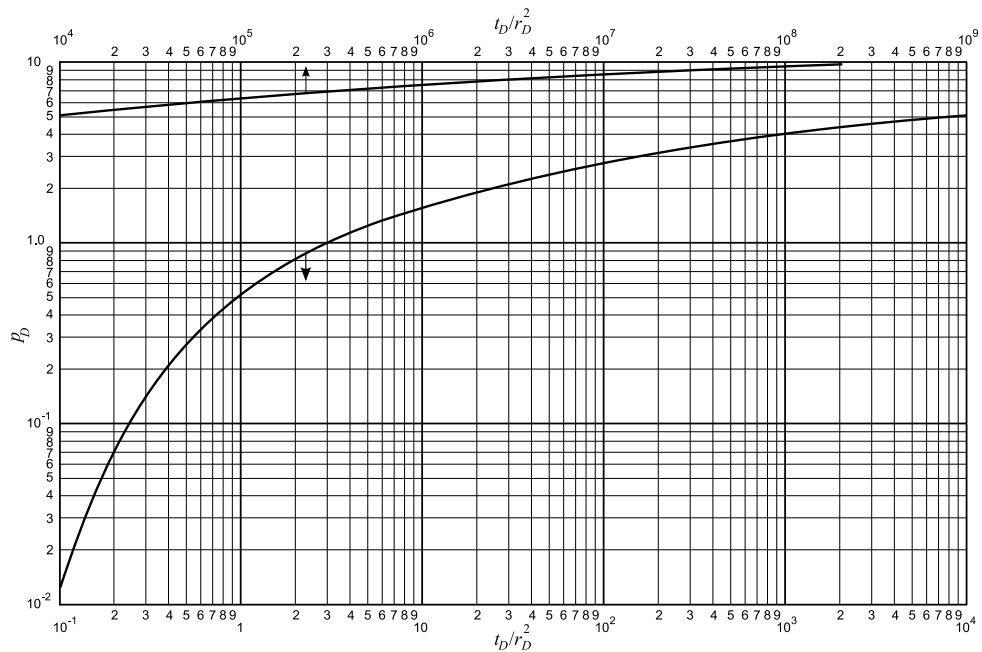


Figura B.2 – Solução da equação da difusividade – Modelo da fonte-linear (solução da integral exponencial) – (Mueller & Witherspoon, 1965). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

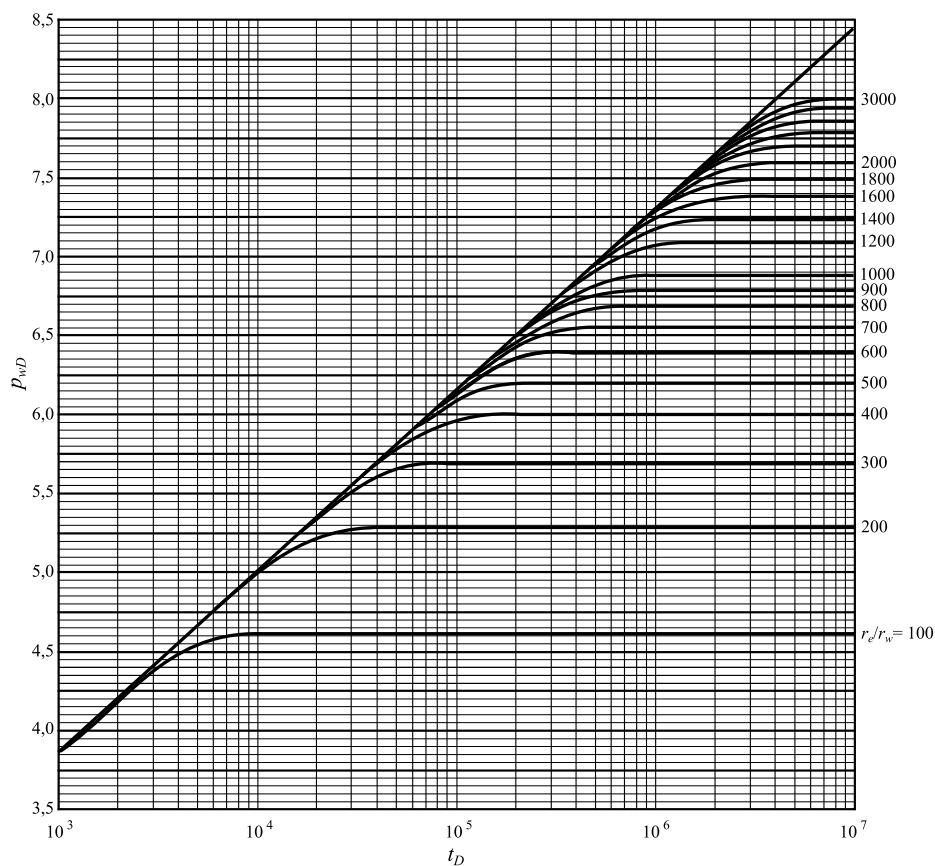


Figura B.3 – Queda de pressão adimensional em um poço no centro de um reservatório circular com manutenção de pressão nos limites externos. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

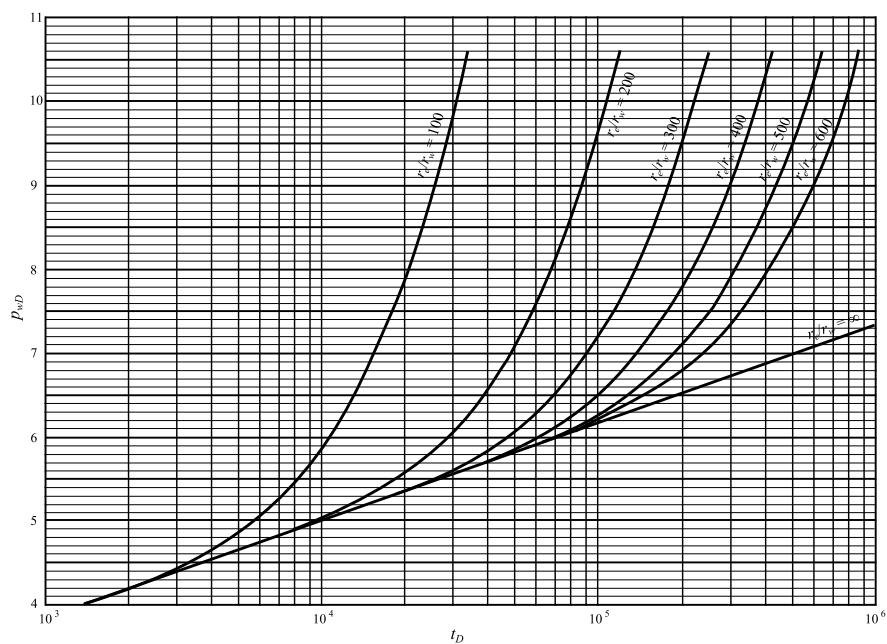


Figura B.4 – Queda de pressão adimensional em um poço no centro de um reservatório circular fechado. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

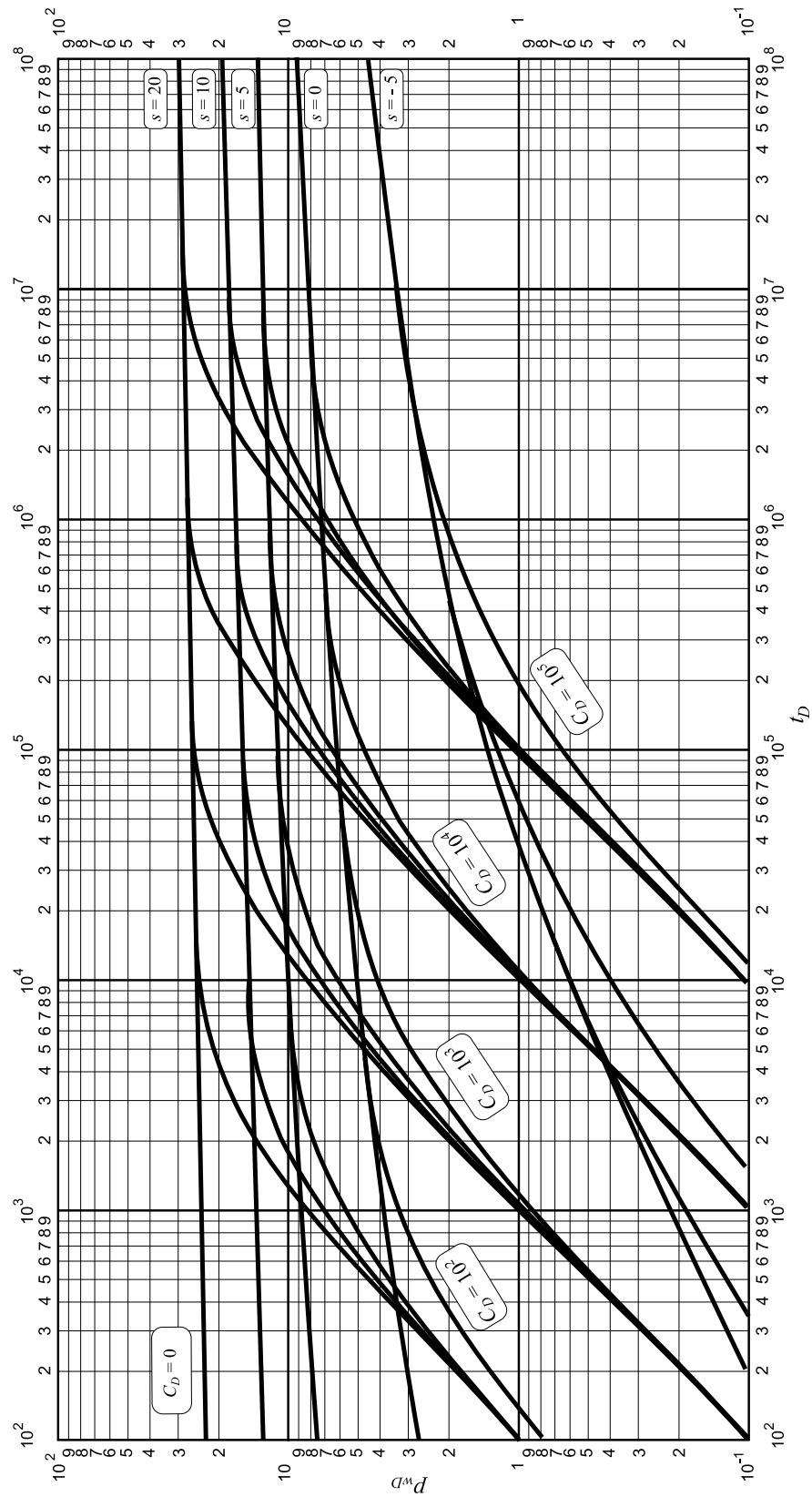


Figura B.5 – Queda de pressão adimensional em um poço com estocagem e fator de película em um reservatório infinito (Agarwal *et al.*, 1970). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

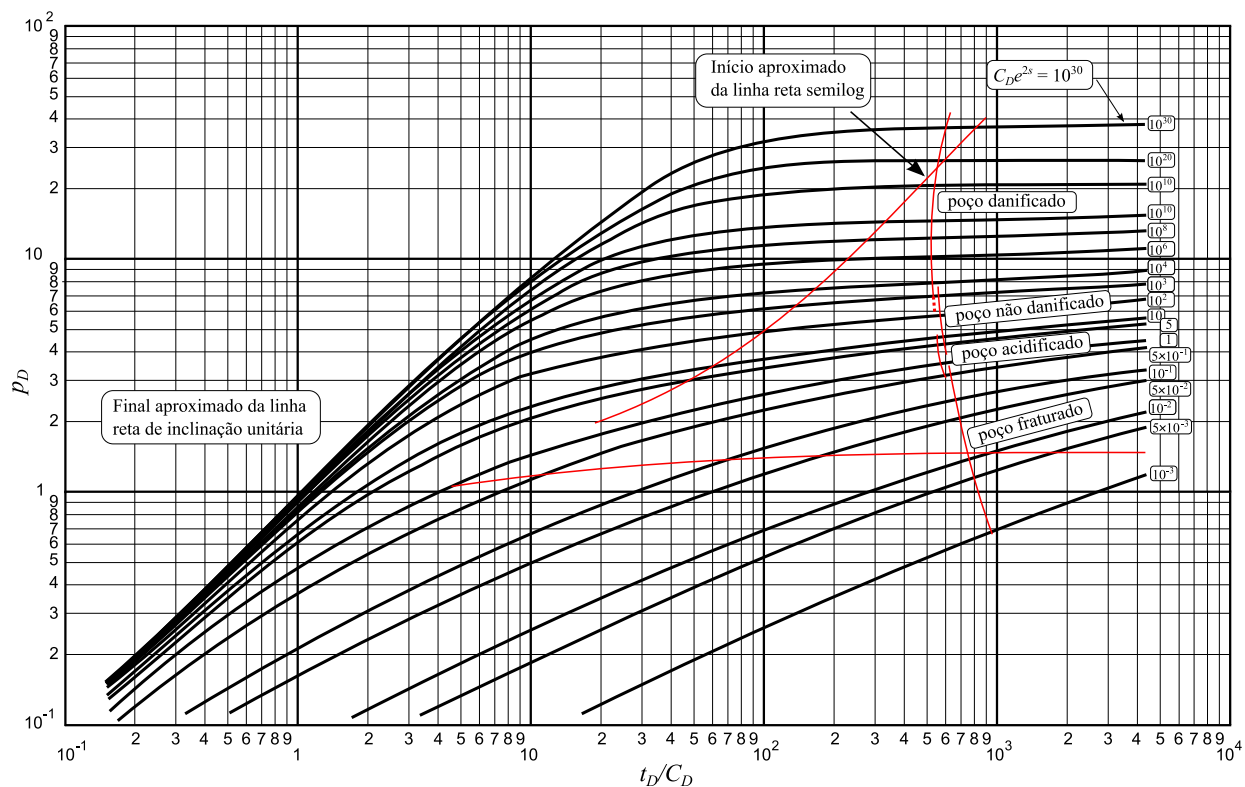


Figura B.6 – Queda de pressão adimensional em um poço com estocagem e fator de película em um reservatório infinito. Reproduzida de Gringarten *et al.* (1979). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

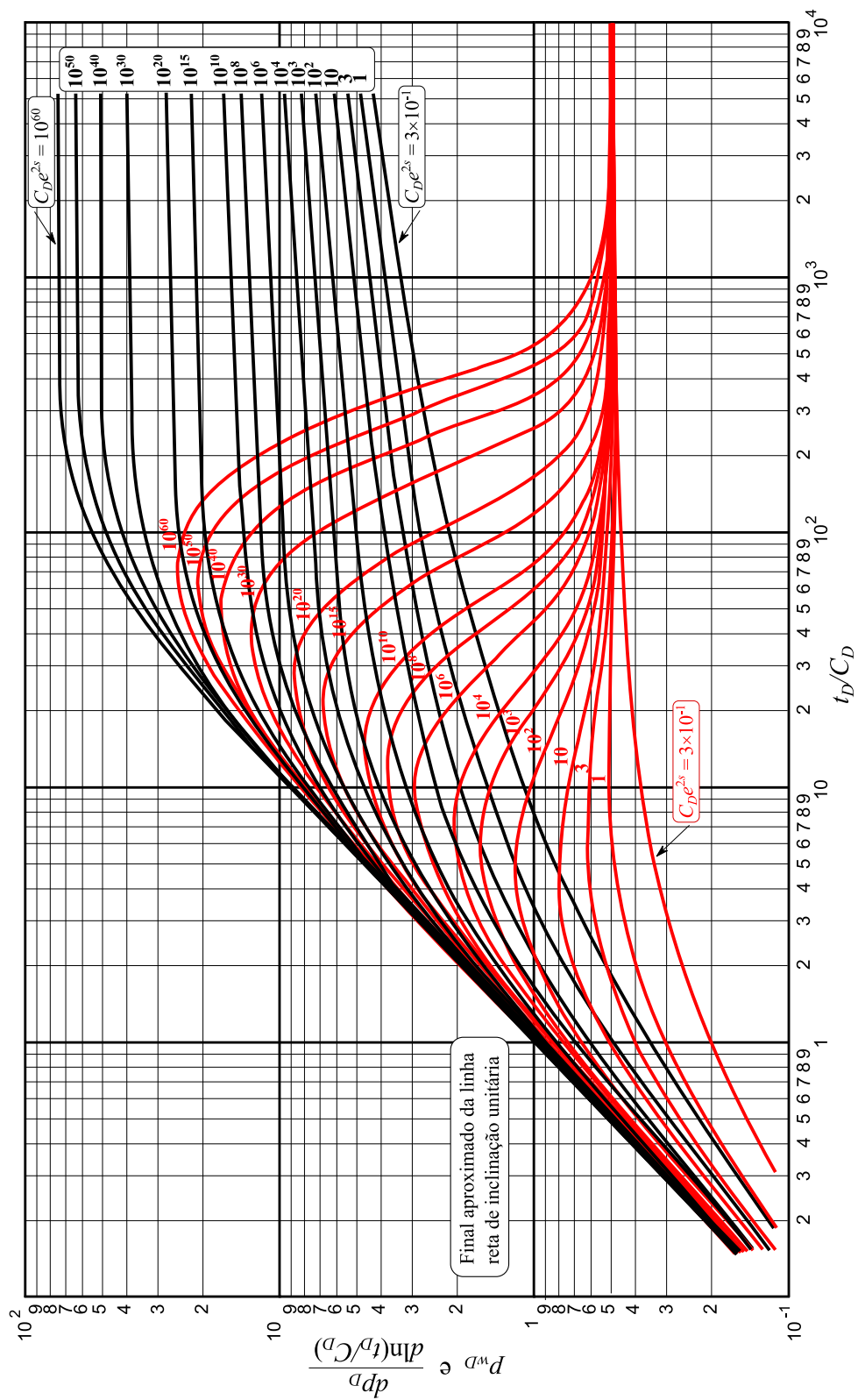


Figura B.7 – Queda de pressão adimensional e derivada da queda de pressão adimensional em um poço com estocagem e fator de película em um reservatório infinito. Reproduzida de Bourdet *et al.* (1983). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

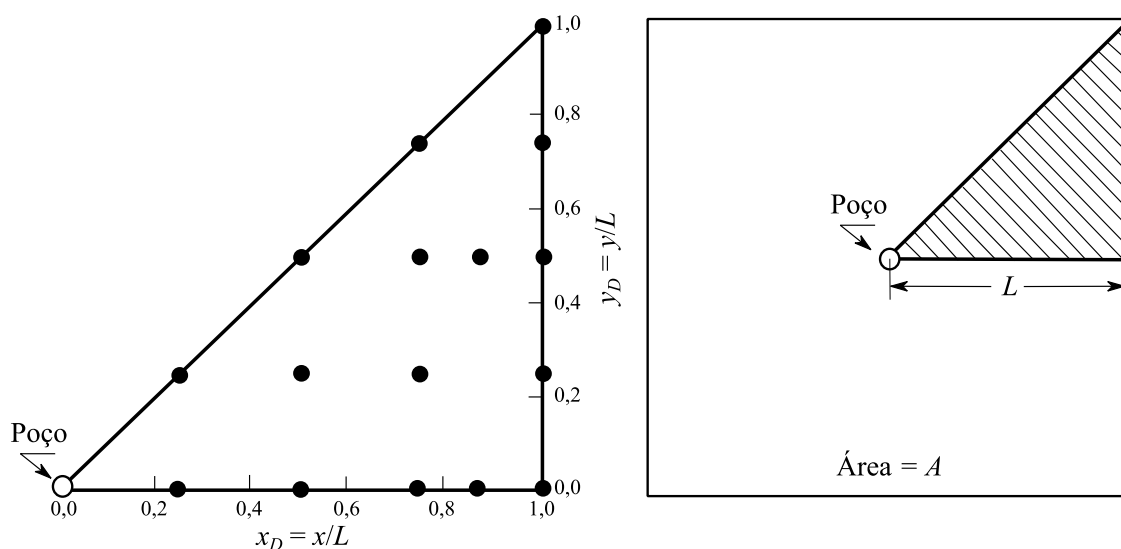


Figura B.8 – Sistema de coordenadas cartesianas adimensionais para um poço no centro de um quadrado. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

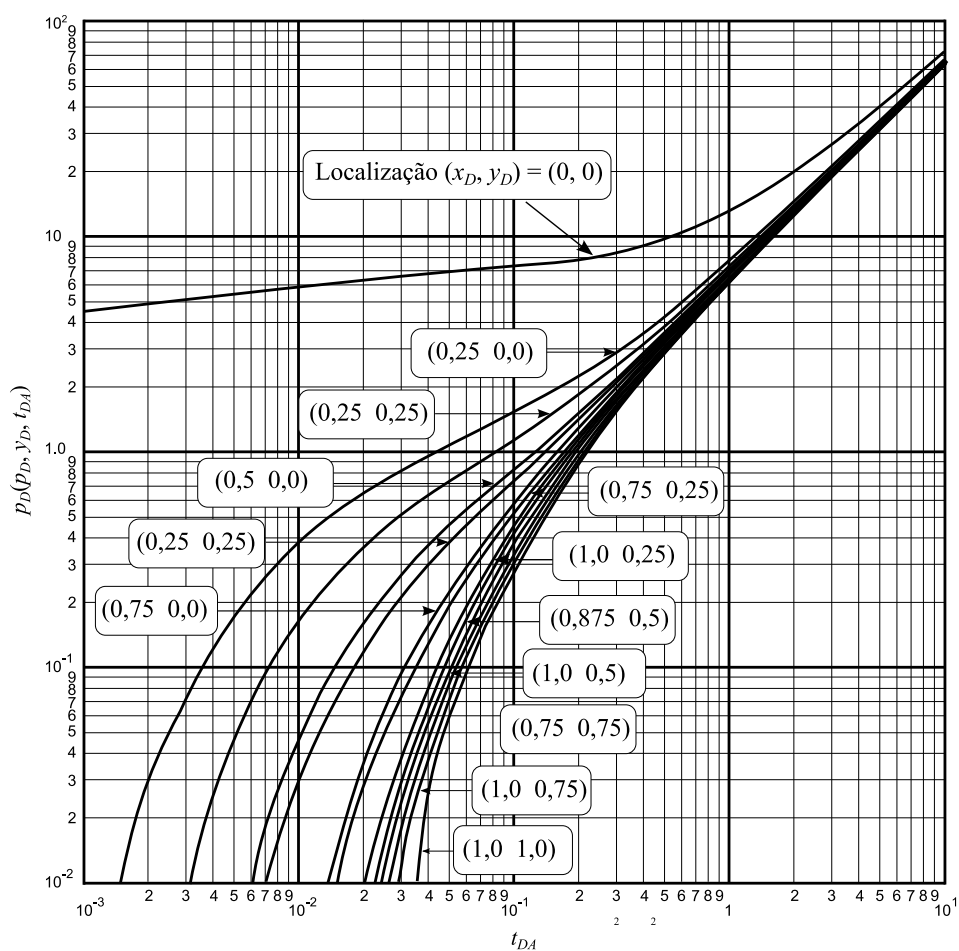


Figura B.9 – Gráfico log-log da queda de pressão adimensional para vários pontos de um reservatório quadrado com poço no centro (sem estocagem e sem fator de película) e $A^{1/2}/r_w = 2.000$ (vide Tabela B.1). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

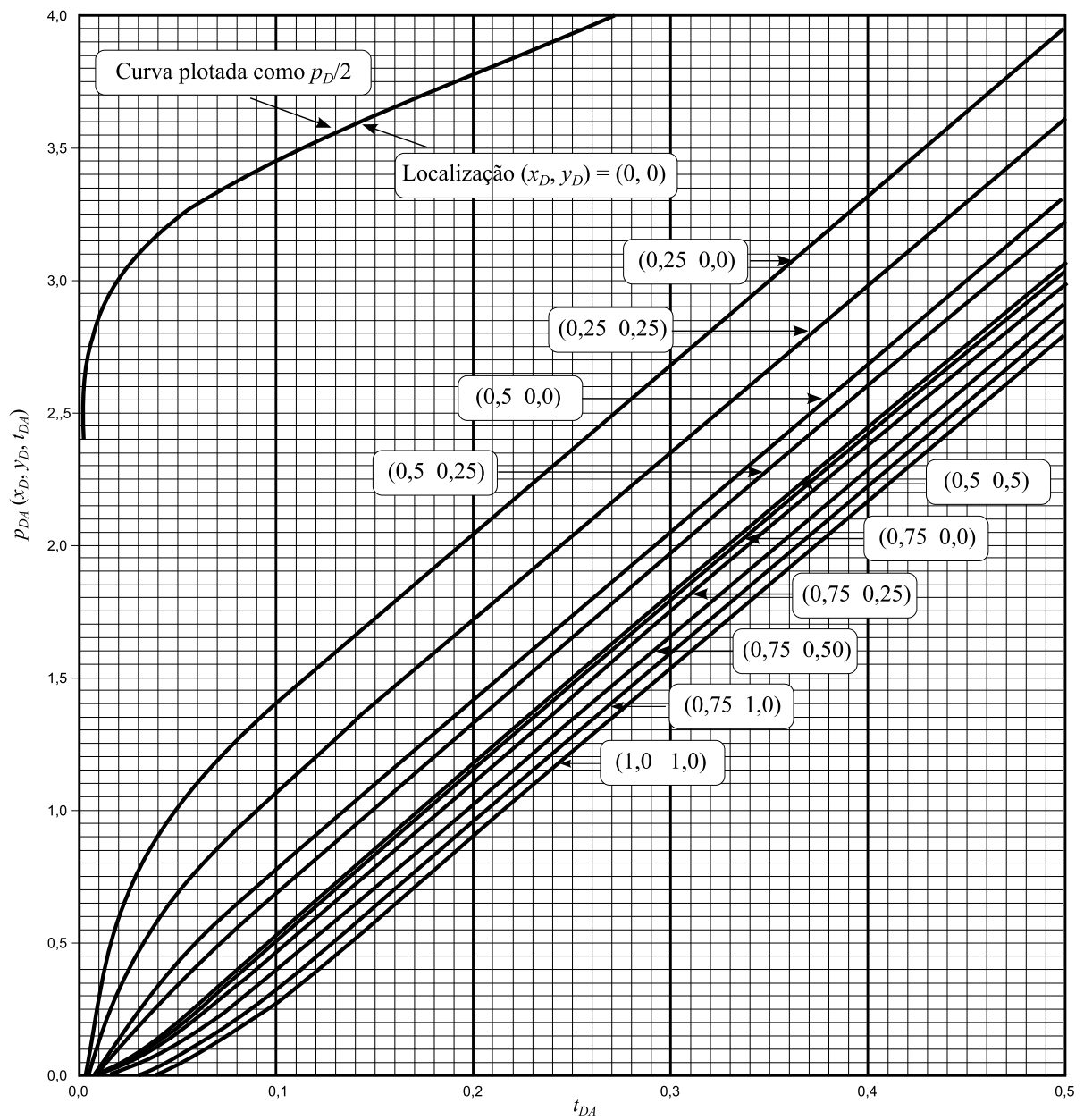


Figura B.10 – Gráfico cartesiano da queda de pressão adimensional para vários pontos de um reservatório quadrado com poço no centro (sem estocagem e sem fator de película) e $A^{1/2}/r_w = 2.000$ (vide Tabela B.1). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Tabela B.1 – Queda de pressão adimensional para vários pontos de um reservatório quadrado com poço no centro (sem estocagem e sem fator de película) e $A^{1/2}/r_w = 2.000$. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

t_{DA}	p_D							
	$x_D = 0,000$ $y_D = 0,000$	$x_D = 0,250$ $y_D = 0,000$	$x_D = 0,250$ $y_D = 0,250$	$x_D = 0,500$ $y_D = 0,000$	$x_D = 0,500$ $y_D = 0,250$	$x_D = 0,500$ $y_D = 0,500$	$x_D = 0,750$ $y_D = 0,000$	$x_D = 0,750$ $y_D = 0,250$
0,0010	4,5516	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0015	4,7543	0,0109	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0020	4,8981	0,0261	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0025	5,0097	0,0456	0,0056	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0030	5,1009	0,0675	0,0109	0,0004	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
0,0040	5,2447	0,1141	0,0261	0,0021	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000
0,0050	5,3563	0,1607	0,0456	0,0056	0,0021	0,0001	0,0001	0,0000
0,0060	5,4474	0,2053	0,0675	0,0109	0,0047	0,0004	0,0002	0,0001
0,0070	5,5245	0,2475	0,0906	0,0178	0,0085	0,0011	0,0006	0,0003
0,0080	5,5913	0,2871	0,1141	0,0261	0,0135	0,0021	0,0012	0,0007
0,0090	5,6502	0,3243	0,1376	0,0354	0,0194	0,0036	0,0021	0,0013
0,0100	5,7029	0,3592	0,1607	0,0456	0,0261	0,0056	0,0034	0,0021
0,0150	5,9056	0,5063	0,2676	0,1023	0,0675	0,0218	0,0154	0,0109
0,0200	6,0494	0,6211	0,3592	0,1607	0,1142	0,0456	0,0350	0,0266
0,0250	6,1610	0,7147	0,4379	0,2164	0,1609	0,0735	0,0597	0,0474
0,0300	6,2522	0,7939	0,5065	0,2685	0,2061	0,1032	0,0876	0,0716
0,0400	6,3965	0,9232	0,6224	0,3628	0,2906	0,1650	0,1485	0,1263
0,0500	6,5099	1,0279	0,7192	0,4470	0,3685	0,2276	0,2125	0,1854
0,0600	6,6050	1,1178	0,8041	0,5242	0,4415	0,2904	0,2772	0,2466
0,0700	6,6888	1,1983	0,8815	0,5968	0,5112	0,3532	0,3418	0,3086
0,0800	6,7654	1,2728	0,9539	0,6661	0,5786	0,4160	0,4061	0,3711
0,0900	6,8374	1,3434	1,0231	0,7334	0,6446	0,4788	0,4700	0,4338
0,1000	6,9063	1,4114	1,0902	0,7992	0,7095	0,5417	0,5336	0,4965
0,1500	7,2311	1,7347	1,4119	1,1186	1,0274	0,8558	0,8492	0,8106
0,2000	7,5468	2,0501	1,7271	1,4335	1,3421	1,1700	1,1636	1,1248
0,2500	7,8611	2,3644	2,0414	1,7478	1,6563	1,4841	1,4778	1,4390
0,3000	8,1753	2,6786	2,3556	2,0620	1,9705	1,7983	1,7919	1,7531
0,4000	8,8036	3,3069	2,9839	2,6903	2,5988	2,4266	2,4202	2,3814
0,5000	9,4320	3,9352	3,6122	3,3186	3,2271	3,0549	3,0486	3,0098
0,6000	10,0603	4,5636	4,2406	3,9469	3,8555	3,6833	3,6769	3,6381
0,7000	10,6886	5,1919	4,8689	4,5752	4,4838	4,3116	4,3052	4,2664
0,8000	11,3169	5,8202	5,4972	5,2036	5,1121	4,9399	4,9335	4,8947
0,9000	11,9452	6,4485	6,1255	5,8319	5,7404	5,5682	5,5618	5,5230
1,0000	12,5735	7,0768	6,7538	6,4602	6,3687	6,1965	6,1902	6,1513
2,0000	18,8567	13,3600	13,0370	12,7433	12,6519	12,4797	12,4733	12,4345
4,0000	31,4230	25,9263	25,6033	25,3097	25,2182	25,0460	25,0394	25,0009
8,0000	46,5557	51,0590	50,7360	50,4423	50,3509	50,1787	50,1723	50,1335
10,000	69,1220	63,6253	63,3023	63,0087	62,9172	62,7450	62,7386	62,6999
C_A	30,8828	$1,84 \times 10^6$	$3,05 \times 10^6$	$6,03 \times 10^6$	$7,57 \times 10^6$	$10,7 \times 10^6$	$10,82 \times 10^6$	$11,69 \times 10^6$
$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right)$	-1,3106	-6,807	-7,130	-7,424	-7,515	-7,688	-7,694	-7,733

Tabela B.1 – Continuação...

t_{DA}	p_D							
	$x_D = 0,750$ $y_D = 0,500$	$x_D = 0,750$ $y_D = 0,750$	$x_D = 0,850$ $y_D = 0,000$	$x_D = 1,000$ $y_D = 0,000$	$x_D = 1,000$ $y_D = 0,250$	$x_D = 1,000$ $y_D = 0,500$	$x_D = 1,000$ $y_D = 0,750$	$x_D = 1,000$ $y_D = 1,000$
0,0010	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0015	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0020	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0025	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0030	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0040	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0050	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0060	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0070	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0080	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0090	0,0003	0,0000	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
0,0100	0,0005	0,0001	0,0008	0,0003	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
0,0150	0,0040	0,0008	0,0055	0,0031	0,0023	0,0009	0,0002	0,0001
0,0200	0,0121	0,0036	0,0164	0,0111	0,0087	0,0042	0,0014	0,0005
0,0250	0,0245	0,0091	0,0329	0,0249	0,0203	0,0112	0,0045	0,0023
0,0300	0,0404	0,0177	0,0539	0,0439	0,0365	0,0219	0,0102	0,0062
0,0400	0,0805	0,0437	0,1050	0,0913	0,0793	0,0532	0,0307	0,0223
0,0500	0,1281	0,0800	0,1628	0,1469	0,1308	0,0947	0,0623	0,0498
0,0600	0,1807	0,1241	0,2237	0,2065	0,1871	0,1431	0,1029	0,0872
0,0700	0,2366	0,1740	0,2859	0,2678	0,2460	0,1962	0,1502	0,1321
0,0800	0,2948	0,2279	0,3486	0,3299	0,3064	0,2525	0,2023	0,1826
0,0900	0,3546	0,2846	0,4114	0,3925	0,3677	0,3109	0,2579	0,2369
0,1000	0,4153	0,3433	0,4744	0,4551	0,4296	0,3708	0,3157	0,2939
0,1500	0,7257	0,6500	0,7888	0,7692	0,7421	0,6797	0,6209	0,5976
0,2000	1,0393	0,9632	1,1030	1,0834	1,0561	0,9931	0,9338	0,9103
0,2500	1,3534	1,2772	1,4172	1,3975	1,3702	1,3071	1,2478	1,2243
0,3000	1,6676	1,5913	1,7313	1,7117	1,6843	1,6213	1,5620	1,5384
0,4000	2,2959	2,2196	2,3597	2,3400	2,3127	2,2496	2,1903	2,1667
0,5000	2,9242	2,8479	2,9880	2,9683	2,9410	2,2879	2,8186	2,7950
0,6000	3,5525	3,4763	3,6163	3,5966	3,5693	3,5062	3,4469	3,4233
0,7000	4,1808	4,1046	4,2446	4,2249	4,1976	4,1346	4,0752	4,0517
0,8000	4,8092	4,7329	4,8729	4,8533	4,8259	4,7629	4,7036	4,6800
0,9000	5,4375	5,3612	5,5012	5,4816	5,4542	5,3912	5,3319	5,3083
1,0000	6,0658	5,9895	6,1296	6,1099	6,0826	6,0195	5,9602	5,9366
2,0000	12,3490	12,2727	12,4127	12,3930	12,3657	12,3027	12,3434	12,2198
4,0000	24,9153	24,8391	24,9791	24,9594	24,9321	24,8690	24,8097	24,7861
8,0000	50,0480	49,9717	50,1117	50,0921	50,0647	50,0017	49,9424	49,9188
10,000	62,6143	62,5381	62,6781	62,6584	62,6311	62,5680	62,5087	62,4851
C_A	$13,9 \times 10^6$	$16,2 \times 10^6$	$12,2 \times 10^6$	$12,7 \times 10^6$	$13,4 \times 10^6$	$15,2 \times 10^6$	$17,14 \times 10^6$	$18,96 \times 10^6$
$\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458}{C_A} \right)$	-7,818	-7,894	-7,754	-7,774	-7,801	-7,865	-7,924	-7,974

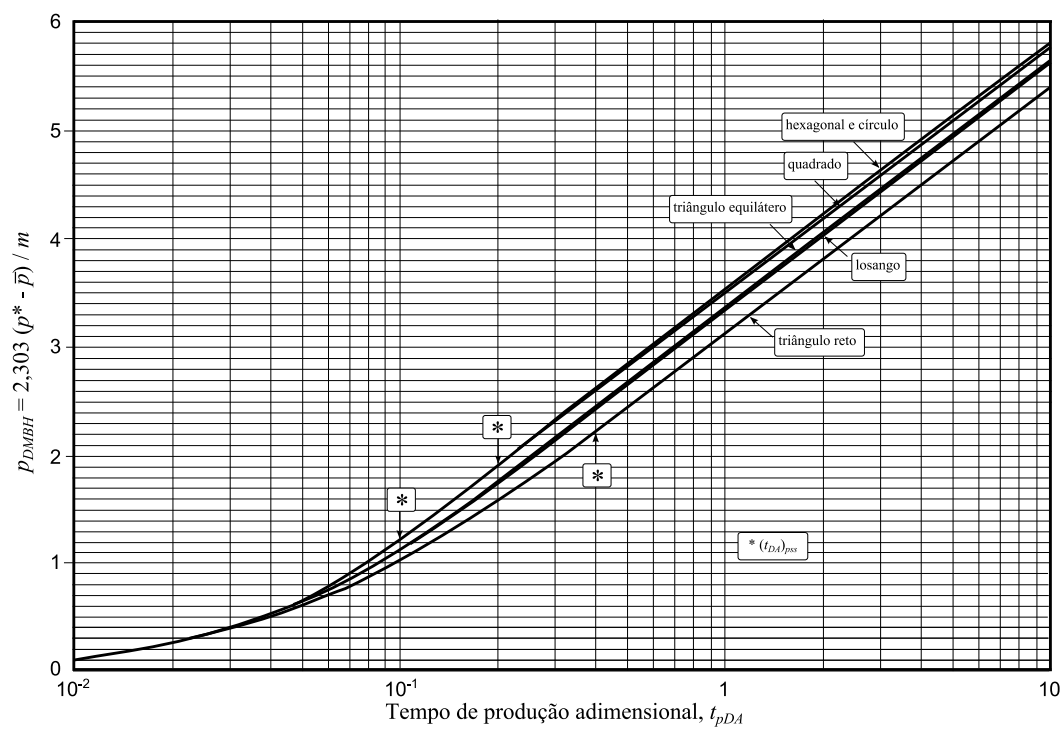


Figura B.11 – Queda de pressão adimensional de MBH para um poço no centro de áreas de drenagem equiláteras (Matthews *et al.*, 1954). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

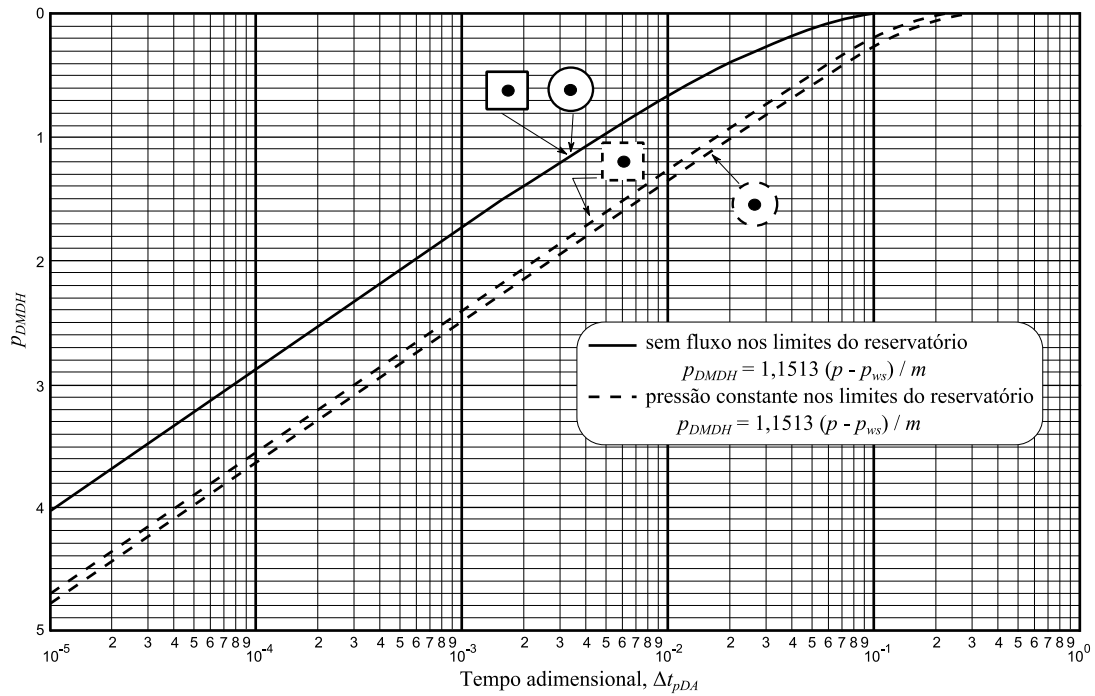


Figura B.12 – Queda de pressão adimensional de MDH para um poço no centro de um círculo ou de um quadrado – Regime de escoamento estabilizado antes do fechamento (Miller *et al.*, 1950; Perine, 1956; Kumar & Ramey, 1972). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

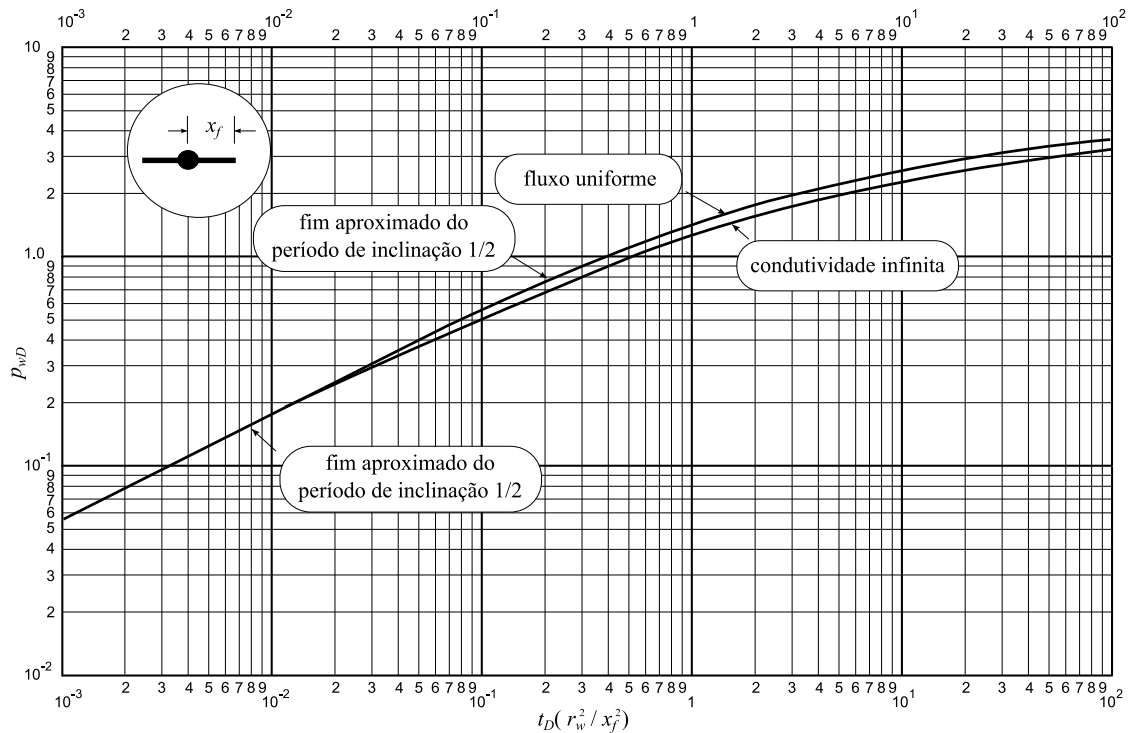


Figura B.13 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical em um reservatório infinito, sem estocagem no poço (Gringarten *et al.*, 1972a, 1972b e 1974). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

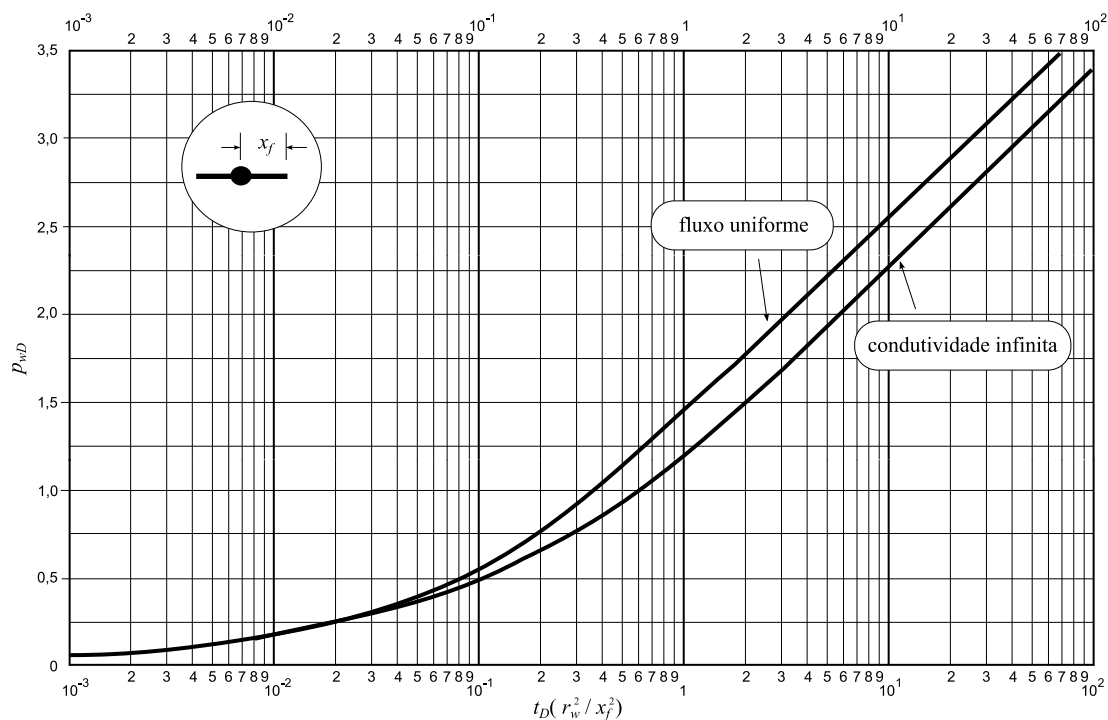


Figura B.14 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical em um reservatório infinito, sem estocagem no poço (Gringarten *et al.*, 1972a, 1972b e 1974). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

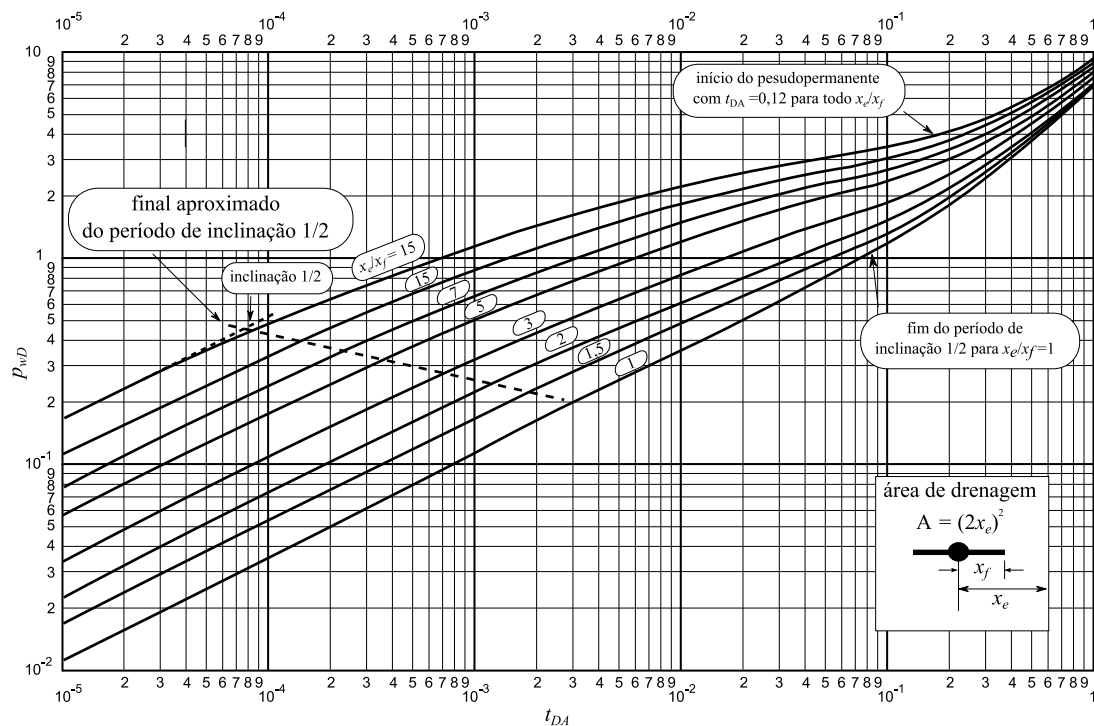


Figura B.15 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical de condutividade infinita – poço sem estocagem no centro de um reservatório quadrado (Gringarten *et al.*, 1972a, 1972b e 1974). Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

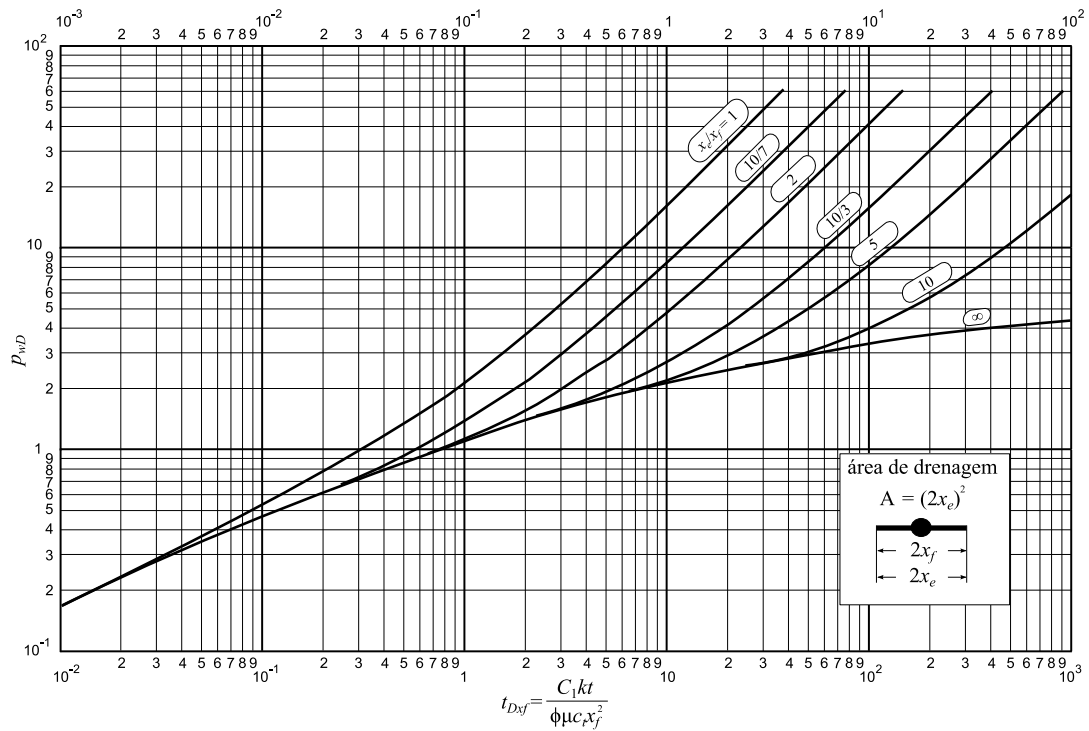


Figura B.16 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical de condutividade infinita – poço sem estocagem no centro de um reservatório quadrado. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

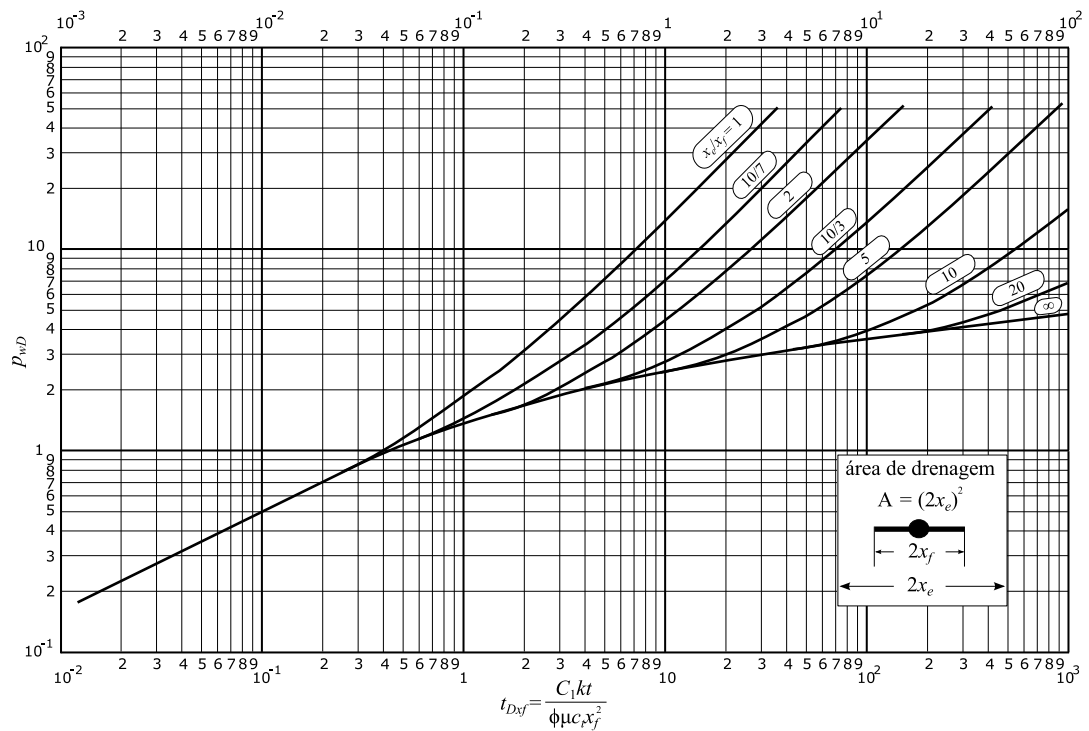


Figura B.17 – Curvas-tipo para fratura hidráulica vertical com fluxo uniforme – poço sem estocagem no centro de um reservatório quadrado. Reproduzida de Earlougher (1977). Copyright ©, com permissão de SPE-AIME.

Tabela B.2 – Fator de forma de Dietz

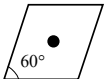
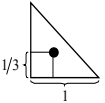
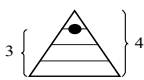
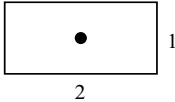
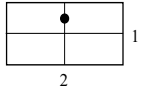
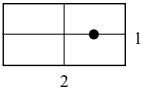
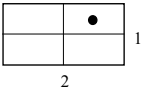
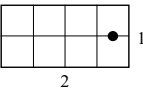
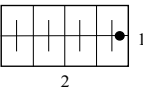
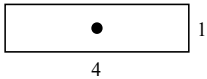
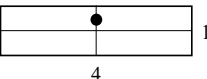
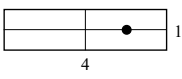
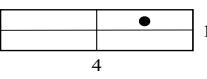
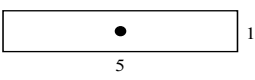
Geometrias (sistemas selados)	C_A	PP (pseudopermanente) exato para $t_{DA} >$	PP com erro < 1% para $t_{DA} >$	Transiente com erro < 1% para $t_{DA} <$
	31,62	0,1	0,06	0,10
	31,6	0,1	0,06	0,10
	27,6	0,2	0,07	0,09
	27,1	0,2	0,07	0,09
	21,9	0,4	0,12	0,08
	0,098	0,9	0,60	0,015
	30,8828	0,1	0,95	0,09
	12,9851	0,7	0,25	0,03
	4,5132	0,6	0,30	0,025
	3,3351	0,7	0,25	0,01
	21,8369	0,3	0,15	0,025

Tabela B.2 – Continuação...

Geometrias (sistemas selados)	C_A	PP (pseudopermanent e) exato para $t_{DA} >$	PP com erro < 1% para $t_{DA} >$	Transiente com erro < 1% para $t_{DA} <$
	10,8374	0,4	0,15	0,025
	4,5141	1,5	0,50	0,06
	2,0769	1,7	0,50	0,02
	3,1573	0,4	0,15	0,005
	0,5813	2,0	0,60	0,02
	0,1109	3,0	0,60	0,005
	5,3790	0,8	0,30	0,01
	2,6896	0,8	0,30	0,01
	0,2318	4,0	2,00	0,03
	0,1155	4,0	2,00	0,01
	2,3606	1,0	0,40	0,025

Fonte – Advances in Well Test Analysis (Monograph v. 5) de R. C. Earlougher Jr.

APÊNDICE C

Algoritmo de Stehfest

O algoritmo de Stehfest¹³ é frequentemente utilizado para se efetuar a chamada *inversão numérica* do campo de Laplace para o campo real.

Dada a função $\bar{F}(u)$, transformada de Laplace de $F(t)$ em relação a t , o valor aproximado de $F(t_0)$ pode ser calculado com a seguinte expressão:

$$F(t_0) \approx \frac{\ln 2}{t_0} \sum_{i=1}^n V_i \bar{F}\left(\frac{\ln 2}{t_0} i\right), \quad (C.1)$$

onde os coeficientes V_i são dados por:

$$V_i = (-1)^{i+n/2} \sum_{k=\text{int}[(i+1)/2]}^{\min(i, n/2)} \frac{k^{1+n/2} (2k)!}{(n/2 - k)! (k!)^2 (i - k)! (2k - i)!}, \quad (C.2)$$

sendo n par. Como se observa, os valores dos coeficientes V_i dependem somente de n . Outra propriedade desses coeficientes é que $\sum_{i=1}^n V_i = 0$. O valor de n depende do número de dígitos da máquina, tipicamente

$8 \leq n \leq 16$. A função $F(t)$ deve ser suave, sem oscilações rápidas. A tabela a seguir apresenta os valores dos coeficientes V_i para $n = 10$.

Valores dos coeficientes V_i para $n = 10$

i	V_i	i	V_i
1	0,08333...	6	-236957,5
2	-32,08333...	7	375911,666...
3	1279	8	-340071,666...
4	-15623,666...	9	164062,5
5	84244,1666...	10	-32812,5

Obs.: $\sum_{i=1}^{10} V_i = 0$

¹³ Stehfest, H. Algorithm 386, Numerical Inversion of Laplace Transforms - D5. Communications of the ACM, 13 (1): 47, Jan., 1970.

APÊNDICE D

O Princípio de Duhamel

O princípio de Duhamel é utilizado para se obter expressões gerais para a chamada superposição de efeitos, aplicável às equações diferenciais lineares. Considere, por exemplo, que $p_{cD}(r_D, t_D)$ seja a solução para a queda de pressão adimensional em um reservatório que produz através de um poço com vazão constante na face da formação e que $p_D(r_D, t_D)$ seja a solução para a queda de pressão adimensional quando a vazão na superfície, ou seja, em condições-padrão, é variável. O princípio de Duhamel estabelece que a relação entre as funções $p_D(r_D, t_D)$ e $p_{cD}(r_D, t_D)$ é dada pela expressão:

$$p_D(r_D, t_D) = \int_0^{t_D} q_D(t_D - \tau) \frac{\partial p_{cD}(r_D, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (D.1)$$

ou

$$p_D(r_D, t_D) = \int_0^{t_D} q_D(\tau) \frac{\partial p_{cD}(r_D, t_D - \tau)}{\partial t_D} d\tau, \quad (D.2)$$

onde $\frac{\partial p_{cD}(r_D, t_D - \tau)}{\partial t_D}$ é a derivada de $p_{cD}(r_D, t_D)$ com respeito a t_D avaliada em $(t_D - \tau)$ e:

$$q_D(\tau) = q(\tau) / q_r, \quad (D.3)$$

sendo q_r uma vazão qualquer de referência e τ apenas uma variável de integração. Integrando a Eq. (D1) por partes obtém-se:

$$p_D(r_D, t_D) = q_D(0^+) p_{cD}(r_D, t_D) + \int_0^{t_D} p_{cD}(\tau) \frac{\partial q_D(t_D - \tau)}{\partial t_D} d\tau. \quad (D.4)$$

APÊNDICE E

Transformada de Laplace

Definição: A transformada de Laplace da função $F(t)$, representada por $\mathcal{L}\{F(t)\}$, resulta na função $\bar{F}(u)$, definida como:

$$\bar{F}(u) = \mathcal{L}\{F(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-ut} F(t) dt, \quad (\text{E.1})$$

onde $F(t)$ é uma função da variável real t e u é uma variável (complexa) do campo de Laplace. A função $F(t)$ é chamada de função original e $\bar{F}(u)$ é a função imagem ou transformada da função original. No caso de duas variáveis a transformada é dada por:

$$\bar{F}(u, v) = \mathcal{L}\{F(x, y)\} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-ux-vy} F(x, y) dx dy. \quad (\text{E.2})$$

A função unitária, utilizada nas operações apresentadas a seguir, é definida como:

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{2} & t = 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (\text{E.3})$$

Nas tabelas seguintes são apresentadas algumas das principais propriedades da transformada de Laplace e as transformadas de algumas das funções mais comumente usadas.

Tabela E.1 – Propriedades da transformada de Laplace

Função original	Função imagem
$F(t)$	$\int_0^{\infty} e^{-ut} F(t) dt = \bar{F}(u) \quad (\text{E.4})$
Fórmula de inversão	
$\frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{ut} \bar{F}(u) du$	$\bar{F}(u) \quad (\text{E.5})$
Linearidade	
$aF(t) + bG(t)$	$A \bar{F}(u) + b \bar{G}(u) \quad (\text{E.6})$
Diferenciação em relação a t	
$F'(t)$	$u\bar{F}(u) - F(0^+) \quad (\text{E.7})$
$F^{(n)}(t)$	$u^n \bar{F}(u) - u^{n-1} F(0^+) - u^{n-2} F'(0^+) - \dots - F^{(n-1)}(0^+) \quad (\text{E.8})$
Diferenciação em relação a x	
$\frac{\partial F(x, t)}{\partial x}$	$\frac{d\bar{F}(x, u)}{dx} \quad (\text{E.9})$
$\frac{\partial^n F(x, t)}{\partial x^n}$	$\frac{d^n \bar{F}(x, u)}{dx^n} \quad (\text{E.10})$
Integração	

$\int_0^t F(\tau) d\tau$	$\frac{1}{u} \bar{F}(u)$	(E.11)
$\int_0^t \int_0^\tau F(\lambda) d\lambda d\tau$	$\frac{1}{u^2} \bar{F}(u)$	(E.12)
Teorema da convolução		
$F * G = \int_0^t F(\tau) G(t - \tau) d\tau = \int_0^t F(t - \tau) G(\tau) d\tau$	$\bar{F}(u) \bar{G}(u)$	(E.13)
Diferenciação		
$-tF(t)$	$\bar{F}'(u)$	(E.14)
$(-1)^n t^n F(t)$	$\bar{F}^{(n)}(u)$	(E.15)
Integração		
$\frac{1}{t} F(t)$	$\int_u^\infty \bar{F}(x) dx$	(E.16)
Transformação linear		
$e^{at} F(t)$	$\bar{F}(u - a)$	(E.17)
$\frac{1}{a} F(t/a) \quad a > 0$	$\bar{F}(au)$	(E.18)
$\frac{1}{a} e^{(b/a)t} F(t/a) \quad a > 0$	$\bar{F}(au - b)$	(E.19)
Translação		
$F(t - b)U(t - b) \quad b > 0$	$e^{-bu} \bar{F}(u)$	(E.20)
Funções periódicas		
$F(t + a) = F(t)$	$\frac{\int_0^a e^{-ut} F(t) dt}{1 - e^{-au}}$	(E.21)
$F(t + a) = -F(t)$	$\frac{\int_0^a e^{-ut} F(t) dt}{1 + e^{-au}}$	(E.22)

Tabela E.2 – Exemplos de transformada de Laplace de algumas funções

Função original	Função imagem
$F(t)$	$\bar{F}(u)$
1	$\frac{1}{u}$ (E.23)
t	$\frac{1}{u^2}$ (E.24)
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{u^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ (E.25)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{u}}$ (E.26)
$2\sqrt{t/\pi}$	$u^{-3/2}$ (E.27)
t^{k-1}	$\frac{\Gamma(k)}{u^k} \quad (k > 0)$ (E.28)
e^{-at}	$\frac{1}{u+a}$ (E.29)
te^{-at}	$\frac{1}{(u+a)^2}$ (E.30)
$\frac{t^{n-1}e^{-at}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(u+a)^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ (E.31)
$t^{k-1}e^{-at}$	$\frac{\Gamma(k)}{(u+a)^k} \quad (k > 0)$ (E.32)
$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b-a}$	$\frac{1}{(u+a)(u+b)} \quad (a \neq b)$ (E.33)
$\frac{ae^{-at} - be^{-bt}}{a-b}$	$\frac{u}{(u+a)(u+b)} \quad (a \neq b)$ (E.34)
$\frac{1}{a} \operatorname{sen} at$	$\frac{1}{u^2 + a^2}$ (E.35)
$\cos at$	$\frac{u}{u^2 + a^2}$ (E.36)
$\frac{1}{a} \operatorname{senh} at$	$\frac{1}{u^2 - a^2}$ (E.37)
$\cosh at$	$\frac{u}{u^2 - a^2}$ (E.38)
$\frac{1}{a^2}(1 - \cos at)$	$\frac{1}{u(u^2 + a^2)}$ (E.39)
$\frac{1}{a^3}(at - \operatorname{sen} at)$	$\frac{1}{u^2(u^2 + a^2)}$ (E.40)
$\frac{1}{2a^3}(\operatorname{sen} at - at \cos at)$	$\frac{1}{(u^2 + a^2)^2}$ (E.41)

$\frac{t}{2a} \operatorname{sen} at$	$\frac{u}{(u^2 + a^2)^2}$	(E.42)
$\frac{1}{2a} (\operatorname{sen} at + at \cos at)$	$\frac{u^2}{(u^2 + a^2)^2}$	(E.43)
$t \cos at$	$\frac{u^2 - a^2}{(u^2 + a^2)^2}$	(E.44)
$\frac{\cos at - \cos bt}{b^2 - a^2}$	$\frac{u}{(u^2 + a^2)(u^2 + b^2)} \quad (a^2 \neq b^2)$	(E.45)
$\frac{1}{b} e^{-at} \operatorname{sen} bt$	$\frac{1}{(u^2 + a^2) + b^2}$	(E.46)
$e^{-at} \cos bt$	$\frac{u + a}{(u^2 + a^2) + b^2}$	(E.47)
$e^{-at} - e^{\frac{1}{2}at} \left(\cos \frac{at\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \operatorname{sen} \frac{at\sqrt{3}}{2} \right)$	$\frac{3a^2}{u^3 + a^3}$	(E.48)
$\operatorname{sen} at \cosh at - \cos at \sinh at$	$\frac{4a^3}{u^4 + 4a^4}$	(E.49)
$\frac{1}{2a^2} \operatorname{sen} at \sinh at$	$\frac{u}{u^4 + 4a^4}$	(E.50)
$\frac{1}{2a^3} (\sinh at - \operatorname{sen} at)$	$\frac{1}{u^4 - a^4}$	(E.51)
$\frac{1}{2a^2} (\cosh at - \cos at)$	$\frac{u}{u^4 - a^4}$	(E.52)
$(1 + a^2 t^2) \operatorname{sen} at - at \cos at$	$\frac{8a^3 u^2}{(u^2 + a^2)^3}$	(E.53)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-at} (1 - 2at)$	$\frac{u}{(u + a)^{3/2}}$	(E.54)
$\frac{1}{2\sqrt{\pi t^3}} (e^{-bt} - e^{-at})$	$\sqrt{u + a} - \sqrt{u + b}$	(E.55)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} - ae^{a^2 t} \operatorname{erfc} a\sqrt{t}$	$\frac{1}{\sqrt{u} + a}$	(E.56)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} + ae^{a^2 t} \operatorname{erfc} a\sqrt{t}$	$\frac{\sqrt{u}}{u - a^2}$	(E.57)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} - \frac{2a}{\sqrt{\pi}} e^{-a^2 t} \int_0^{a\sqrt{t}} e^{\lambda^2} d\lambda$	$\frac{\sqrt{u}}{u + a^2}$	(E.58)
$\frac{1}{a} e^{a^2 t} \operatorname{erf} a\sqrt{t}$	$\frac{1}{\sqrt{u}(u - a^2)}$	(E.59)
$\frac{2}{a\sqrt{\pi}} e^{-a^2 t} \int_0^{a\sqrt{t}} e^{\lambda^2} d\lambda$	$\frac{1}{\sqrt{u}(u + a^2)}$	(E.60)
$e^{a^2 t} [b - a \operatorname{erf} a\sqrt{t}] - be^{b^2 t} \operatorname{erfc} b\sqrt{t}$	$\frac{b^2 - a^2}{(u - a^2)(b + \sqrt{u})}$	(E.61)

$$e^{a^2 t} a \operatorname{erfc} a \sqrt{t}$$

$$\frac{1}{\sqrt{b-a}} e^{-at} \operatorname{erf}(\sqrt{b-a} \sqrt{t})$$

$$e^{a^2 t} \left[\frac{b}{a} \operatorname{erf}(a \sqrt{t}) - 1 \right] + e^{b^2 t} \operatorname{erfc} b \sqrt{t}$$

$$a e^{-at} [I_1(at) + I_0(at)]$$

$$e^{-\frac{1}{2}(a+b)t} I_0\left(\frac{a-b}{2}t\right)$$

$$\sqrt{\pi} \left(\frac{t}{a-b}\right)^{k-1/2} e^{-\frac{1}{2}(a+b)t} I_{k-1/2}\left(\frac{a-b}{2}t\right)$$

$$t e^{-\frac{1}{2}(a+b)t} \left[I_0\left(\frac{a-b}{2}t\right) + I_1\left(\frac{a-b}{2}t\right) \right]$$

$$\frac{1}{t} e^{-at} I_1(at)$$

$$\frac{k}{t} e^{-\frac{1}{2}(a+b)t} I_k\left(\frac{a-b}{2}t\right)$$

$$J_0(at)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)} \left(\frac{t}{2a}\right)^{k-1/2} J_{k-1/2}(at)$$

$$\frac{ka^k}{t} J_k(at)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(k)} \left(\frac{t}{2a}\right)^{k-1/2} I_{k-1/2}(at)$$

$$U(t-k)$$

$$(t-k)U(t-k)$$

$$\frac{(t-k)^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} U(t-k)$$

$$U(t) - U(t-k)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} U(t-nk)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a^{n-1} U(t-nk)$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}(\sqrt{u}+a)} \quad (\text{E.62})$$

$$\frac{1}{(u+a)\sqrt{u+b}} \quad (\text{E.63})$$

$$\frac{b^2 - a^2}{\sqrt{u}(u-a^2)(b+\sqrt{u})} \quad (\text{E.64})$$

$$\frac{\sqrt{u+2a}}{\sqrt{u}} - 1 \quad (\text{E.65})$$

$$\frac{1}{\sqrt{u+a}\sqrt{u+b}} \quad (\text{E.66})$$

$$\frac{\Gamma(k)}{(u+a)^k (u+b)^k} \quad (k > 0) \quad (\text{E.67})$$

$$\frac{1}{(u+a)^{\frac{1}{2}} (u+b)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{E.68})$$

$$\frac{\sqrt{u+2a} - \sqrt{u}}{\sqrt{u+2a} + \sqrt{u}} \quad (\text{E.69})$$

$$\frac{(a-b)^k}{(\sqrt{u+a} + \sqrt{u+b})^{2k}} \quad (k > 0) \quad (\text{E.70})$$

$$\frac{1}{\sqrt{u^2 + a^2}} \quad (\text{E.71})$$

$$\frac{1}{(u^2 + a^2)^k} \quad (k > 0) \quad (\text{E.72})$$

$$(\sqrt{u^2 + a^2} - u)^k \quad (k > 0) \quad (\text{E.73})$$

$$\frac{1}{(u^2 - a^2)^k} \quad (k > 0) \quad (\text{E.74})$$

$$\frac{1}{u} e^{-ku} \quad (\text{E.75})$$

$$\frac{1}{u^2} e^{-ku} \quad (\text{E.76})$$

$$\frac{1}{u^\mu} e^{-ku} \quad (\mu > 0) \quad (\text{E.77})$$

$$\frac{1 - e^{-ku}}{u} \quad (\text{E.78})$$

$$\frac{1}{u(1 - e^{-ku})} = \frac{1 + \coth \frac{1}{2} ku}{2u} \quad (\text{E.79})$$

$$\frac{1}{u(e^{ku} - a)} \quad (\text{E.80})$$

$U(t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n U(t - 2nk)$	$\frac{1}{u} \tanh ku$	(E.81)
$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n U(t - nk)$	$\frac{1}{u(1 + e^{-ku})}$	(E.82)
$tU(t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (t - 2nk)U(t - 2nk)$	$\frac{1}{u^2} \tanh ku$	(E.83)
$2 \sum_{n=0}^{\infty} U[t - (2n+1)k]$	$\frac{1}{u \sinh ku}$	(E.84)
$2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n U[t - (2n+1)k]$	$\frac{1}{u \cosh ku}$	(E.85)
$U(t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} U(t - 2nk)$	$\frac{1}{u} \coth ku$	(E.86)
$ \operatorname{sen} kt $	$\frac{k}{u^2 + k^2} \coth \frac{\pi u}{2k}$	(E.87)
$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n U(t - n\pi) \operatorname{sen} t$	$\frac{1}{(u^2 + 1)(1 - e^{-\pi u})}$	(E.88)
$J_0(2\sqrt{kt})$	$\frac{1}{u} e^{-k/u}$	(E.89)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cos 2\sqrt{kt}$	$\frac{1}{\sqrt{u}} e^{-k/u}$	(E.90)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \cosh 2\sqrt{kt}$	$\frac{1}{\sqrt{u}} e^{k/u}$	(E.91)
$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} \operatorname{sen} 2\sqrt{kt}$	$\frac{1}{u^{3/2}} e^{-k/u}$	(E.92)
$\frac{1}{\sqrt{\pi k}} \sinh 2\sqrt{kt}$	$\frac{1}{u^{3/2}} e^{k/u}$	(E.93)
$\frac{k}{2\sqrt{\pi t^3}} e^{\frac{k^2}{4t}}$	$e^{-k\sqrt{u}} \quad (k > 0)$	(E.94)
$\operatorname{erfc} \frac{k}{2\sqrt{t}}$	$\frac{1}{u} e^{-k\sqrt{u}} \quad (k \geq 0)$	(E.95)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{\frac{k^2}{4t}}$	$\frac{1}{\sqrt{u}} e^{-k\sqrt{u}} \quad (k \geq 0)$	(E.96)
$2\sqrt{\frac{t}{\pi}} e^{\frac{k^2}{4t}} - k \operatorname{erfc} \frac{k}{2\sqrt{t}} = 2\sqrt{t} i \operatorname{erfc} \frac{k}{2\sqrt{t}}$	$\frac{1}{u^{3/2}} e^{-k\sqrt{u}} \quad (k \geq 0)$	(E.97)
$(4t)^{\frac{1}{2}n} i^n \operatorname{erfc} \frac{k}{2\sqrt{t}}$	$\frac{1}{u^{1+\frac{1}{2}n}} e^{-k\sqrt{u}} \quad (n = 0, 1, 2, \dots; k \geq 0)$	(E.98)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{\frac{k^2}{4t}} - a e^{ak} e^{a^2 t} \operatorname{erfc} \left(a\sqrt{t} + \frac{k}{2\sqrt{t}} \right)$	$\frac{e^{-k\sqrt{u}}}{a + \sqrt{u}} \quad (k \geq 0)$	(E.99)

$$-e^{ak}e^{a^2t}\operatorname{erfc}\left(a\sqrt{t}+\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)+\operatorname{erfc}\frac{k}{2\sqrt{t}}$$

$$e^{ak}e^{a^2t}\operatorname{erfc}\left(a\sqrt{t}+\frac{k}{2\sqrt{t}}\right)$$

$$e^{\frac{1}{2}ak}I_0\left(\frac{1}{2}a\sqrt{t^2-k^2}\right)U(t-k)$$

$$J_0\left(a\sqrt{t^2-k^2}\right)U(t-k)$$

$$I_0\left(a\sqrt{t^2-k^2}\right)U(t-k)$$

$$J_0\left(a\sqrt{t^2+2kt}\right)$$

$$\frac{ak}{\sqrt{t^2-k^2}}J_1\left(a\sqrt{t^2-k^2}\right)U(t-k)$$

$$\frac{ak}{\sqrt{t^2-k^2}}I_1\left(a\sqrt{t^2-k^2}\right)U(t-k)$$

$$-\gamma-\ln t \quad (\gamma=0,5774156649)$$

$$\frac{t^{k-1}}{\Gamma(k)}[\psi(k)-\ln t]$$

$$e^{at}[\ln a+E_1(at)]$$

$$E_1\left(\frac{t}{k}\right)$$

$$\frac{1}{t}(e^{-bt}-e^{-at})$$

$$\frac{2}{t}(1-\cos at)$$

$$\frac{2}{t}(1-\cosh at)$$

$$\frac{1}{t}\operatorname{sen} kt$$

$$\frac{1}{k\sqrt{\pi}}e^{-\frac{k^2}{4t}}$$

$$\operatorname{erf}\frac{t}{2k}$$

$$\frac{\sqrt{k}}{\pi\sqrt{t(t+k)}}$$

$$\frac{ae^{-k\sqrt{u}}}{u(a+\sqrt{u})} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.100})$$

$$\frac{e^{-k\sqrt{u}}}{\sqrt{u}(a+\sqrt{u})} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.101})$$

$$\frac{e^{-k\sqrt{u(u+a)}}}{\sqrt{u(u+a)}} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.102})$$

$$\frac{e^{-k\sqrt{u^2+a^2}}}{\sqrt{u^2+a^2}} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.103})$$

$$\frac{e^{-k\sqrt{u^2-a^2}}}{\sqrt{u^2-a^2}} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.104})$$

$$\frac{e^{-k(\sqrt{u^2+a^2}-u)}}{\sqrt{u^2+a^2}} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.105})$$

$$e^{-ku}-e^{-k\sqrt{u^2+a^2}} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.106})$$

$$e^{-k\sqrt{u^2-a^2}}-e^{-ku} \quad (k \geq 0) \quad (\text{E.107})$$

$$\frac{1}{u}\ln u \quad (\text{E.108})$$

$$\frac{1}{u^k}\ln u \quad (k > 0) \quad (\text{E.109})$$

$$\frac{\ln u}{u-a} \quad (a > 0) \quad (\text{E.110})$$

$$\frac{1}{u}\ln(1+ku) \quad (k > 0) \quad (\text{E.111})$$

$$\ln\frac{u+a}{u+b} \quad (\text{E.112})$$

$$\ln\frac{u^2+a^2}{u^2} \quad (\text{E.113})$$

$$\ln\frac{u^2-a^2}{u^2} \quad (\text{E.114})$$

$$\arctan\frac{k}{u} \quad (\text{E.115})$$

$$e^{k^2u^2}\operatorname{erfc}ku \quad (k > 0) \quad (\text{E.116})$$

$$\frac{1}{u}e^{k^2u^2}\operatorname{erfc}ku \quad (k > 0) \quad (\text{E.117})$$

$$e^{ku}\operatorname{erfc}\sqrt{ku} \quad (k > 0) \quad (\text{E.118})$$

$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} U(t-k)$	$\frac{1}{\sqrt{u}} \operatorname{erfc} \sqrt{ku} \quad (k \geq 0)$	(E.119)
$\frac{1}{\sqrt{\pi(t+k)}}$	$\frac{1}{\sqrt{u}} e^{ku} \operatorname{erfc} \sqrt{ku} \quad (k \geq 0)$	(E.120)
$\frac{1}{\pi t} \operatorname{sen} 2k\sqrt{t}$	$\operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{u}}\right)$	(E.121)
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-2k\sqrt{t}}$	$\frac{1}{\sqrt{u}} e^{\frac{k^2}{u}} \operatorname{erfc}\left(\frac{k}{\sqrt{u}}\right)$	(E.122)
$\frac{1}{\sqrt{t^2-k^2}} U(t-k)$	$K_0(ku) \quad (k > 0)$	(E.123)
$\frac{1}{2t} e^{-\frac{k^2}{4t}}$	$K_0(k\sqrt{u}) \quad (k > 0)$	(E.124)
$\frac{1}{k} \sqrt{t(t+2k)}$	$\frac{1}{u} e^{ku} K_1(ku) \quad (k > 0)$	(E.125)
$\frac{1}{k} e^{-\frac{k^2}{4t}}$	$\frac{1}{\sqrt{u}} K_1(k\sqrt{u}) \quad (k > 0)$	(E.126)
$\frac{2}{\sqrt{\pi t}} K_0(2\sqrt{2kt})$	$\frac{1}{\sqrt{u}} e^{\frac{k}{u}} K_0\left(\frac{k}{u}\right) \quad (k > 0)$	(E.127)
$\frac{1}{\sqrt{t(2k-t)}} [U(t) - U(t-2k)]$	$\pi e^{-ku} I_0(ku) \quad (k > 0)$	(E.128)
$\frac{k-t}{\pi k \sqrt{t(2k-t)}} [U(t) - U(t-2k)]$	$e^{-ku} I_1(ku) \quad (k > 0)$	(E.129)
$\frac{1}{t+a}$	$e^{au} E_1(au) \quad (a > 0)$	(E.130)
$\frac{1}{(t+a)^2}$	$\frac{1}{a} - u e^{au} E_1(au) \quad (a > 0)$	(E.131)
$\frac{1}{(t+a)^n}$	$a^{1-n} e^{au} E_n(au) \quad (a > 0; n = 0, 1, 2, \dots)$	(E.132)

Fonte: Abramowitz & Stegun (1964).

APÊNDICE F

Funções de Bessel

A equação diferencial ordinária do tipo:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \lambda y = 0 \quad (\text{F.1})$$

onde λ é uma constante, é uma forma especial da chamada *equação de Bessel*. As soluções desta equação tomam a forma de séries. Uma solução é $I_0(\sqrt{\lambda}z)$ e é chamada de *função de Bessel modificada de 1ª espécie e ordem zero*. A solução independente $K_0(\sqrt{\lambda}z)$ é chamada de *função de Bessel modificada de 2ª espécie e ordem zero*. As séries das duas funções são, respectivamente:

$$I_0(z) = 1 + \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^4}{2^2 4^2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2n}}{(n!)^2} \quad (\text{F.2})$$

e

$$K_0(z) = -\left\{ \ln\left(\frac{e^\gamma z}{2}\right) I_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{2}\right)^{2n} \frac{1}{(n!)^2} \left[1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right] \right\}, \quad (\text{F.3})$$

onde $\gamma = 0,577215665$ (constante de Euler). Para z pequeno, as Eqs. (F.2) e (F.3) se tornam:

$$I_0(z) \approx 1 + \frac{z^2}{2}; \quad \lim_{z \rightarrow 0} I_0(z) = 1 \quad (\text{F.4})$$

e

$$K_0(z) \approx -\ln\left(\frac{e^\gamma z}{2}\right). \quad (\text{F.5})$$

Para z grande, as Eqs. (F.2) e (F.3) se tornam:

$$I_0(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left[1 + \frac{1}{8z} + \frac{1 \cdot 3^2}{2!(8z)^2} + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{3!(8z)^2} + \dots \right] \quad (\text{F.6})$$

e

$$K_n(z) \approx \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2} e^{-z} \left[1 + \frac{4n^2 - 1}{8z} + \frac{(4n^2 - 1)(4n^2 - 3^2)}{2!(8z)^2} + \dots \right] \quad (\text{F.7})$$

Note que, quando $n = 0$, a Eq. (F.7) resulta na função $K_0(z)$.

Como $I_0(\sqrt{\lambda}z)$ e $K_0(\sqrt{\lambda}z)$ são soluções independentes da equação de Bessel modificada, Eq. (F.3), então a solução geral desta equação é dada por:

$$v(x) = AI_0(\sqrt{\lambda}x) + BK_0(\sqrt{\lambda}x), \quad (\text{F.8})$$

onde A e B são constantes a serem determinadas.

No trato da Eq. (F.8) se faz necessário, eventualmente, o uso das derivadas das funções $I_0(\sqrt{\lambda}z)$ e $K_0(\sqrt{\lambda}z)$. De acordo com Abramowitz & Stegun, verificam-se duas propriedades em relação às funções de Bessel:

$$\frac{d}{dz} I_0(z) = I_1(z) \quad (\text{F.9})$$

e

$$\frac{d}{dz}K_0(z) = -K_1(z), \quad (\text{F.10})$$

onde $I_1(z)$ e $K_1(z)$ são funções de Bessel modificadas de 1ª e 2ª espécies e ordem 1, respectivamente, são definidas como:

$$I_1(z) = \frac{2z^2}{2^2} + \frac{4z^3}{2^2 4^2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2n+1}}{n!(n+1)!} \quad (\text{F.11})$$

e

$$K_1(z) = \ln\left(\frac{e^\gamma z}{2}\right) I_1(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{2}\right)^{2n-1} + \frac{n!}{(n!)^2} \left[1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right]. \quad (\text{F.12})$$

Note-se que quando $z = 0$, $I_1(z) = 0$ e $zK_1(z) = 1$. Quando z tende para infinito, $K_1(z)$ é calculado pela Eq. (F7). Outras fórmulas recorrentes são:

$$z \frac{d}{dz} I_1(z) = zI_0(z) - I_1(z) \quad \text{e} \quad z \frac{d}{dz} K_1(z) = -zK_0(z) - K_1(z). \quad (\text{F.13})$$

O comportamento das funções de Bessel encontra-se representado na Figura F.1

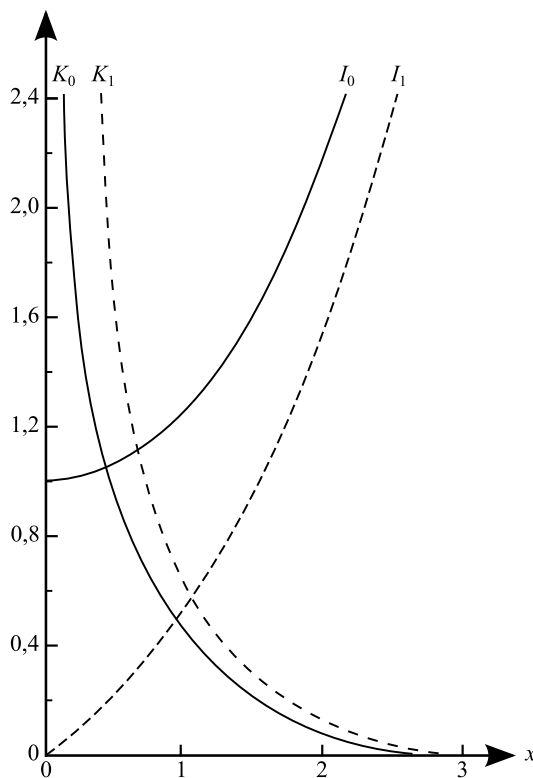


Figura F.1 – Funções de Bessel de 1ª e 2ª espécies e ordens 0 e 1.

APÊNDICE G

Equação da Difusividade – Escoamento Multifásico

Neste desenvolvimento da equação da difusividade hidráulica para escoamento multifásico é considerado um volume de controle contendo saturações de óleo S_o , de água S_w e de gás S_g . A massa de óleo contida numa unidade de volume do reservatório pode ser escrita como:

$$m_o = \frac{\phi S_o}{B_o} \rho_{os}, \quad (G.1)$$

onde ϕ é a porosidade, B_o o fator de volume de formação do óleo e ρ_{os} a massa específica do óleo em condições-padrão ou *standard*. A massa de água é:

$$m_w = \frac{\phi S_w}{B_w} \rho_{ws}, \quad (G.2)$$

onde, similarmente, ρ_{ws} é a massa específica da água em condições-padrão ou *standard*.

O gás está presente em duas fases: gás livre e gás dissolvido na água e no óleo. A massa de gás livre é representada por:

$$m_{g,L} = \frac{\phi S_g}{B_g} \rho_{gs}, \quad (G.3)$$

onde ρ_{gs} é a massa específica do gás em condições-padrão ou *standard*. Finalmente, a massa total de gás dissolvida nos fluidos é:

$$m_{g,dissolvido} = \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \rho_{gs} + \frac{\phi R_{sw} S_w}{B_w} \rho_{gs}, \quad (G.4)$$

onde R_s e R_{sw} são as razões de solubilidade do gás no óleo e na água, respectivamente. Portanto, a massa total de gás numa unidade de volume é:

$$m_g = \frac{\phi S_g}{B_g} \rho_{gs} + \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \rho_{gs} + \frac{\phi R_{sw} S_w}{B_w} \rho_{gs}. \quad (G.5)$$

Usando a Lei de Darcy num sistema de geometria radial, obtêm-se para cada fase no volume de controle as seguintes equações para óleo, água e gás, respectivamente:

$$\rho_o v_{ro} = -\frac{k_o}{\mu_o B_o} \rho_{os} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (G.6)$$

$$\rho_w v_{rw} = -\frac{k_w}{\mu_w B_w} \rho_{ws} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (G.7)$$

e

$$\rho_g v_{rg} = -\frac{k_g}{\mu_g B_g} \rho_{gs} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} \rho_{gs} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} \rho_{gs} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (G.8)$$

onde k_x ($x = o; g; w$) é a permeabilidade efetiva ao fluido x , μ_x representa a viscosidade do fluido x , v_{rx} a velocidade radial do fluido x no meio poroso, ρ_x a massa específica do fluido x nas condições de reservatório e ρ_{xs} a massa específica do fluido x nas condições *standard*. Note que $B_x = \rho_{xs}/\rho_x$, onde s

representa a condição-padrão ou *standard*. De uma forma geral a equação da continuidade numa geometria radial para uma fase x qualquer pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-r \rho_x v_{rx}) = \frac{\partial m_x}{\partial t}. \quad (\text{G.9})$$

As equações da continuidade para o óleo, o gás e a água são, respectivamente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_o}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right), \quad (\text{G.10})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_w}{\mu_w B_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_w}{B_w} \right) \quad (\text{G.11})$$

e

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{R_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S_g}{B_g} \right) \quad (\text{G.12})$$

Expandindo a Eq. (G.10) com o uso da regra da cadeia resulta em:

$$\frac{1}{r} \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (\text{G.13})$$

considerando que a permeabilidade efetiva ao óleo k_o seja função das saturações de óleo e de água, S_o e S_w , e que a viscosidade do óleo μ_o e o fator de volume de formação B_o sejam funções da pressão. Expandindo o segundo termo do lado esquerdo da Equação (G.13) resulta que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial k_o}{\partial S_o} \frac{\partial S_o}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial k_o}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial r} \\ + \frac{\partial p}{\partial r} k_o \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial r} = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \end{aligned} \quad (\text{G.14})$$

Considerando que $\partial p / \partial r$, $\partial S_o / \partial r$ e $\partial S_w / \partial r$ são pequenos, os seguintes produtos de gradientes:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial S_o}{\partial r} \right) \quad e \quad \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial S_w}{\partial r} \right) \quad (\text{G.15})$$

podem ser desprezados. A equação do óleo se reduz a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o B_o}{k_o} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right). \quad (\text{G.16})$$

De forma similar, as equações da água e do gás são, respectivamente,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_w B_w}{k_w} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_w}{B_w} \right) \quad (\text{G.17})$$

e

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{R_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S_g}{B_g} \right) \quad (\text{G.18})$$

Expandindo a derivada parcial da Eq. (G.16) com respeito ao tempo, utilizando a regra da cadeia, resulta na seguinte equação para o óleo:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o B_o}{k_o} \left[\frac{1}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + S_o \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right] \quad (\text{G.19})$$

Por conveniência, as derivadas parciais com respeito à pressão são denotadas por B'_o , S'_o e assim por diante. Também se sabe que:

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{B_o} \right) = -\frac{1}{B_o^2} \frac{\partial B_o}{\partial p}. \quad (\text{G.20})$$

Logo, a Eq. (G.19) pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_o}{k_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{G.21})$$

O mesmo procedimento pode ser feito com a Eq. (G.17), resultando em:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu_w}{k_w} \left(S'_w - \frac{S_w B'_w}{B_w} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{G.22})$$

A definição da equação do gás é mais trabalhosa, pois a solubilidade é também função da pressão. Expandindo a Eq. (G.18) resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi \left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o} + \frac{R_{sw} k_w}{\mu_w B_w} + \frac{k_g}{\mu_g B_g} \right)^{-1} & \left(\frac{R'_s S'_o}{B_o} + \frac{R'_s S_o}{B_o} - \frac{R_s S_o B'_o}{B_o^2} + \right. \\ & \left. \frac{R_{sw} S'_w}{B_w} + \frac{R_{sw} S_w}{B_w} - \frac{R_{sw} S_w B'_w}{B_w^2} + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \quad (\text{G.23})$$

O lado direito das Eqs. (G.21) e (G.22) estão relacionados conforme a Eq. (G.24) a seguir:

$$\frac{\lambda_w}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) = \left(S'_w - \frac{S_w B'_w}{B_w} \right), \quad (\text{G.24})$$

onde λ_x ($x = o, g$) representa a mobilidade do fluido x , ou seja, a razão entre a permeabilidade efetiva ao fluido x e sua viscosidade, isto é, k_x/μ_x . Logo,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{R_s \lambda_o}{B_o} + \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w} + \frac{\lambda_g}{B_g} \right) &= \left(\frac{R'_s S'_o}{B_o} + \frac{R_s}{B_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) + \right. \\ & \left. \frac{R_{sw} S'_w}{B_w} + \frac{R_{sw}}{B_w} \left(S'_w - \frac{S_w B'_w}{B_w} \right) + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{G.25})$$

Substituindo a Eq. (G.24) na Eq. (G.25) resulta:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{R_s \lambda_o}{B_o} + \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w} + \frac{\lambda_g}{B_g} \right) &= \left(\frac{R'_s S'_o}{B_o} + \frac{R_s}{B_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) + \right. \\ & \left. \frac{R_{sw} S'_w}{B_w} + \frac{R_{sw}}{B_w} \frac{\lambda_w}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{G.26})$$

Colocando todos os termos que multiplicam $S'_o - S_o B'_o/B_o$ para o lado direito resulta na expressão:

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{R_s}{B_o} + \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w \lambda_o} + \frac{\lambda_g}{\lambda_o B_g} - \frac{R_s}{B_o} - \frac{R_{sw} \lambda_w}{B_w \lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right) \quad (G.27)$$

ou

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_o B_g} \right) = \left(\frac{R'_s S_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w}{B_w} + \frac{S'_g}{B_g} - \frac{S_g B'_g}{B_g^2} \right). \quad (G.28)$$

Multiplicando por B_g :

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_g}{\lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} + S'_g - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right). \quad (G.29)$$

Definindo mobilidade total como $\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g + \lambda_w$, e sabendo que $S_g + S_o + S_w = 1$ e que $S'_g + S'_o + S'_w = 0$, resulta em:

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - S'_o - S'_w - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right). \quad (G.30)$$

Adicionando os termos $S_o B'_o/B_o$ e $S_w B'_w/B_w$ a cada lado da Eq. (G.30) obtém-se:

$$\begin{aligned} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} \right) + \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{S_w B'_w}{B_w} = & \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - S'_o + \frac{S_o B'_o}{B_o} \right. \\ & \left. - S'_w + \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right) \end{aligned} \quad (G.31)$$

Substituindo a Eq. (G.24) na Eq. (G.31):

$$\begin{aligned} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} \right) + \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{S_w B'_w}{B_w} = & \frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \\ & - \frac{\lambda_w}{\lambda_o} \left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) - \frac{S_g B'_g}{B_g} \end{aligned} \quad (G.32)$$

Novamente, colocando todos os termos que multiplicam $S'_o - S_o B'_o/B_o$ para o lado direito resulta:

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t - \lambda_o - \lambda_w}{\lambda_o} + 1 + \frac{\lambda_w}{\lambda_o} \right) = \left(\frac{R'_s S_o B_g}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \frac{S_o B'_o}{B_o} - \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g} \right). \quad (G.33)$$

Finalmente:

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t}{\lambda_o} \right) = \frac{R'_s S_o B_g}{B_o} - \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g}. \quad (G.34)$$

Define-se a compressibilidade total dos fluidos como sendo:

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g. \quad (G.35)$$

Abaixo da pressão de bolha as compressibilidades do óleo, da água e do gás são definidas por:

$$c_o = -\frac{1}{B_o} (B'_o - R'_s B_g) \quad (\text{G.36})$$

$$c_w = -\frac{1}{B_w} (B'_w - R'_{sw} B_g) \quad (\text{G.37})$$

$$c_g = -\frac{B'_g}{B_g} \quad (\text{G.38})$$

Observe que substituindo as Eqs. (G.36), (G.37) e (G.38) na Eq. (G.35) obtém-se:

$$c_t = \frac{R'_s S_o B_g}{B_o} - \frac{S_o B'_o}{B_o} + \frac{R'_{sw} S_w B_g}{B_w} - \frac{S_w B'_w}{B_w} - \frac{S_g B'_g}{B_g}. \quad (\text{G.39})$$

Por outro lado, comparando a Eq. (G.34) com a Eq. (G.39) tem-se que:

$$\left(S'_o - \frac{S_o B'_o}{B_o} \right) \left(\frac{\lambda_t}{\lambda_o} \right) = c_t. \quad (\text{G.40})$$

A Eq. (G.21) se torna então:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\phi c_t}{\lambda_t} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{G.41})$$

A Eq. (G.41) é semelhante à equação da difusão para um fluido monofásico de pequena compressibilidade, representada por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{\phi \mu_o c_t}{k_o} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{G.42})$$

Em suma, para chegar à Eq. (G.42), Perrine (1956) e Martin (1959) negligenciaram os produtos dos gradientes $\partial p / \partial r$, $\partial S_o / \partial r$ e $\partial S_w / \partial r$ entre si. Note que a equação da difusão para um fluido monofásico de pequena compressibilidade se torna igual à equação da difusão para um fluido multifásico, pela simples substituição de λ_o por λ_t .

APÊNDICE H

Equações da Pressão para Reservatório Circular sem Fluxo ou com Pressão Constante na Fronteira Externa

Para qualquer tempo e tamanho de raio de poço, a equação do comportamento da pressão para o caso de reservatório circular selado na fronteira externa é¹⁴:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left\{ \frac{2}{r_{eD}^2 - 1} \left(\frac{r_{eD}^2}{4} + t_D \right) - \frac{r_{eD}^2 \ln r_{eD}}{r_{eD}^2 - 1} - \frac{(3r_{eD}^4 - 4r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 2r_{eD}^2 - 1)}{4(r_{eD}^2 - 1)^2} + \right. \\ \left. \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD}) [J_1(\alpha_n) Y_0(\alpha_n r_{eD}) - Y_1(\alpha_n) J_0(\alpha_n r_{eD})]}{\alpha_n [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \right\} \quad (\text{H.1})$$

onde J_0 e J_1 são funções de Bessel de 1ª espécie e ordens 0 e 1, respectivamente, Y_0 e Y_1 são funções de Bessel de 2ª espécie e ordens 0 e 1, respectivamente, e os valores de α_n são as raízes da equação:

$$J_1(\alpha_n r_{eD}) Y_1(\alpha_n) - J_1(\alpha_n) Y_1(\alpha_n r_{eD}) = 0 \quad (\text{H.2})$$

A pressão no poço para o caso em que $r_e \gg r_w$ pode ser obtida a partir da Eq. (H.1), resultando em:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left\{ \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \right\}. \quad (\text{H.3})$$

O valor de α_n cresce de forma monotônica com n , isto é, $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots$. Para um determinado valor de t_D , a exponencial $\exp(-\alpha_1^2 t_D)$ decresce monotonicamente, isto é, $\exp(-\alpha_1^2 t_D) > \exp(-\alpha_2^2 t_D) > \exp(-\alpha_3^2 t_D)$. A porção Bessel do somatório decresce à medida que n aumenta. Assim, para um t_D suficientemente longo, todos os termos do somatório tornam-se muito pequenos, podendo ser negligenciados. Logo, a Eq. (H.3) reduz-se a

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right] \quad (\text{H.4})$$

ou, simplesmente,

$$p_{wD} = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}. \quad (\text{H.5})$$

Já para um reservatório com manutenção de pressão nos limites externos a equação que rege o comportamento da pressão no poço para é:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left\{ \ln r_{eD} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 t_D} J_0^2(\beta_n r_{eD})}{\beta_n^2 [J_1^2(\beta_n) - J_0^2(\beta_n r_{eD})]} \right\}, \quad (\text{H.6})$$

onde β_n é a raiz da equação

$$J_1(\beta_n) Y_0(\beta_n r_{eD}) - Y_1(\beta_n) J_0(\beta_n r_{eD}) = 0 \quad (\text{H.7})$$

¹⁴ Matthews, C. S. & Russell, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, SPE of AIME, Monograph Series Volume 1, 1967.

De forma semelhante ao caso anterior, para um tempo adimensional (t_D) suficientemente longo, todos os termos do somatório tornam-se muito pequenos, podendo ser negligenciados. Logo, a Eq. (H.6) se reduz a:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln r_{eD} \quad (\text{H.8})$$

ou, de maneira equivalente, a:

$$p_{wD} = \ln r_{eD} . \quad (\text{H.9})$$

APÊNDICE I

Variáveis e Parâmetros em Diversos Sistemas de Unidade

Variável ou parâmetro	SI	DARCY	PETROBRAS	AMERICANO
Comprimento	<i>m</i>	<i>cm</i>	<i>m</i>	<i>ft</i>
Massa	<i>kg</i>	<i>g</i>	<i>kg</i>	<i>lb</i>
Temperatura absoluta	<i>K</i>	<i>K</i>	<i>K</i>	°R
Tempo	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>h</i>	<i>h</i>
Permeabilidade	<i>m</i> ²	<i>Darcy</i>	<i>md</i>	<i>md</i>
Pressão	<i>Pa</i>	<i>atm</i>	<i>kgf/cm</i> ²	<i>psi</i>
Viscosidade	<i>Pa · s</i>	<i>cp</i>	<i>cp</i>	<i>cp</i>
Vazão de óleo	<i>m</i> ³ / <i>s</i>	<i>cm</i> ³ / <i>s</i>	<i>m</i> ³ / <i>d</i>	<i>bbl/d</i>
Vazão de gás	<i>m</i> ³ / <i>s</i>	<i>cm</i> ³ / <i>s</i>	10 ³ <i>m</i> ³ / <i>d</i>	10 ³ <i>ft</i> ³ / <i>d</i>
Volume	<i>m</i> ³	<i>cm</i> ³	<i>m</i> ³	<i>bbl</i>
Índice de produtividade	$\frac{m^3 / s}{Pa}$	$\frac{cm^3 / s}{atm}$	$\frac{m^3 / d}{kgf / cm^2}$	$\frac{bbl / d}{psi}$

Constantes das Equações

Constante	SI ou DARCY	PETROBRAS	AMERICANO
<i>C</i> ₁	1	0,0003484	0,0002637
<i>C</i> ₂	1/(2π)	19,03	141,2
<i>C</i> ₃	1/(2π)	1/(2π)	0,8936
<i>C</i> ₄	—	136,2	1.421,8
<i>C</i> ₅	1	0,0008361	1,127×10 ⁻³
<i>α_g</i>	1/π	7.702,5×10 ³	50.299,54
<i>C_{flo}</i>	1/√π	1,259	8,128
<i>C_{flg}</i>	2 / √π	509.654	2.895,50
<i>C_{fbo}</i>	2,45/(2π)	6,37	44,1
<i>C_{fbg}</i>	2,45/π	2.578,20×10 ³	15.703,90
<i>C_{flo}</i> [*]	1/(2√π)	0,630	4,064
<i>C_{flg}</i> [*]	1/√π	0,01053	0,00916

Constantes Físicas

Constante Universal dos Gases (R)

Unidade	$\frac{psi \cdot ft^3}{mol - lb \cdot ^\circ R}$	$\frac{lb_f \cdot ft}{mol - lb \cdot ^\circ R}$	$\frac{atm \cdot cm^3}{mol - g \cdot K}$	$\frac{cal}{mol - g \cdot K}$	$\frac{(kgf / cm^2) \cdot m^3}{mol - kg \cdot K}$
<i>R</i>	10,73	1.545	82,05	1,987	0,08478

°API

$$^\circ API = \frac{141,5}{d(60^\circ F)} - 131,5$$

Água

Ponto triplo	Massa específica a 15,56 °C (60 °F)	Gradiente a 15,56 °C (60 °F)	Massa molecular
0,01 °C	999,014 kg/m ³	0,0999 kgf/cm ² /m	18
32,018 °F	62,4 lb/ft ³	0,4331 psi/ft	
491,688 °R	8,34 lb/gal		
273,16 K	350 lb/bbl		

Ar

Massa específica @ 15,56 °C (60 °F)	Massa molecular média
1,2232 kg/m ³	28,966
1,2232×10 ⁻³ g/cm ³	
0,076362 lb/ft ³	

Outras Constantes Físicas e Matemáticas

Constante	Valor
Aceleração da gravidade (g)	9,807 m/s ²
<i>e</i>	2,718
π	3,142
Constante de Euler (γ)	0,5772156649

Comprimento

Polegada (<i>in</i>)	Pé (<i>ft</i>)	Jarda (<i>yard</i>)	Milha americana (<i>U.S. mile</i>)	Milímetro (<i>mm</i>)	Metro (<i>m</i>)
1	0,08333333	0,02777778	$1,578283 \times 10^{-5}$	25,4	0,0254
12	1	0,3333333	$1,893939 \times 10^{-4}$	304,8	0,3048
36	3	1	$5,681818 \times 10^{-4}$	914,4	0,9144
63.360	5.280	1.760	1	1.609.344	1.609,344
0,03937008	$3,280840 \times 10^{-3}$	$1,093613 \times 10^{-3}$	$6,213712 \times 10^{-7}$	1	0.001
39,37008	3,280840	1,093613	$6,213712 \times 10^{-4}$	1.000	1

Área

Polegada quadrada (<i>in</i> ²)	Pé quadrado (<i>ft</i> ²)	Jarda quadrada (<i>square yard</i>)	Acre (<i>acre</i>)	Milha quadrada (<i>U.S. square mile</i>)	Metro quadrado (<i>m</i> ²)
1	$6,944444 \times 10^{-3}$	$7,716049 \times 10^{-4}$	$1,594225 \times 10^{-7}$	$2,490977 \times 10^{-10}$	$6,4516 \times 10^{-4}$
144	1	0,1111111	$2,295684 \times 10^{-5}$	$3,587006 \times 10^{-8}$	$9,290304 \times 10^{-2}$
1.296	9	1	$2,066116 \times 10^{-4}$	$3,228306 \times 10^{-7}$	0,8361274
6.272.640	43.560	4.840	1	0,0015625	4.046,856
4.014.489.600	27.878.400	3.097.600	640	1	2.589.988
1.550,0031	10,76391	1,195990	$2,471054 \times 10^{-4}$	$3,861022 \times 10^{-7}$	1

Volume

Polegada cúbica (<i>in</i> ³)	Pé cúbico (<i>ft</i> ³)	Litro (<i>l</i>)	Metro cúbico (<i>m</i> ³)	Galão americano (<i>U.S. gallon</i>)	Barril (<i>bbl</i>)
1	$5,787037 \times 10^{-4}$	0,01638706	$1,638706 \times 10^{-5}$	$4,329004 \times 10^{-3}$	$1,030715 \times 10^{-4}$
1.728	1	28,31685	0,02831685	7,480520	0,1781076
61,02374	0,03531467	1	0,001	0,2641720	$6,289810 \times 10^{-3}$
61.023,74	35,31467	1.000	1	264,1720	6,289810
231,0000	0,1336806	3,785412	0,003785412	1	0,02380952
9.702,001	5,614584	158,9873	0,1589873	42	1

Massa

Onça (<i>ounce</i>)	Libra (<i>lb</i>)	Quilograma (<i>kg</i>)	Tonelada (<i>ton</i>)
1	0,0625	0,02834952	$2,834950 \times 10^{-5}$
16	1	0,4535924	$4,535924 \times 10^{-4}$
35,27396	2,204623	1	0,001
35.273,96	2.204,623	1.000	1

Força

Newton (<i>N</i>)	Quilograma-força (<i>kgf</i>)	Libra-força (<i>lbf</i>)	<i>dina</i>
1	$1,020 \times 10^{-1}$	$2,248 \times 10^{-1}$	$1,000 \times 10^5$
9,807	1	2,205	$9,804 \times 10^5$
4,448	$4,535 \times 10^{-1}$	1	$4,446 \times 10^5$
$1,000 \times 10^{-5}$	$1,020 \times 10^{-6}$	$2,248 \times 10^{-6}$	1

Pressão

<i>kgf/cm²</i>	<i>kPa</i>	<i>lbf/in² (psi)</i>	Atmosfera (<i>atm</i>)	<i>dina/cm²</i>	<i>bar</i>
1	98,06650	14,22334	0,9678411	$0,9806 \times 10^6$	0,980665
0,01019716	1	0,1450377	0,009869233	$0,99995 \times 10^4$	0,01
0,07030695	6,894757	1	0,06804596	$6,8944 \times 10^4$	0,06894757
1,033227	101,3250	14,69595	1	$1,0132 \times 10^6$	1,01325

Energia

<i>BTU</i>	Caloria (<i>Cal</i>)	<i>Erg = dina·cm</i>	<i>ft·lbf</i>	Joule (<i>J</i>) = <i>N·m</i>	<i>W·h</i>	<i>kgf·m</i>
1	252,165	$1,055 \times 10^{10}$	778,171	1.055,060	0,293	107,586
$3,966 \times 10^{-3}$	1	$4,184 \times 10^7$	3,086	4,184	$1,162 \times 10^{-3}$	0,427
$9,479 \times 10^{-11}$	$2,390 \times 10^{-8}$	1	$7,376 \times 10^{-8}$	$1,000 \times 10^{-7}$	$2,777 \times 10^{-11}$	$1,020 \times 10^{-8}$
$1,285 \times 10^{-3}$	0,324	$1,356 \times 10^7$	1	1,356	$3,765 \times 10^{-4}$	0,138
$9,478 \times 10^{-4}$	0,239	$9,999 \times 10^6$	0,738	1	$2,777 \times 10^{-4}$	0,102
3,413	$8,606 \times 10^2$	$3,601 \times 10^{13}$	$2,656 \times 10^3$	$3,601 \times 10^3$	1	$3,672 \times 10^2$
$9,295 \times 10^{-3}$	2,344	$9,806 \times 10^{10}$	7,233	9,807	$2,723 \times 10^{-3}$	1

Permeabilidade

Milidarcy (<i>md</i>)	Darcy	m^2	cm^2
1	1×10^{-3}	$9,86923 \times 10^{-16}$	$9,86923 \times 10^{-12}$
1.000	1	$9,86923 \times 10^{-13}$	$9,86923 \times 10^{-9}$
$101,325 \times 10^{10}$	$101,325 \times 10^{10}$	1	10^4
$101,325 \times 10^9$	$101,325 \times 10^6$	10^{-4}	1

Viscosidade

Centipoise (<i>cp</i>)	Pascal-segundo (<i>Pa·s</i>)	<i>dina·s/cm²</i>
1	1×10^{-3}	1×10^{-2}
1.000	1	10
100	0,1	1

Temperatura

° Fahrenheit	kelvin	$T_K = (T_F + 459,67)/1,8$
° Rankine	kelvin	$T_K = T_R/1,8$
° Fahrenheit	° Rankine	$T_R = T_F + 459,67$
° Fahrenheit	° Celsius	$T_C = (T_F - 32)/1,8$
° Celsius	kelvin	$T_K = T_C + 273,15$

NOMENCLATURA

a	coeficiente angular ou linear de uma reta; distância no sistema de coordenadas elípticas; distância até um poço real ou até um poço imagem; variável na equação da pressão para um teste de crescimento precedido de vazão variável; distância entre um poço real e um poço imagem; coeficiente de equação da pseudopressão para escoamento LIT (laminar – inercial – turbulento) de um gás real	A_b	área da superfície do bloco de matriz da rocha
a'	coeficiente de equação (fluxo laminar e efeitos de película no teste em poço de gás)	A_f	área do poço em comunicação com o sistema de fraturas
a_{cig}	coeficiente linear de reta característica do escoamento pseudoradial transiente em poço de gás com fratura hidráulica vertical de condutividade infinita	A_r	área aberta ao escoamento na direção radial
a_{cio}	coeficiente linear de reta característica do escoamento pseudoradial transiente em poço de óleo com fratura hidráulica vertical de condutividade infinita	A_t	área total (em planta) de um reservatório
a_D	distância adimensional até um poço real ou até um poço imagem; distância adimensional entre um poço real e um poço imagem	b	coeficiente linear em equações de reta; coeficiente de equação da pseudopressão para escoamento LIT (laminar – inercial – turbulento) de um gás real
a_{fug}	coeficiente linear de reta característica do escoamento pseudoradial transiente em poço de gás com fratura hidráulica vertical de fluxo uniforme	b'	coeficiente linear da reta em gráfico característico para análise de teste de fluxo com múltiplas vazões por método convencional; coeficiente de equação da pressão para escoamento LIT (laminar – inercial – turbulento) de um gás real
a_{fuo}	coeficiente linear de reta característica do escoamento pseudoradial transiente em poço de óleo com fratura hidráulica vertical de fluxo uniforme	b_f	largura da fratura
a_1	distância entre um ponto qualquer e o poço imagem em um sistema infinito com falha plana vertical selante	b_{fs}	largura da zona danificada no interior de uma fratura artificial (caso seja diferente da largura b_f da fratura)
a_2	distância entre um ponto qualquer e o poço real em um sistema infinito com falha plana vertical selante	B	fator de volume de formação; constante arbitrária; constante
A	área transversal ao escoamento; constante arbitrária; área em planta de um reservatório; constante	B_g	fator de volume de formação do gás
		B_{gi}	fator de volume de formação do gás inicial
		B_o	fator de volume de formação do óleo
		B_{oi}	fator de volume de formação do óleo inicial
		B_w	fator de volume de formação da água
		B_{wi}	fator de volume formação da água inicial
		c	compressibilidade
		c_f	compressibilidade efetiva da formação
		c_g	compressibilidade do gás
		$\bar{c}_g$	compressibilidade média do gás (teste em poço de gás)
		c_o	compressibilidade do óleo
		c_t	compressibilidade total
		c_{tf}	compressibilidade total da fratura

c_{im}	compressibilidade total da matriz	E_i	função integral exponencial
c_w	compressibilidade da água; compressibilidade de um fluido no interior de um poço	f	função
C	constante; coeficiente de estocagem; coeficiente da equação de capacidade de entrega estabilizada de um poço de gás	F	função
C'	coeficiente para o cálculo da vazão de gás	$\bar{F}$	transformada de Laplace da função F
C_{fbg}	constante de transformação de unidades – fluxo bilinear em poço de gás com fratura hidráulica vertical (Apêndice I)	F_{corr}	fator de correção
C_{fbo}	constante de transformação de unidades – fluxo bilinear em poço de óleo com fratura hidráulica vertical (Apêndice I)	F_{CD}	condutividade adimensional da fratura
C_{flg}	constante de transformação de unidades – fluxo linear em fratura hidráulica vertical de poço de gás (Apêndice I)	$F'(t)$	derivada da função F em relação a função
C_{flg}^*	constante de transformação de unidades – fluxo linear na formação em poço de gás com fratura hidráulica vertical de condutividade infinita (Apêndice I)	g	altura de líquido em um manômetro; espessura do reservatório; função
C_{flo}	constante de transformação de unidades – fluxo linear em fratura hidráulica vertical de poço de óleo (Apêndice I)	h	parâmetro dependente da configuração da completação parcial de um poço
C_{flo}^*	constante de transformação de unidades – fluxo linear na formação em poço de óleo com fratura hidráulica vertical de condutividade infinita (Apêndice I)	h'	altura característica medida a partir da superfície do bloco e na direção à sua normal (matriz de reservatório fraturado)
C_{fD}	coeficiente de estocagem adimensional da fratura	h_b	espessura adimensional do reservatório
C_A	fator de forma de Dietz	h_D	altura da fratura hidráulica vertical
C_D	coeficiente de estocagem adimensional	h_f	altura adimensional da fratura hidráulica vertical
d_{ar}	densidade do ar	h_{fD}	altura da matriz (reservatório fraturado)
d_c	diâmetro interno da coluna	h_m	intervalo canhoneado de um poço
d_g	densidade do gás	h_p	intervalo adimensional do poço canhoneado
D	coeficiente de turbulência	h_{pD}	espessura total de um reservatório
e	base do sistema de logaritmo neperiano ($e = 2,71828182845 \dots$)	h_t	distância entre o topo do reservatório e a metade dos canhoneados em um poço com completação parcial no centro da formação
erf	função erro	h_w	distância entre o topo do reservatório e o topo dos canhoneados em um poço com completação parcial
$erfc$	função erro complementar	h_1	distância entre o topo do reservatório e a base dos canhoneados em um poço com completação parcial
exp	Função exponencial	h_2	função de Bessel modificada de 1ª. espécie e ordem 0
		I_0	função de Bessel modificada de 1ª. espécie e ordem 1
		I_1	função de Bessel de 1ª. espécie e ordem 0
		J_0	função de Bessel de 1ª. espécie e ordem 1
		J_1	permeabilidade absoluta, constante
		k	

k_e	permeabilidade efetiva			módulo do coeficiente angular da reta em gráfico característico para análise de teste de fluxo com múltiplas vazões por método convencional
k_f	permeabilidade absoluta na fratura	m'		
$\hat{k}_f$	permeabilidade aparente da fratura			
k_{fs}	permeabilidade da zona danificada no interior de uma fratura artificial	m_D		função pseudopressão adimensional do gás real
k_g	permeabilidade efetiva ao gás			
k_h	permeabilidade horizontal			módulo do coeficiente angular de reta de gráfico cartesiano da pressão em teste de fluxo de poço com penetração ou completação parcial, quando predomina a geometria de fluxo esférico
k_m	permeabilidade absoluta na matriz	$m_{esférico}$		
$\hat{k}_m$	permeabilidade aparente na matriz			
k_{max}	permeabilidade máxima			
k_{min}	permeabilidade mínima			
k_o	permeabilidade efetiva ao óleo	m_{estoc}		módulo do coeficiente angular da reta em gráfico característico para análise do período de estocagem pura pelo método convencional
k_r	permeabilidade na direção r ; permeabilidade relativa			
k_{rg}	permeabilidade relativa ao gás			coeficiente angular de reta em gráfico característico para o regime de fluxo bilinear em poço de gás com fratura hidráulica vertical
k_{ro}	permeabilidade relativa ao óleo	m_{fb}		
k_{rw}	permeabilidade relativa à água			
k_s	permeabilidade absoluta da região de dano; permeabilidade equivalente ao fluxo esférico ou na direção s	m_{fbg}		coeficiente angular de reta em gráfico característico para o regime de fluxo bilinear em poço de óleo com fratura hidráulica vertical
k_v	permeabilidade vertical			
k_w	permeabilidade efetiva à água			coeficiente angular de reta em gráfico característico para o regime de fluxo bilinear em poço de óleo com fratura hidráulica vertical
k_x	permeabilidade absoluta na direção x	m_{fbo}		
k_y	permeabilidade absoluta na direção y			
k_z	permeabilidade absoluta na direção z			
K	constante de proporcionalidade na lei de Darcy	m_{fl}		coeficiente angular de reta em gráfico característico para o regime de fluxo linear (ou pseudo linear)
K_0	função de Bessel modificada de 2ª. espécie e ordem 0	m_{flg}		módulo do coeficiente angular de reta em gráfico característico para o fluxo linear na formação em poço de gás com fratura hidráulica vertical
K_1	função de Bessel modificada de 2ª. espécie e ordem 1			
$\ln$	logaritmo (base e)	m_{flo}		módulo do coeficiente angular de reta em gráfico característico para o fluxo linear na formação em poço de óleo com fratura hidráulica vertical
$\log$	logaritmo (base 10)			
L	distância do poço à fratura			
L_D	largura adimensional de um reservatório em forma de canal	m_g		módulo do coeficiente angular de reta em gráfico característico para teste de fluxo em poço de gás – método convencional; massa de gás.
m	módulo do coeficiente angular da reta em gráfico característico para análise de teste pelo método convencional; massa	m'_g		módulo do coeficiente angular de reta em gráfico característico para teste de fluxo em poço de gás – método p^2 .
m^*	módulo do coeficiente angular da reta em gráfico característico para análise de teste de limite de reservatório pelo método convencional	m''_g		módulo do coeficiente angular de reta em gráfico característico para teste de fluxo em poço de gás – método p

$m_{g,dissolvido}$	massa de gás dissolvido			queda de pressão adimensional adicional causada pela região danificada ao redor de uma fratura hidráulica
$m_{g,L}$	massa de gás livre	p_{Ds}		
m_o	massa de óleo			
m_w	massa de água	p_f		pressão de fluxo estabilizada em teste de poço de gás
m_{wD}	função pseudopressão adimensional do gás real no poço	p_{fD}		pressão na fratura adimensional
$m(p)$	função pseudopressão do gás real	p_i		pressão inicial
$m(p_{wf})$	função pseudopressão do gás real no poço			coeficiente linear da reta de gráfico característico para análise de teste de limite de reservatório pelo método convencional
M	razão de mobilidade; peso molecular	p_{int}		
	expoente da equação de capacidade de entrega estabilizada de um poço	p_m		pressão na matriz
n	de gás; expoente da equação da queda de pressão em poço com fratura hidráulica vertical	p_{mD}		pressão na matriz adimensional
		p_M		pressão à montante
n_p	número total de poços	p_{ob}		pressão do poço de observação
N	volume original de óleo ou volume de óleo <i>in-place</i>	p_r		pressão base ou pressão de referência
N_p	produção acumulada de óleo medida em condições-padrão			pressão no raio r_s do reservatório; pressão final do período de estática de um teste de contrapressão isócrono modificado
p	pressão	p_s		
$\bar{p}$	pressão média	p_w		pressão de poço
p^*	pressão extrapolada	p_{wc}		pressão de poço para condição de vazão constante
$\tilde{p}$	pressão de referência para avaliação de propriedades médias do gás (viscosidade, compressibilidade e fator de compressibilidade)	p_{wCD}		pressão de poço adimensional em um poço com fator de película e vazão constante
p_b	pressão base ou de referência arbitrária	p_{wD}		queda de pressão de poço adimensional ou, simplesmente, pressão de poço adimensional
p_{cD}	queda de pressão adimensional em um reservatório que produz através de um poço com vazão constante na face da formação	p_{wDBU}		variação de pressão de poço adimensional no <i>buildup</i>
p_e	pressão no limite externo do reservatório	$(p_{wD})_{ffb}$		queda de pressão adimensional no poço durante o regime de escoamento radial permanente
p_D	pressão adimensional ou queda de pressão adimensional	p_{wDp}		queda de pressão adimensional no poço durante o regime de fluxo radial permanente
$\overline{p_D}$	transformada de Laplace da queda de pressão adimensional	p_{wff}		pressão de fluxo de poço
p_{DMBH}	queda de pressão adimensional – método MBH (Matthews, Brons & Hazebroek)	$\bar{p}_{wf}$		média das pressões de fundo durante um teste de fluxo em poço de gás
		p'_{wf}		pressão de fluxo sem o dano
p_{DMDH}	queda de pressão adimensional – método MDH (Miller, Dyes & Hutchinson)	p_{wff}		pressão de fluxo final ou pressão de fluxo no instante em que um poço é fechado para teste de crescimento (<i>buildup</i>)
p_{Dp}	queda de pressão adimensional durante o período de escoamento radial permanente	p_{wfn}		pressão de fluxo no instante $t = t_n$ (teste em poço de gás)

p_{wfp}	pressão de fluxo no poço durante o regime radial permanente	q_y	vazão na direção y
$(p_{wf})_{real}$	última pressão de poço medida no teste em poço de gás	q_z	vazão na direção z
$(p_{wf})_{teórica}$	pressão de poço desconsiderando possível dano (teste em poço de gás)	q_0	vazão de gás nas condições-padrão
p_{wf0}	coeficiente linear da reta de gráfico característico para análise de teste de fluxo com duas vazões por método convencional	q^*	vazão específica do sistema de matriz para o sistema de fraturas
p_{ws}	pressão do poço durante o período de fechamento em teste de <i>buildup</i>	q_D^*	vazão específica adimensional do sistema de matriz para o sistema de fraturas
p'_{ws}	derivada de p_{ws} em relação a t	q_u^*	vazão específica da matriz para uma queda de pressão unitária adimensional
p_{wsD}	queda de pressão adimensional no poço durante o período de fechamento	q_{uD}^*	vazão específica da matriz para uma queda de pressão unitária
p_0	pressão padrão	Q_g	vazão de gás em condições de superfície
p_1	pressão do poço para um tempo de produção ou de fechamento de 1 (uma) unidade de tempo	Q_o	vazão de óleo em condições de superfície
p_{1h}	pressão do poço para o tempo de 1 (uma) hora	Q_w	vazão de água em condições de superfície
q	vazão medida em condições-padrão	r	direção horizontal em coordenadas radiais; raio
q_D	vazão adimensional	r_d	raio de drenagem
q_{est}	vazão estabilizada	r_{da}	raio de drenagem aparente ou raio de investigação efetivo
q_{estoc}	contribuição do efeito de estocagem para a vazão q_{total} de um poço	r_{daD}	raio de drenagem aparente ou raio de investigação efetivo adimensional
q_f	vazão na fratura (reservatório fraturado)	r_D	raio adimensional
q_m	vazão na matriz (reservatório fraturado)	r_{Dinvp}	raio de investigação adimensional para o caso de fluxo permanente
q_N	enésimo termo de uma série de vazões	r_e	raio externo
q_{ND}	enésimo termo adimensional de uma série de vazões	r_{eD}	raio externo adimensional
q_o	vazão de óleo em condições-padrão	r_i	raio de investigação (mesmo que raio de drenagem aparente ou efetivo)
q_r	vazão de referência	r_{iD}	raio de investigação adimensional
q_{res}	vazão de contribuição devida ao reservatório	r_{inv}	raio de investigação (mesmo que raio de drenagem aparente ou efetivo)
q_t	vazão total de um poço em condições-padrão	r_{invp}	raio de investigação para o caso de fluxo permanente
q_{total}	vazão total de um poço em condições-padrão	r_{ip}	raio de investigação para o caso de escoamento permanente
q_u	vazão da matriz para uma queda de pressão unitária	r_{ipD}	raio de investigação adimensional para o caso de escoamento permanente
q_w	vazão de gás medida nas condições de fluxo	r_m	raio da esfera de uma matriz esférica
q_x	vazão na direção x	r_N	enésimo termo relativo ao raio em equações de superposição de efeitos ou em somatórios

t_{fe}	tempo para o final do período de estocagem pura – poço com fratura hidráulica vertical	t_{pp}	tempo para que o reservatório atinja o regime pseudopermanente
t_{ffb}	tempo para o final do fluxo bilinear – poço com fratura hidráulica vertical	t_{ppDA}	tempo adimensional para que o reservatório atinja o regime pseudopermanente
t_{ffr}	tempo para o final do fluxo radial transiente no caso de limite superior (topo do reservatório) com pressão constante e limite inferior (base do reservatório) impermeável; tempo para o final do fluxo radial transiente em um reservatório em forma de canal	$(t_p)_{pp}$	tempo de produção para que o reservatório atinja o regime pseudopermanente
t_{ifb}	tempo para o início do fluxo bilinear – poço com fratura hidráulica vertical	t_s	tempo de estabilização (teste em poço de gás)
t_{ifl}	tempo do início do fluxo linear transiente em um reservatório em forma de canal; tempo do início do fluxo linear na formação – poço com fratura hidráulica vertical	t_x	tempo de interseção das retas em gráfico semi-log para teste de fluxo em sistema infinito com falha plana vertical selante.
t_{iflD}	tempo adimensional do início do fluxo linear transiente em um reservatório em forma de canal	t_{xD}	tempo de interseção adimensional das retas apresentadas em gráfico característico para o escoamento em um sistema infinito com uma falha plana vertical selante.
t_{iflDW}	tempo adimensional (com base na largura do canal) do início do fluxo linear transiente em um reservatório em forma de canal	T	temperatura absoluta
t_{ijp}	tempo para o início do fluxo radial permanente no caso de limite superior (topo do reservatório) com pressão constante e limite inferior (base do reservatório) impermeável	T_0	temperatura padrão
t_{ilrsl}	tempo do início da linha reta semilog (início do escoamento radial ou pseudoradial)	u	variável no campo de Laplace; variável muda de integração
t_{inf}	tempo de inflexão em curva característica (reservatório fraturado)	$U(t)$	função unitária da variável t
t_N	enésimo termo relativo ao tempo em equações de superposição de efeitos ou em somatórios	v	velocidade aparente de um fluido em um meio poroso; argumento (variável) de uma função
t_{ND}	enésimo termo relativo ao tempo adimensional em equações de superposição de efeitos ou em somatórios	v_f	velocidade aparente de fluidos numa fratura (reservatório fraturado)
t_p	tempo de produção	v_m	velocidade aparente de fluidos numa matriz (reservatório fraturado)
t_{pD}	tempo de produção adimensional	v_r	velocidade aparente de fluidos na direção r
t_{pDA}	tempo de produção adimensionalizado com base na área do reservatório	v_s	velocidade aparente de fluidos na direção s
		v_x	velocidade aparente de fluidos na direção x
		v_y	velocidade aparente de fluidos na direção y
		v_z	velocidade aparente de fluidos na direção z
		x_f	meio comprimento da fratura
		V	volume
		V_b	volume total da rocha "bulk"
		V_d	volume drenado
		V_f	relação entre o volume total do sistema de fraturas e o volume total da rocha
		V_i	coeficiente do algoritmo de Stehfest

V_m	relação entre o volume total do sistema de matriz e o volume total da rocha	$\bar{Z}$	fator de compressibilidade médio do gás (teste em poço de gás)
V_p	volume poroso	Z_w	fator de compressibilidade do gás avaliado nas condições de fluxo
V_u	volume de um poço por unidade de altura	Símbolos gregos	
V_{vc}	volume de controle	α	ângulo; parâmetro da equação da pressão para reservatório circular selado externamente
V_w	volume da câmara de estocagem de fluido no interior de um poço	α_g	constante de transformação de unidades (Apêndice I)
W	largura de um reservatório em forma de canal	$\alpha(p)$	função pseudopressão do gás real
W_D	largura adimensional de um reservatório em forma de canal	β	ângulo; parâmetro da equação da pressão para reservatório circular com pressão constante no limite externo
x	coordenada cartesiana (direção horizontal); argumento de uma função qualquer	γ	peso específico de um fluido; constante de Euler ($\gamma = 0,5772156649$)
x_e	metade do lado de um reservatório quadrado	γ_w	peso específico de um líquido no interior de um poço
x_f	metade do comprimento de uma fratura artificial, também chamado de asa da fratura	Δ	incremento ou decréscimo
x_s	meio-comprimento do trecho danificado no interior de uma fratura artificial	$[\Delta m(p)]_{ffb}$	queda de pseudopressão no poço no final do fluxo bilinear – poço de gás com fratura hidráulica vertical
y	coordenada cartesiana (direção horizontal)	$[\Delta m(p)]_s$	queda de pseudopressão do gás devida ao efeito de película
Y	função Y do método de Park Jones; função usada na equação da pressão para um reservatório circular limitado; valor do grupo-derivada para o caso de poço equidistante de duas falhas em ângulo	$[\Delta m(p)]_{sf}$	queda de pressão devida ao fator de película em uma fratura artificial com região danificada no seu interior – poço de gás
Y_{finito}	função Y do método de Park Jones para o regime pseudopermanente	Δp	queda ou incremento de pressão
$Y_{infinito}$	função Y do método de Park Jones para o regime transiente	$(\Delta p)_{ffb}$	queda de pressão no poço no final do fluxo bilinear – poço de óleo com fratura hidráulica vertical
Y_0	função de Bessel de 2ª. espécie e ordem 0	$(\Delta p)_{ffl}$	queda de pressão no poço no final do fluxo linear na formação – poço com fratura hidráulica vertical
Y_1	função de Bessel de 2ª. espécie e ordem 1	Δp_{ilrsl}	queda de pressão no início do fluxo pseudoradial, ou seja, no início da linha reta semi-log – poço com fratura hidráulica vertical.
z	coordenada cartesiana (direção vertical); variável da transformada de Boltzmann	Δp_s	queda de pressão devida ao dano
z_D	dimensão característica adimensional (metade da soma da altura da matriz com altura da fratura); variável da transformada de Boltzmann adimensional	Δp_{sD}	queda de pressão adimensional devida ao dano
Z	fator de compressibilidade do gás	Δp_{sf}	queda de pressão devida ao fator de película em uma fratura artificial com região danificada no seu interior – poço de óleo
		Δp_{st}	queda de pressão devida ao efeito de película total

Δp_{wf}	queda de pressão no poço durante o fluxo	Δz	variação de espaço na direção z
Δp_{wBU}	diferença entre a pressão durante a estática e a última pressão de fluxo	δ_p	deslocamento vertical entre as duas retas semilog (reservatório fraturado)
$(\Delta p_{wBU})_{ffl}$	queda de pressão de fundo durante teste de crescimento em poço com fratura hidráulica vertical no momento do final do fluxo linear na formação	η	constante ou coeficiente de difusividade hidráulica; coordenada no sistema de coordenadas elípticas
$(\Delta p_{wBU})_{ilrsl}$	queda de pressão durante a estática no momento de início do período de escoamento radial transiente (início da linha reta semi-log em gráfico característico)	η_{fm}	coeficiente de difusividade de um sistema de fratura e matriz
$\Delta p'_{wf}$	derivada de Δp_{wf} em relação a t	η_{fD}	constante ou coeficiente de difusividade hidráulica adimensional da fratura
Δt	intervalo de tempo; tempo decorrido após o fechamento ou após a alteração da vazão de um poço	θ	ângulo em um sistema de coordenadas cilíndricas
Δt_D	intervalo de tempo adimensional; tempo adimensional decorrido após o fechamento ou após a alteração da vazão de um poço	κ	razão da capacidade de fluxo de uma camada em relação à capacidade de fluxo total (reservatório fraturado)
Δt_{DA}	intervalo de tempo adimensionalizado com base na área do reservatório; tempo decorrido após o fechamento ou após a alteração da vazão de um poço, adimensionalizado com base na área do reservatório	λ	constante; mobilidade de um fluido
Δt_{ilrsl}	tempo decorrido desde o fechamento de um poço até o início do regime radial transiente (início da linha reta semi-log)	λ_g	mobilidade do gás
$(\Delta t_D)_{ilrsl}$	tempo adimensional decorrido desde o fechamento de um poço até o início do regime radial transiente (início da linha reta semi-log)	λ_o	mobilidade do óleo
$(\Delta t_{Dxf})_{ilrsl}$	tempo adimensional, baseado no meio-comprimento da fratura, decorrido desde o fechamento de um poço até o início do regime radial transiente (início da linha reta semi-log) – fratura hidráulica vertical	λ_t	mobilidade total
Δt_{DW}	tempo adimensional (fluxo canal)	λ_w	mobilidade da água
Δt_e	tempo equivalente de Agarwal	μ	viscosidade absoluta de um fluido
Δt_{eD}	tempo equivalente adimensional de Agarwal	$\bar{\mu}$	viscosidade média do gás (teste em poço de gás)
ΔV	variação de volume	μ_g	viscosidade absoluta do gás
Δx	variação de espaço na direção x	μ_o	viscosidade absoluta do óleo
Δy	variação de espaço na direção y	μ_w	viscosidade absoluta da água
		ξ	coordenada no sistema de coordenadas elípticas; argumento de função; variável muda de integração
		π	constante ($= 3,1416\dots$)
		ρ	massa específica de um fluido
		ρ_{gs}	massa específica do gás em condições <i>standard</i> (padrão)
		ρ_{os}	massa específica do óleo em condições <i>standard</i> (padrão)
		ρ_w	massa específica da água
		ρ_{ws}	massa específica da água em condições <i>standard</i> (padrão)
		σ	função da solução geral de um sistema de equações diferenciais (modelo dupla permeabilidade)
		τ	variável muda de integração
		ϕ	porosidade; ângulo em um sistema de coordenadas esféricas
		ϕ_f	porosidade da fratura

$\hat{\phi}_f$	porosidade aparente da fratura (reservatório fraturado)	EDP	equação diferencial parcial
ϕ_m	porosidade da matriz	EF	eficiência de fluxo
$\hat{\phi}_m$	porosidade aparente da matriz (reservatório fraturado)	FD	fator de dano
ω	razão de estocabilidades do sistema de fratura e matriz (reservatório fraturado)	II	índice de injetividade
Outros símbolos		IP	índice de produtividade
d	derivada	LIT	laminar – inercial – turbulento
∂	derivada parcial	MBH	relativo ao método de Matthews, Brons & Hazebroek
Σ	somatório	MDH	relativo ao método de Miller, Dyes & Hutchinson
$\int$	integral	MDT	<i>modular dynamic tester</i>
∞	infinito	PDG	<i>permanente downhole gauge</i>
$\cong$	aproximado	PP	pseudopermanente
$\mathcal{L}$	transformada de Laplace	PVT	refere-se à análise laboratorial para determinação das propriedades de um fluido em função das variáveis pressão, volume e temperatura
Abreviaturas		RD	razão de dano
AOF	capacidade máxima de produção de um poço de gás (<i>Absolute Open Flow</i>)	RGO	razão gás óleo
API	<i>American Petroleum Institute</i>	RP	razão de produtividade do poço
BU	<i>buildup</i>	TF	teste de formação a poço aberto
CCE	condição de contorno externa	TFR	teste de formação a poço revestido
CCI	condição de contorno interna	TLD	teste de longa duração
CI	condição inicial	WFT	<i>wireline formation test</i>
DST	<i>drill stem test</i>		

REFERÊNCIAS

- Aanonsen, S. (1985) *Nonlinear Effects During Transient Fluid Flow in Reservoirs as Encountered in Well Test Analysis*. Norway, University of Bergen, Tese (Doutorado).
- Abbaszadeh, M., Kamal, M. M. (1988) *Automatic Type-Curve Matching for Well Test Analysis*. SPEFE, 567-577.
- Abramowitz, M., Stegun, I. A. (1964) *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. USA, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series – 55.
- Agarwal, R. G. (1980) *A New Method to Account for Producing Time Effects When Drawdown Type Curves Are Used to Analyze Pressure Buildup and Other Test Data*. In: Annual Fall Meeting of the SPE-AIME, 55, Dallas, Sept. 21-24.
- Agarwal, R. G., Al-Hussainy, R., Ramey Jr., H. J. (1970) *An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: 1. Analytical Treatment*. Soc. Pet. Eng. Journal, p. 279-290, Sept.; Trans., AIME, v. 249.
- Al-Hussainy, R., Ramey Jr., H. J., Crawford, P. B. (1965) *The Flow of Real Gas Through Porous Media*. Paper SPE 1243 presented at the SPE Annual Fall Meeting, Denver, Colorado, Oct. 3-6; J. Pet. Tech., v. 18, 624-636, 1966.
- Al-Khalifah, A. A., Horner, D. R., Aziz, K. (1987) *In-place Determination of Reservoir Relative Permeability Using Well Test Analysis*. Paper SPE 16774 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, Sept. 27-30.
- Araújo, M. A. R. (2012) *Análise de Dados de Testes de Formação Frente aos Efeitos de Maré*. Universidade Estadual de Campinas, Dissertação (Mestrado).
- Araújo, R. M. (2016) *Simulador Semianalítico para Fluxo em Reservatórios Homogêneos Fechados Utilizando a Solução da Fonte Pontual Aplicada ao Método de Elementos de Contorno*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Dissertação (Mestrado).
- Aronofsky, J. A., Jenkins, R. (1954) *A Simplified Analysis of Unsteady Radial Gas Flow*. Trans., AIME, v. 201, 149-154; Reprint Series, N° 9 – Pressure Analysis Methods, SPE of AIME, Dallas, 197-202, 1967.
- Barreto, A. B. (2011) *Solução da Equação da Difusividade Hidráulica Não-linear do Gás Através de Funções de Green*. Universidade Estadual Norte Fluminense, Dissertação (Doutorado).
- Bourdet, D., Whittle, T. M., Douglas, A. A., Pirard, Y. M. (1983) *A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis*. Reprint, World Oil, Gulf Publishing Co.
- Brons, F., Marting, V. E. (1961) *The Effect of Restricted Fluid Entry on Well Productivity*. J. Pet. Tech., 172-174, Feb.; Trans., AIME, v. 222; Reprint Series, N°-9 – Pressure Analysis Methods, Dallas, SPE of AIME, 101-103, 1967.
- Bøe, A., Skjaveland, S. M., Whitson, C. S. (1981) *Two-Phase Pressure Transient Test Analysis*. Paper SPE 10224 presented at the 56th SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, Oct. 5-7; SPE Formation Evaluation, v. 4, n. 4, pp. 604-610, Dec. 1989.
- Camargo, C. (1993) *Comportamento Transiente de Pressão em Poços Horizontais*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Dissertação (Mestrado).
- Carvalho, R. S., Rosa, A. J. (1988) *Transient Pressure Behavior for Horizontal Wells in Naturally Fractured Reservoir*. SPE 18302 presented at the 63rd SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, T. X., Oct. 2-5.
- Carvalho, R. S., Redner, R. A., Thompson, L. G., Reynolds, A. C. (1992) *Robust Procedures for Parameter Estimation by Automated Type-Curve Matching*. SPE 24732 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Washington, D. C., Oct. 4-7.
- Carvalho, R. S., Thompson, L. G., Redner, R., Reynolds, A. C. (1995) *Simple Procedures for Imposing Constraints for Nonlinear Least Squares Optimization*. In: SPE Rocky Mountain / Low-Permeability Reservoirs Symposium, Denver, CO, USA, Mar. 20-22; Proceedings, Richardson, TX. (SPE 29582).
- Chen, H. K., Brigham, W. E. (1974) *Pressure Buildup for a Well with Storage and Skin in a Closed Square*. In: SPE-AIME Annual California Regional Meeting, 44, San Francisco, CA, USA, April 4-5 (SPE 4890).

- Cinco, H., Miller, F. G., Ramey, H. J., Jr. (1975) *Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Directionally Drilled Well*. J. Pet. Tech., 1.392-1.400, Sept.; Trans., AIME, v. 259.
- Cinco-Ley, H., Samaniego-V., F. (1981a) *Transient Pressure Analysis for Fractured Wells*. J. Pet. Tech., 1.749-1.766, Sept.
- Cinco-Ley, H., Samaniego-V., F. (1981b) *Transient Pressure Analysis: Finite-Conductivity Fracture Case versus Damaged Fracture Case*. Paper SPE 10179 presented at the 1981 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, Oct. 5-7.
- Cinco-Ley, H., Samaniego-V., F., Dominguez, A. N. (1978) *Transient Pressure Behavior for a Well with a Finite-Conductivity Vertical Fracture*. Society of Petroleum Engineers Journal, 253-264, Aug.
- Cobb, W. M., Smith, J. T. (1974) *An Investigation of Pressure Buildup Tests in Bounded Reservoirs*. In: Annual Fall Meeting of the SPE-AIME, 49, Houston, TX, Oct. 6-9 (SPE 5133); J. Pet. Tech., 991-996, Aug., 1975; Trans., AIME, v. 259, 1976.
- Coelho, A. C. D. (1991) *Análise de Testes em Reservatórios com Variação Vertical de Permeabilidade*. Campinas, SP, Universidade Estadual de Campinas, Dissertação (Mestrado).
- Coelho, A. C. D., Camargo, C., Kato, E. T. (2005) *Utilizing Mini-DST for Formation Evaluation*. SPE LACPEC, SPE 94963, Rio de Janeiro.
- Correa, A. C. F. (1983) *Tempo de Propagação e Raio de Investigação*. In: V Seminário de Avaliação das Formações da Petrobras, Salvador, BA.
- Correa, A. C. F., Ramey Jr, H. J. (1987) *A Method for Pressure Buildup Analysis of Drillstem Tests*. SPE 16802, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, TX, Sept. 27-30.
- Costa, T.A. (2013) *Aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) para Modelos de Testes de Formação em Poços de Petróleo*. Universidade Estadual de Campinas, Dissertação (Mestrado).
- Coutinho, E. J. R. (2011) *Assimilação de Dados de Teste de formação e Perfilagem de Produção utilizando Filtro de Kalman por Conjunto*. Universidade Estadual do Norte Fluminense, Dissertação (Mestrado).
- Cullender, M. H. (1955) *The Isochronal Performance Method of Determining the Flow Characteristics of Gas Wells*. Trans., AIME, v. 204, 137-142.
- Dake, L. P. (1978) *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Elsevier Scientific Publishing Company, New York.
- Darcy, H. (1856) *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont, Paris.
- Dietz, D. N. (1965) *Determination of Average Reservoir Pressure from Build-up Surveys*. Paper SPE 1156, Journal of Petroleum Technology, v. 17, n. 8, pp. 955-959.
- Earlougher Jr., R. C. (1977) *Advances in Well Test Analysis*. Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, Monograph Series Volume 5.
- Earlougher Jr., R. C., Kersch, R.M., Ramey Jr., H. J. (1973) *Wellbore Effects in Injection Well Testing*. Paper SPE 4371-PA.
- Earlougher Jr., R. C., Ramey Jr., H. J., Miller, F. G., Mueller, T. D. (1968) *Pressure Distributions in Rectangular Reservoirs*. Paper SPE 1956, Journal of Petroleum Technology, v. 20, n. 3, pp. 199-208, Feb.; Trans, AIME, v. 243.
- Energy Resources Conservation Board (1978) *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*. Calgary, Alberta, Canada (Third Edition, Second Printing).
- Edinburgh Petroleum Services Limited. *Welltest Analysis in Complex Reservoirs*, v. 1.
- Edinburgh Petroleum Services Limited. *Welltest Analysis in Complex Reservoirs*, v. 2.
- Feitosa, G. S. (1995) *Análise de Testes em Poços Injetores de Soluções Poliméricas*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Dissertação (Mestrado).
- Fetkovich, M. J. (1973) *The Isochronal Testing of Oil Wells*. Paper SPE 4529 presented at the SPE Annual Fall Meeting, Las Vegas, Nevada, Sept. 30 – Oct. 3.
- Forchheimer, Ph. (1901) *Wasserbewegung durch Boden*, Z. Ver. Deutsch. Ing., v. 45, 1781-1788.

- Galvão, M. S. C. (2018) *Analytical Models for Thermal Wellbore Effects on Pressure Transient Testing*. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Dissertação (Mestrado).
- Galvão, M. R. (2019) *Escoamento Não-Darciano em Testes de Pressão em Reservatórios de Gás*. Universidade Estadual Norte Fluminense, Dissertação (Mestrado).
- Gringarten, A. C. (2006) *From Straight Lines to Deconvolution: The Evolution of the State of the Art in Well Test Analysis*. Paper SPE 102079 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, Sept. 24-27.
- Gringarten, A. C., Bourdet, D. P., Landel, P. A., Kniazeff, V. J. (1979) *A Comparison Between Different Skin and Wellbore Storage Type-Curves for Early-Time Transient Analysis*. In: Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the SPE of AIME, 54, Las Vegas, Nevada, USA, Sept. 23-26 (SPE 8205).
- Gringarten, A. C., Ramey Jr., H. J., Raghavan, R. (1972a) *Pressure Analysis for Fractured Wells*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 47, San Antonio, TX, Oct. 8-11; Proceedings Richardson, TX, SPE (SPE 4051).
- Gringarten, A. C., Ramey Jr., H. J., Raghavan, R. (1972b) *Applied Pressure Analysis for Fractured Wells*. J. Pet. Tech., 887-892, Aug.; Trans., AIME, v. 259.
- Gringarten, A. C., Ramey Jr., H. J., Raghavan, R. (1974) *Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well With a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture*. Paper SPE 4051, SPE Journal, v. 14, n. 4, pp. 347-360.
- Guimaraes, C.S. (2021) *Permeability Predictions Using Borehole Logs and Well Testing Data: A Machine Learning Approach*. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Dissertação (Mestrado).
- Horner, D. R. (1951) *Pressure Build-up in Wells*. Proc. Third World Petroleum Congress, E. J. Brill (ed.), Leiden, v. 2, pp. 503-522.
- Jones, P. (1956) *Reservoir Limit Test*. Oil and Gas J. 184-196.
- Jones, P. (1957) *Drawdown Exploration Reservoir Limit, Well and Formation Evaluation*. Paper 824-G presented at the SPE-AIME Permian Basin Oil Recovery Conference, Midland, TX, April 18-19.
- Kato, E. T. (1990) *Influência do Fluxo Multifásico em Análises de Testes em Poços não Surgentes*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Dissertação (Mestrado).
- Katz, D. L., Cornell, D., Kobayashi, R., Poettmann, F. H., Vary, J. A., Elenbaas, J. R., Weinaug, C. F. (1959) *Handbook of Natural Gas Engineering*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York.
- Kazemi, H., Seth, M. S. (1969) *Effect of Anisotropy and Stratification on Pressure Transient Analysis of Wells with Restricted Flow Entry*. J. Pet. Tech., 639-647, May; Trans., AIME, v. 246.
- Keidel, C. (2011) *Aplicação do Método dos Elementos de Contorno na Modelagem de Testes de Pressão em Poços de Petróleo*. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Dissertação (Mestrado).
- Kubota, L. K., Keidel, C. (2019) *The Extended Whittle-Agarwal Equation for Investigated Volume Under Mass Recharge - Theoretical Foundations and Application to Channel-Sand and Unconventional Reservoirs*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2019, Calgary. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.
- Kubota, L. K., Piccinini, R. B. (2020) *Eigenmode Decomposition of the Diffusion Equation: Applications to Pressure-Rate Deconvolution*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2020, Virtual. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.
- Kuchuk, F. J., Onur, M., Hollaender, F. (2010) *Pressure Transient Formation and Well Testing: Convolution, Deconvolution and Nonlinear Estimation*. Elsevier, 414 pp.
- Kumar, A., Ramey Jr., H. J., (1972) *Well Test Analysis for a Well in a Constant-Pressure Square*. In: Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the SPE of AIME, 47, San Antonio, TX, USA, Oct. 8-11 (SPE 4054).
- Levitani, M. M. (2006) *Practical Application of Pressure-Rate Deconvolution to Analysis of Real Well Data*. SPEJ, 35.
- Lino, A. C. N. (2019) *Modelagem Matemática de Testes de Pressão em Reservatório de Gás com Região de Permeabilidade Reduzida em Torno dos Poços*. Universidade Estadual Norte Fluminense, Dissertação (Mestrado).
- Marques, J. B. D. (2008) *Análise de Teste de Poço sob Condição de Escoamento Bifásico – Óleo e Gás*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Dissertação (Mestrado).

- Martin, J. C. (1959) *Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoirs and the Theoretical Foundation of Multiphase Pressure Buildup Analysis*. Paper SPE 1235; Trans., AIME, v. 216, pp. 321-323.
- Martini, D. B. (2017) *Limitações ao Uso da Deconvolução na Interpretação de Testes de Formação em Poços de Petróleo*. Universidade Estadual de Campinas, Dissertação (Mestrado).
- Matthews, C. S.; Brons, F., Hazebroek, P. (1954) *A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir*. Trans., AIME, v. 201, 182-191; Reprint Series, Nº 9 – Pressure Analysis Methods, SPE of AIME, Dallas, 51-60, 1967.
- Matthews, C. S., Russel, D. G. (1967) *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, Henry L. Doherty Series (Monograph Volume 1).
- Miller, C. C., Dyes, A. B., Hutchinson Jr., C. A. (1950) *The Estimation of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom Hole Pressure Build-up Characteristics*. Trans., AIME, v. 189, 91-104; Reprint Series, Nº 9 – Pressure Analysis Methods, SPE of AIME, Dallas, 11-24, 1967.
- Millikan, C. V., Sidwell, C. V. (1931) *Bottom-Hole Pressure in Oil Wells*. Paper SPE 931194-G.
- Miranda, F. A. (2014) *Aplicação das Funções de Green no Estudo do Comportamento de Testes de Pressão em Reservatório de Gás: Canhoneio Parcial em um Meio Anisotrópico*. Universidade Estadual Norte Fluminense, Dissertação (Mestrado).
- Moore, T. V., Shilthuis, R. J. (1933) *Calculation of Pressure Drops in Flowing Wells*. Paper SPE 933170, Trans., AIME, v. 103, pp. 170-190.
- Mueller, T. D., Witherspoon, P. A. (1965) *Pressure Interference Effects Within Reservoirs and Aquifers*. J. Pet. Tech., 471-474, April; Trans. AIME, v. 234.
- Muskat, M., Meres, M. W. (1936) *The Flow of Heterogeneous Fluids Through Porous Media*. Physics, v.7, pp. 346-363, Sept.
- Nutakki, R., Mattar, L. (1982) *Pressure Transient Analysis of Wells in Very Long Narrow Reservoirs*. In: Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the SPE of AIME, 57, New Orleans, LA, USA, Sept. 26-29 (SPE 11221).
- Odeh, A. S. (1968) *Steady-State Flow Capacity of Wells with Limited Entry to Flow*. Soc. Pet. Eng. J., 43-51, March; Trans., AIME, v. 243.
- Odeh A. S., Jones, L. G. (1965) *Pressure Drawdown Analysis – Variable-Rate Case*. J. Pet. Tech. 960-964; Trans., AIME, v. 234; Reprint Series, Nº 9 – Pressure Analysis Methods, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas 161-165, 1967.
- Oliveira, E. A. P. (1991) *Análise de Testes em Poços Injetores de Água*. Universidade de Campinas, SP, Dissertação (Mestrado).
- Onur, M., Reynolds, A. C. (1998) *Numerical Laplace Transformation of Sampled Data for Well Test Analysis*. SPEREE, June, 268.
- Pelisolli, L. O. (2019) *Transformação Integral em Domínio Único Aplicada à Engenharia de Reservatórios*. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Dissertação (Mestrado).
- Peres, A., Onur, M., Reynolds, A. C. (1989a) *A New General Pressure Analysis Procedure for Slug Tests*. SPE 18801, SPE California Regional Meeting, Bakersfield, April 5-7; SPE Formation Evaluation, v. 8, n. 4, pp. 292-298, Dec. 1993.
- Peres, A., Onur, M., Reynolds, A. C. (1989b) *New Methods for the Analysis of Drillstem Test Data*. SPE 19843, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, TX, Oct. 8-11.
- Peres, A. M. M., Reynolds, A. C. (2003) *Theory and Analysis of Injectivity Tests on Horizontal Wells*. SPE 84957, SPE Journal, v. 8, n. 2, pp. 147-159, June.
- Piazza, R. P. (2019) *Performance Assessment of Linear Solvers for Fully Implicit Reservoir Simulation*. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Dissertação (Mestrado).
- Perrine, R. L. (1956) *Analysis of Pressure Buildup Curves*. Drill. and Prod. Prac. API Bulletin, pp. 482-509.
- Pierce, H. R., Rawlins, E. L. (1929) *The Study of a Fundamental Basis for controlling and Gauging Natural-Gas Wells*. U. S. Dept. of Commerce, Bureau of Mines, Serial 2929.

- Raghavan, R. (1993) *Well Test Analysis*. Prentice Hall, New Jersey, 558 pp.
- Raghavan, R., Cady, G. V., Ramey Jr., H. J. (1972) *Well-Test Analysis for Vertically Fractured Gas Wells*. J. Pet. Tech., 1014-1020, Aug.; Trans., AIME, v. 253.
- Ramey Jr., H. J., Cobb, W. M. (1971) *A General Pressure Buildup Theory for a Well in a Closed Drainage Area*. J. Pet. Tech., 1493-1505, Dec.
- Rawlins, E. L., Schellhardt, M. A. (1936). *Backpressure Data on Natural Gas Wells and Their Application to Production Practices*, U. S. Bureau of Mines, Monograph 7.
- Ribeiro, P. M. (2014) *Pressure and Temperature Transient Analysis During Hydraulic Fracturing*. Stanford University, Tese (Doutorado).
- Rosa, A. J., Carvalho, R. S., Xavier, J. A. D. (2006) *Engenharia de Reservatórios de Petróleo*. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 808 pp.
- Rosa, A. J., Horne, R. N. (1983) *Automated Type-Curve Matching in Well Test Analysis Using Laplace Space Determination of Parameter Gradients*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 63, Houston, TX, Oct. 2-5; Proceedings, Richardson, TX, SPE (SPE 18302).
- Rosa, A. J., Carvalho, R. S. (1988) *Transient Pressure Behavior for Horizontal Wells in Naturally Fractured Reservoir*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 58, San Francisco, CA, Oct. 5-8; Proceedings, Richardson, TX, SPE (SPE 12131).
- Rosa, A. J., Carvalho, R. S. (1989) *A Mathematical Model for Pressure Evaluation in an Infinite-Conductivity Horizontal Well*. SPE Formation Evaluation, Dec.
- Rosa, A. J., Horne, R. N. (1991a) *Automated Well Test Analysis Using Robust (LAV) Nonlinear Parameter Estimation*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 66, Dallas, TX, USA, Oct. 6-9 (SPE 22679); SPE Advanced Technol. Series, Vol. 3, No. 1, 1995.
- Rosa, A. J., Horne, R. N. (1991b) *Reservoir Description by Well Test Analysis Using Cyclic Flow Rate Variation*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 66, Dallas, TX, USA, Oct. 6-9 (SPE 22698).
- Rosa, A. J., Horne, R. N. (1994) *New Approaches for Robust Nonlinear Parameter Estimation in Automated Well Test Analysis Using the Least Absolute Value Criterion*. In: III LACPEC - Third Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Buenos Aires, Argentina, April 26-29; Proceedings, Richardson, TX, SPE 26964; SPE Advanced Technol. Series, Vol. 4, No. 1, 1995.
- Rosa, A. J., Horne, R. N. (1996) *Pressure Transient Behavior in Reservoirs with an Internal Circular Discontinuity*. SPE Journal, Mar., 83-92.
- Russell, D. G. (1963) *Determination of Formation Characteristics from Two-Rate Flow Tests*. J. Pet. Tech. (Dec.) 1347-1355; Trans., AIME, v. 228. Also Reprint Series, Nº 9 – Pressure Analysis Methods, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas, 136-144, 1967.
- Russel, D. G., Truitt, N. E. (1964) *Transient Pressure Behavior in Vertically Fractured Reservoirs*. J. Pet. Tech. 10, 1159-1170.
- Sclater, K. C., Stephenson, B. R. (1929) *Measurements of Original Pressure, Temperature and Gas-Oil Ratio in Oil Sands*. Paper SPE 929119, Trans., AIME, v. 82, pp. 119-136.
- Serra, K. V., Peres, A. M. M., Reynolds, A. C. (1990a) *Well Test Analysis for Solution Gas-Drive Reservoir - Part I: Determination of Relative and Absolute Permeabilities*. Paper SPE 17020, SPE Formation Evaluation, v. 5, n. 2, pp. 124-132, June.
- Serra, K. V., Peres, A. M. M., Reynolds, A. C. (1990b) *Well Test Analysis for Solution Gas-Drive Reservoir - Part II: Buildup Analysis*. Paper SPE 17048, SPE Formation Evaluation, v. 5, n. 2, pp. 133-140, June.
- Serra, K. V., Peres, A. M. M., Reynolds, A. C. (1990c) *Well Test Analysis for Solution Gas-Drive Reservoir - Part III: A Unified Treatment of the Pressure-Squared Method*. Paper SPE 18110, SPE Formation Evaluation, v. 5, n. 2, pp. 141-150, June.
- Sousa, E. P. S. (2014) *Aplicação das Funções de Green no Estudo do Comportamento de Testes de Pressão em Reservatórios de Gás: Poço Vertical com Efeitos de Estocagem e Dano de Formação*. Universidade Estadual do Norte Fluminense, Dissertação (Mestrado).

- Sousa, E. P. S. (2019) *Adaptive Least Squares Support Vector Regression for History Matching and Markov Chain Monte Carlo Uncertainty Quantification*. The University of Tulsa, Tese (Doutorado).
- Spinelli Jr., V. D. (1997) *Análise de Testes em Poços não Surgentes sob Condição de Fluxo Bifásico Óleo-Gás*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Dissertação (Mestrado).
- Stehfest, H. (1970) *Algorithm 386, Numerical Inversion of Laplace Transforms - D5*. Communications of the ACM, 13 (1): 47, Jan.
- Streltsova-Adams, T. D. (1979) *Pressure Drawdown in a Well with Limited Flow Entry*. J. Pet. Tech., 1469-1476, Nov.
- Streltsova-Adams, T. D. (1988) *Well Testing in Heterogeneous Formations*. John Wiley and Sons, New York, 413 pp.
- Theis, C. V. (1937) *The Relation Between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of Well Using Ground-Water Storage*. Trans., AGU, 16:519-524.
- Toledo, S. P. (2017) *Atualização de Modelos de Reservatório com Informações de Testes de Formação e Perfilagens de Produção no Desenvolvimento de Campos de Petróleo*. Universidade Estadual de Campinas, Dissertação (Mestrado).
- van Everdingen, A. F. (1953) *The Skin Effect and its Influence on the Productive Capacity of a Well*. Trans., AIME, v. 198, 171-176; Reprint Series, N° 9 – Pressure Analysis Methods, SPE of AIME, Dallas, 45-50, 1967.
- van Everdingen, A. F., Hurst, W. (1949) *The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs*. Paper SPE 949305, Trans., AIME, v. 186, pp. 305-324.
- van Poollen, H. K. (1964) *Radius-of-Drainage and Stabilization-Time Equations*. Oil and Gas J., 138-146, Sept. 14.
- Vieira, P. M. F., Rosa, A. J. (1993) *A Comparison of Several Methods for Automated Well Test Analysis*. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Houston, TX, USA, Oct. 3-6 (SPE 26428); SPE Journal, Mar., 1996.
- Von Schroeter, T., Hollaender, F., Gringarten, A. C. (2004) *Deconvolution of Well Test Data as a Non-linear Total Least Squares Problem*. SPEJ, Dec., 375.
- Wattenbarger, R. A., Ramey Jr., H. J. (1969) *Well Test Interpretation of Vertically Fractured Gas Wells*. J. Pet. Tech., 625-632, May; Trans., AIME, v. 246.

